


SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650.
CHRISTO
ET
ECCLESIAE
BOUGHT WITH THE INCOME
FROM THE BEQUEST OF
PROF. JOHN FARRAR, LL.D.,
AND HIS WIDOW,
ELIZA FARRAR,
FOR
"BOOKS IN THE DEPARTMENT OF
MATHEMATICS, ASTRONOMY, AND
NATURAL PHILOSOPHY"

89

Zools

ZEITSCHRIFT

FÜR

PHYSIK

UND

MATHEMATIK.

Herausgeber:

A. Baumgartner und A. v. Ettingshausen,

ordentliche Professoren an der k. k. Universität zu Wien.

Dritter Band.

Mit vier Kupfertafeln.

WIEN.

Gedruckt und im Verlage bei *Carl Gerold.*

1827.

Inhalt.

I. Heft.

II. Heft.

III. Heft.

IV. Heft.

ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Versuche über die absolute Festigkeit einiger österreichischen Stahlgattungen, und Vorschlag, dieses Material statt des Eisens zu Kettenbrücken und Ankertauen zu verwenden,

von

Ign. Edlem von *Mittis.*

Mit allem Rechte verbreitet sich die Anwendung des Kettenbrückenbaues in allen civilisirten Ländern immer mehr, so wie die vortheilhaften Erfahrungen die durch die Theorie voraus bestimmten Vortheile desselben täglich mehr bestätigen. Einige unglückliche Ereignisse, die zum Glück wirklich nicht häufig eingetreten sind, haben bisher solche Brücken, die nach dem Princip der Kettenlinie erbaut worden sind, meines Wissens nicht betroffen, und dürften auch wohl nicht zu besorgen seyn; aufser dem Falle, dafs eine unverständige und leichtsinnige Anordnung bei Bestimmung des Bauplanes zu wenig Rücksicht auf die gehörige erforderliche Stärke der Widerhalts- oder Unterstützungsgebäude, selbe aus eigener Schuld herbeiführen würde. Die Ketten selbst, stets aus einem, selbst dem Zahn der Zeit eine unverwüstliche Dauer entgegensetzenden, Materiale, nämlich Eisen bestehend, können durchaus nie gefährdet seyn, wenn sie ursprünglich in der, der möglichst gröfsten Belastung angemessenen Stärke für die

Hängeketten verwendet worden sind; allein man muſs stets von der Überzeugung ausgehen, daſs diese Stärke durchaus nicht nach dem Vorausmaſs des Querschnittes, selbst bei den trefflichsten Eisengattungen, sondern durch wirkliche Versuche bestimmt werden muſs, wenn der Architect nicht das Leben seiner Mitbürger muthwillig einer Gefahr Preis geben will. Daſs diese Versuche für jedes einzelne Glied einer solchen Kette so leicht und so überzeugend angestellt werden können, ist gewiſs unter den übrigen Vorzügen dieser Brücken-Construction einer der vorzüglichen, und eine Verabsäumung um so sträflicher, weil es durchaus unmöglich ist, besonders wenn das körperliche Ausmaſs der Kettenglieder bedeutend ist, durch irgend ein äuſseres Merkmal am Eisen zu erkennen, ob selbes wirklich ganz und ohne innere Risse sey. Erfahrungen, die ich bei dem Baue der ersten Kettenbrücke in Wien, deren trefflich gearbeitete Kettenglieder aus zwei Quadratzoll starken Eisenstangen bestehen, machte, haben mich überzeugt, daſs bei der Prüfung derselben zwar sehr wenige, aber doch einige derselben, die ein durchaus ganzes und gesundes Aussehen hatten, bei einer, ihrer scheinbaren Kraft und Stärke noch lange nicht entsprechenden Anstrengung, abgesprungen sind, oder sich über Gebühr verlängert haben, ungeachtet selbst practische Eisenarbeiter keine Spur eines inneren Schadens an selben entdecken konnten. Bei diesem Anlasse jedoch, glaube ich, dürfte es nicht ganz überflüssig seyn, zu erinnern, daſs man bei solchen Untersuchungen auch nicht auf der anderen Seite zu weit gehen müsse, das heiſst, daſs man diese Bestandtheile nie bei solchen Versuchen über die wahrscheinlich gröſste Kraft, welcher sie als Kette zu widerstehen bestimmt sind, belasten, oder durch Hammerschläge und ähnliche Mittel im höchst ge-

spannten Zustande mifshandeln sollte, weil sonst ein selbst vollkommenes Materiale in der Probe erst Beschädigungen erhalten kann, die sich zwar im Augenblicke der Probe nicht zeigen, aber durch den Einflufs der künftigen, zwar minderen, aber unausgesetzten Belastung endlich doch merklich werden, oder gar ein Abspringen veranlassen. Solche Proben scheinen mir in diesem Falle, so wie überhaupt, unzweckmäfsig, und sogar gefährlich. Wenn man zum Beispiel Gewehrläufe, die in der Regel der Entzündung eines Schusses Pulver widerstehen sollen, mit drei- und vierfacher Ladung tormentiret: wie leicht kann es sich ereignen, dafs der vollkommen gesunde Lauf, wenn er auch nicht gleich bei der Tormentirung springt, doch einen feinen Sprung erleidet, der ihn erst in der Folge unfähig macht, einen einfachen gewöhnlichen Schufs auszuhalten. Solche Untersuchungen sind in ihren Wirkungen selbst Zerstörungsanlässe, und machen, dafs der Körper, der ihnen unterworfen wird, durchaus minder verläfsig nach ihrer Anwendung ist, als er vorher war.

Diese, dem eigentlichen Gegenstande meiner Mittheilung zwar fremde Bemerkungen, habe ich keinesweges vorausgehen lassen, um etwa zu verhüten, dafs man auch mein, zu solchen Ketten vorgeschlagenes Material, nämlich Stahl, mit solchen heroischen Kraftversuchen, etwa mehr als Eisen zu verschonen brauchte; im Gegentheile, wenn es sich bei selben um das Maximum des Widerstandvermögens handelt, mag Jedermann diese oder sonst was immer für Anstrengungen an selben ausüben, besonders wenn das daraus verfertigte Kettenglied nicht zum wirklichen künftigen Gebrauch, sondern zum endlichen Abspringen bestimmt ist. Nur die Vorliebe für das System der Kettenbrücken, und die gerechte Sorge, dafs bei dessen nicht genug anzu-

empfehlender Anwendung doch leicht durch zu wenig oder zu viel Vorsicht in Verwendung des Kettenmaterials irgend ein unglückliches, der guten Sache schadendes Ereigniſs herbeigeführt werden kann, zwang mir die Äuſserung dieser Ansicht von Proben solcher Art ab, die nur dann gerechtfertiget sind, wenn man, wie bei dem Bau der Wiener Kettenbrücke, nur die Hälfte der wirklichen Kraft des Eisens, woraus die Ketten bestehen, selbst für den äuſsersten Fall der Belastung in Anspruch genommen, und durch Spannung auf einer eigenen Maschine untersucht hat.

Der Gebrauch eiserner Ketten für Hängebrücken und für Ankertaue ist übrigens wirklich noch zu neu, daſs nicht, ungeachtet der warmen Theilnahme der geschicktesten gelehrten und practischen Männer, die über selbe gedacht und geschrieben haben, noch manches, in der Folge der Zeit, durch Erfahrung und Beobachtung als zweckmäſsig und vortheilhaft für die Anwendung gefunden werden sollte; und als einen Beitrag der Art, glaube ich, daſs auch die Erfahrungen und Versuche, die ich hier zu beschreiben die Absicht habe, einen billigen Anspruch auf das Publicum, und vorzüglich auf die Aufmerksamkeit und weitere sorgfältige Prüfung der practischen und gelehrten Mechaniker und Ingenieure zu machen berechtiget sind. Ich selbst bin weit entfernt, zu glauben, daſs das Wenige, was ich bis zur Stunde mittheilen kann, erschöpfend, und für den Beweis der Sache genügend sey, und bin eben darum fest entschlossen, mit ähnlichen und vollkommen systematischen Versuchen der Art die Richtigkeit meiner Ansicht in der Folge noch näher zu beleuchten; aber doch schon aus dem bis jetzt Erprobten gehen so unläugbar groſse Vortheile und Verbesserungen hervor, daſs mir niemand mit Grund wird den Vorwurf machen können,

diese Mittheilung sey zu voreilig, besonders da ich selbe, mehr als eine Aufforderung, an Männer, die mehr Kenntnisse und Geschick zu solchen Arbeiten als ich haben, anzusehen ersuche, den Gegenstand zu prüfen, als dafs ich verlange, man solle meine Meinung schon als vollendet und erwiesen in der Praxis annehmen.

Die allgemein bekannten Eigenschaften des Stahls, worunter besonders seine Härte, aber eben so seine grofse Sprödigkeit selben ganz vorzüglich charakterisiren, mögen vielleicht die Ursache seyn, dafs man, meines Wissens, noch nirgends auf die Idee verfallen ist, denselben für Hängebrücken, Ketten oder Ankertaue als Materiale zu brauchen, und man scheint bisher durchaus für diesen Zweck sich lieber an das zwar ebenfalls sehr feste, dabei aber sehr zähe und dehnbare Eisen gehalten zu haben.

Nachdem ich vor vielen Jahren, durch die Theilnahme an der Leitung eines Stahlhammers in Kärnthen, mit der Fabrication desselben etwas vertrauter zu werden Gelegenheit hatte, so war es mir sehr lebhaft in Erinnerung, dafs seine Festigkeit wohl eine Eigenschaft sey, die er seinem Mischungsverhältnisse aus Eisen und Kohlenstoff, bei einigen Sorten auch anderen Metallen, als Mangan, Nickel u. s. f. zu danken habe, dafs es aber blofs von der plötzlichen Abkühlung abhängt, ob er auch hart und sprengbar werden soll, was in der Regel von demselben wenigstens als Kaufmannsgut gefordert wird, und daher häufig als eine unzertrennliche, dem Gebrauch desselben als Ketten durchaus unzusagende Eigenschaft, vorausgesetzt wird.

Nebstdem macht man, wie billig, bei jedem Unternehmen, wie das einer Kettenbrücke ist, auch die Betrachtung, dafs das Materiale, besonders wo es in so bedeutender Menge erforderlich ist, zugleich so wohl-

feil als möglich sey; ein Umstand, der dem Eisen, besonders unter gewissen Ortsverhältnissen, und einigen feineren Gattungen von Stahl gegenüber, offenbar den Vorzug der Anwendbarkeit gibt, was ich jedoch in der Folge zu widerlegen hoffe.

Die Sprödigkeit und Sprengbarkeit ist dem Stahle, wie jeder Arbeiter, der mit selbem zu thun hat, weiſs, durch ein Durchglühen in einem so hohen Grade zu nehmen, daſs sich selber wie das weichste Eisen vollkommen schmieden, schweissen und unter jede Form bearbeiten läſst. Wenn selber, ohne wieder gehärtet zu werden, vom Amboſs kommt, so behält er zwar immer einige gröſsere Elasticität und Steifheit als Eisen, ist aber selbst im kalten Zustande hinlänglich biegsam, hält beträchtliche Hammerschläge und Beugungen aus, ohne abzuspringen, und ich kann mir wirklich gar keine Art von Stoſs, Druck oder einer sonstigen äuſseren Einwirkung auf eine Kettenbrücke denken, die der Stahl in diesem Zustande nicht vollkommen und ohne mindesten Nachtheil aushalten würde. Seereisen habe ich zwar nie selbst gemacht, und kann daher die Umstände weniger beurtheilen, in welche Taue auf Seeschiffen kommen können; doch auch Ankertaue aus Stahl, verglichen mit denen aus Eisen, mögen von Seite der Sprengbarkeit durch Seitenstoſs oder Druck im ziemlich gleichem Verhältnisse stehen, dabei aber die ersten, wie die Versuche zeigen, den wirklich ungeheuern Vortheil gewähren, daſs sie kaum ein Drittheil der Schwere und Masse haben dürfen, um mit gleicher Festigkeit dem Sturme und Wellen zu widerstehen.

Eine weitere Betrachtung, die bei der Wahl dieser beiden Ketten-Materialien Statt findet, ist der Einfluſs der Luft, Feuchtigkeit, und insbesondere des gesalzenen Meerwassers auf die Oxydation oder das Rosten derselben.

Hierin wird mir jeder practisch erfahrne Eisen- und Stahlarbeiter, noch mehr aber der Physiker und Chemiker einräumen, daſs der Stahl dem Roste weit mehr widersteht als Eisen, und daſs selbst wirklich vollkommene Säuren, als die so kräftige Salpetersäure, den Stahl bei weitem weniger angreifen als Eisen; ein Umstand, der mithin über den Einfluſs gewöhnlicher atmosphärischer Dünste, des Regen- und Salzwassers gar keine Sorge zuläſst, und im schlimmsten Falle kann der Stahl so gut wie Eisen durch deckenden Firniſs und Anstrich geschützet werden.

Die absolute Kraft des Stahles, das heiſst der Widerstand, den eine aus Stahl verfertigte Stange, versteht sich im weichen Zustande, oder, wie man zu sagen pflegt, abgelassen, entgegen setzet, wenn selbe durch irgend eine Kraft der Länge nach gezogen und abgerissen werden soll, verhält sich bei einigen Gattungen Stahls, die ich untersuchte, gegen das Eisen, was ich ebenfalls bei dem Baue der Sophienbrücke zu prüfen Gelegenheit hatte, wie 5 : 2.

Zu meinem besonderen Vergnügen haben die Versuche, die in der angeschlossenen Tabelle verzeichnet sind, dargethan, daſs der gemeine vollkommen schweiſsbare Stahl, der in der Gegend von Vordernberg in Steiermark erzeuget, und als Stahlbriegel verkauft wird, von allen bisher versuchten dieses günstige Verhältniſs am meisten und bestimmtesten behauptet, und sogar übertroffen hat. Da ich bei der Absicht mich über die Frage der Stärke des Stahles durchaus nicht selbst täuschen, oder durch andere nicht täuschen lassen wollte, so kaufte ich selbst bei einem hiesigen Eisenhändler, von dessen Redlichkeit ich überzeugt war, daſs er über den Fabricationsort des Stahles mich durchaus nicht täuschen würde, solchen Vordernberger Stahl, der auf

hiesigem Platze nicht höher als circa 11 fl. C. M. per Centner zu stehen kommt, dann auch einigen Kärnthnerischen oder Brescianer Stahl; beide Sorten übergab ich zur zweckmäfsigen Ausschmiedung, ohne alle weitere künstliche Bearbeitung oder Gärbung, dem rühmlich bekannten Schlossermeister, Hrn. *Keriker*, mit dem Auftrage, mir von jeder Sorte drei für die mir zu Gebote stehende Hebelmaschine eingerichtete Stahlstangen nach dem Querschnitt, der aus der Versuchstabelle zu entnehmen ist, zu schmieden. Er that dieses auf eine seiner Redlichkeit und Geschicklichkeit entsprechende Art, und war auch selbst bei den Versuchen mitwirkend thätig.

Aufser diesen beiden Stahlgattungen habe ich auch noch folgende feinere Sorten auf gleiche Art behandelt und untersucht.

Eine Gattung damascirten Stahls aus der Fabrik eines sehr geschickten Hammermeisters in Österreich, Hrn. *Daniel Fischer* zu St. Ägidy, der sein übrigens zu gewissen Zwecken treffliches Fabricat selbst zu Untersuchungen dieser Art angeboten hatte. Die zweckmässig verfertigten Stangen hatte er selbst mir eingesendet, und blofs, weil selbe einen etwas zu starken Querschnitt hatten, liefs ich in der mittleren Länge, die so wie bei allen übrigen Stangen ungefähr 21″ betrug, einen Theil ungefähr 6″ lang von den beiden Seiten so weit einfeilen, bis der vierkantige Querschnitt ungefähr etwas mehr als 1 $^1/_2$ Linie an jeder Fläche zum Umfange hatte. Zur mehreren Richtigkeit der Beurtheilung mufs ich beifügen, dafs Hr. *Fischer* mit der Art und Weise, wie der Versuch gemacht wird, als abwesend von hier, nicht bekannt, auf diese kleinen Stahlstangen, gerade in der Mitte, das Wort *damascirt* mit Punzen, zwar ohne sichtbaren Nachtheil, aber ziemlich tief schlagen liefs.

Bei einigen Versuchen sprang die Stange gerade bei diesem eingeschlagenen Worte, bei anderen nicht; aber eine Verletzung kann dann doch hier Statt gefunden haben. Weich war diese Stahlgattung ganz besonders, und jedes Taschenmesser im Stande, beträchtliche Einschnitte auf selber zu machen.

Die vierte Sorte Stahl war ein von dem Schlossermeister des k. k. Hauptmünzamtes in Wien, dem Hrn. *Gerlach*, verfertigter ausgezeichnet feiner Gufsstahl, dessen treffliche Eigenschaften ihn ganz vorzüglich zu Streckwalzen und anderem Münzgeräth, so wie zu den feinsten Schneidewerkzeugen eignen. Die Erzeugung dieses Stahles wird stets ein ausgezeichnetes Verdienst dieses ehrenwerthen Mannes seyn, wenn gleich der natürlich hohe Preis eines so grofsen Feuer- und Tiegelaufwand fordernden Fabricats dasselbe, ungeachtet seines sehr vortheilhaften Kraftverhältnisses, nicht wohl zur Verfertigung von Ketten eignet. Auch so weich als der vorige war er im abgelassenen Zustande nicht, liefs sich aber doch ohne alle Gefahr des Abspringens unter ziemlich scharfen Winkeln biegen und gerade richten, gab kalt dem Hammer leicht nach, und würde sich selbst zum Theil kalt strecken lassen; zum Theil war er, nach Versicherung des Hrn. *Gerlach*, schweifsbar, zum Theil nicht, was von der, in seiner Willkür stehenden, Fabrications-Manipulation abhängen soll, worüber mir nähere Aufklärung zu verschaffen die schuldige Bescheidenheit verbot.

Die Stangen aus diesem Stahl hat Hr. *Gerlach* selbst geschmiedet, und auch persönlich an allen damit gemachten Versuchen thätigen Antheil genommen. Die ausgezeichnete Feinheit des Korns im Bruch dieser Stangen ist mir in einem höheren Grade noch nie vorgekommen, und beweiset die Trefflichkeit und Reinheit des

Materials; besonders soll er eine Politur und Härte annehmen, die ihn den feinsten Sorten englischen Stahls gleich stellt.

Mit Eisen habe ich, wie schon oben erwähnet, bei Gelegenheit des Baues der hiesigen Kettenbrücke, sowohl mit der später zu besprechenden kleinen Hebelmaschine, an zwei bis drei Linien starken Stangen, als auch mit zwei Zoll starken Stangen, wie sie als Bestandtheile der Kette selbst angewendet worden, auf einer nach gleichem Principe verfertigten Maschine, die eine Kraft von mehr als 1200 Centner ausübet, Versuche gemacht. Um nicht zu weitläufig für einen in diesem Journale beschränkten Raum zu werden, mufs ich auf das, was ich darüber in der bei *J. P. Solinger* in Wien im Jahre 1826 herausgegebenen Beschreibung der Sophienbrücke gesagt habe, verweisen; im Allgemeinen aber nur so viel, dafs im Hauptresultat aller Versuche das untersuchte Eisen nicht viel mehr als 400 Centner auf den Quadratzoll trug. Draht, nach einer von meinem Bruder, Hrn. *Ferdinand* Ritter v. *Mittis*, im Jahre 1825 bei Hrn. *Trentschensky* allhier lithographirt herausgegebenen Beschreibung über die von ihm als gröfserem Versuch erbaute, und noch in dem k. k. botanischen Garten der hiesigen Universität stehende Drahtbrücke, trägt im Verhältnisse des kleineren Flächendurchschnittes bedeutend mehr, ja selbst bis 6 und 700 Centner auf den Quadratzoll. Diese Ergebnisse veranlafsten mich, dermal zugleich mit den Stahlversuchen auch ein durch Walzen gestrecktes Eisenblech, ungefähr eine Linie dick, in Form von solchen Stangen, die für die Maschine brauchbar waren, schmieden und ausfeilen zu lassen, und zwar so, dafs eine derselben, der Länge nach, wie das Blech durch die Walze gegangen ist, die zweite aber senkrecht auf die vorige Richtung über quer ausgeschnitten

worden ist; die Resultate des Versuches sind der Tabelle ebenfalls angefüget, haben aber meiner Erwartung keineswegs entsprochen; besonders ist die erstere Stange bei einer viel zu geringen Belastung gebrochen, der Bruch war förmlich in schieferähnlichen Blättern, und mit höchst unförmlichen Kanten erfolget, und einige Blättertheile sprangen sogar heraus, und gingen verloren.

Ob gestreckte Stangen von Eisen statt gehämmerten eine gröſsere Kraft zeigen würden, behalte ich mir noch zu versuchen vor, und habe bereits die Hoffnung, solche von einer unserer vorzüglichsten Eisenfabriken zu erhalten.

Um jene Leser dieses Aufsatzes, für welche die Entscheidung der Frage, ob der Stahl wirklich die von mir nach Versuchen angegebene Kraft habe, ein näheres wissenschaftliches oder practisches Interesse hat, in den Stand zu setzen, die Art und Weise des Verfahrens zu beurtheilen, wie ich bei den gemachten Versuchen zu Werke gegangen bin, mag es vor allem nöthig seyn, in Fig. 1 eine Zeichnung der Maschine vorzulegen, die ich gebrauchte, um die zu prüfenden Stangen nach und nach, und bis zu endlich erfolgtem Bruche zu belasten.

Bei der Einfachheit der Maschine, welche im Grunde nichts als ein gehörig eingerichteter Winkelhebel ist, glaube ich, wird der durch die Zeichnung gegebene verticale Aufriſs der Maschine genügend für den Zweck seyn, die Gebrauchsweise der Maschine und ihre Wirkung zu erklären. Zwei parallel laufende starke Bohlenwände aus festem Eichenholz bilden eine Art von länglichtem Kasten, der mit einer aus gleichem festen Holz verfertigten Wand an der vorderen und rückwärtigen Seite geschlossen ist. Durch die Rückseite *A* gehet ein cylindrisch gebohrtes Loch, hinter welchem von auſsen

eine starke Stahlplatte mit einer gleichmäfsigen Öffnung angebracht ist, um diese Wände gehörig zu verstärken; diese Öffnung ist bestimmt, eine Schraubenspindel *B* aufzunehmen, an deren Kopf eine Art von Kloben *C* zwischen den Seitenwänden, in einer nutförmigen Bahn laufend, vor- und rückwärts sich schiebet, je nachdem die Spindel mit der starken hinter der erwähnten Stahlplatte angebrachten metallenen Schraubenmutter, und einem dazu passenden Schlüssel angezogen wird. Die Vorderwand des Kastens *F* ist ebenfalls mit einer solchen Stahlwand durchaus von aufsen bedeckt; in $^3/_4$ der Höhe derselben ist eine besonders sorgfältig gearbeitete und gehärtete längliche Pfanne, nach aufsen etwas vorragend, befestiget, *G*, und dazu bestimmt, den Ruhepunct des Hebels, der in wagerechter verlängerter Richtung des Kastens von *H* bis *I* reichet, und von seiner keilförmigen Stützungsschneide *K* an bis an die am äussersten Ende an einem genau abgerundeten Bolzen hängende Wagebrücke *L* genau 30 Zoll mifst, aufzunehmen. An derselben vorderen Seite des Kastens raget über selben hin, vom Hebel aus, abermals ein durch starke Eisen- und Stahlbeschläge befestigter horizontal gespaltener Kloben, wie jener an der Spindel zur Aufnahme der zu untersuchenden Stange bestimmt, die mit einem eigenen vertical einzusteckenden Bolzen festgehalten werden. Die Entfernung der Ruhepunctschneide bis zum Mittelpuncte des Horizontal-Bolzens, der den Kloben mit der oberen Kante des Hebels verbindet, ist genau $1\,^1/_2''$, was das Mafs des kürzeren Hebelarmes bildet, der also im Verhältnisse wie 1 zu 20 stehet.

Vom Boden des Kastens oder Maschinkörpers aus, in gleicher Horizontal-Verlängerung, laufen unter dem Hebel hin an jeder Seite verlängerte Balken *N*, die dazu dienen, zwei Paar Seitenstützen aufzunehmen, die, ohne

das freie Spiel des Hebels bei seiner Drehung um die Ruhepunctsschneide zu hindern oder zu hemmen, doch vorbeugen, daſs selber, wenn er nach erfolgtem Bruch der Stange gewaltsam nach auſsen geschleudert wird, nicht zu Boden fällt; zu derselben Absicht befindet sich über den, dem Zugpuncte zunächst befindlichen beiden verticalen Stützen ein Querbalken *P* aufgeschraubt, der unter dem Hebel zwei kleine Schemel *Q* hat, die den frei werdenden Hebel so zu sagen auffangen. An der äuſsersten verticalen Seitenstütze befindet sich bei *R* eine festgeschraubte Spitze, die auf einer an der Hebelseitenfläche angebrachten gravirten Stahlplatte *S* die genaue Horizontallage des Hebels anzeiget, weil nur in dieser Lage der Hebel mit ganzer Kraft wirkt; sobald man hier bemerket, daſs er gegen den Zug der Gewichte hin nachgibt und sinket, so wird die Spindel auf der Rückwand angezogen, und somit die horizontale Stellung hergestellt.

Aus diesem ist leicht begreiflich, daſs jedes Sinken des Hebels nur dann Statt finde, wenn die eingespannte Stange sich der Länge nach strecket. Das Anziehen der Spindel muſs natürlich mit möglichster Gleichförmigkeit, und immer sehr langsam geschehen, um keinen heftigen und gewaltsamen Riſs an der zu versuchenden Stange zu veranlassen. Eine gleiche Vorsicht muſs man auch bei der Auflegung der Gewichte auf die Wagbrücke beobachten; und am zweckmäſsigsten habe ich gefunden, die Vermehrung der Belastung durch Zugabe der Bleischrote zu bewerkstelligen, die man in eine an der Wagbrücke aufgehängte Kiste so lange zugibt, bis die Stange springt, hernach das Ganze wiegt. Der Hebel selbst, welcher von starken verzahnten Eichenbohlen gemacht, und nebstbei mit Stahl und Eisen stark armiret ist, wirket schon für sich durch sein Gewicht

mit 120 Pf. Kraft, und jedes Pfund Gewicht, das auf die Wagbrücke gelegt wird, mit einer Kraft von 20 Pf., wie das Verhältniſs der Länge beider Hebelarme anzeiget.

Fig. 2 ist eine Abbildung der Probestangen; bei *aa* befinden sich die Öhre, mittelst welchen sie in die Spindel und Hebelkloben durch Bolzen befestiget werden, und *bc* ist jener Theil der Stange, welcher den Durchmesser hat, der für die Kraft berechnet wird.

Die gemachten Versuche wurden jederzeit in Gegenwart von mehreren meiner gefälligen Freunde, und Männern von erprobter Sachkenntniſs vorgenommen. Die Erfolge, welche natürlich mit dem aufgelegten Gewichte und mit dem verschiedenen Querschnitte der Stangen im Verhältnisse stehen, wurden immer mit mathematischer Genauigkeit bis in die Hunderttausendstel berechnet.

Aus den sechs mit dem feinsten Guſsstahl vorgenommenen Versuchen ergibt sich als ein Mittelwerth an absoluter Stärke von 1□″ solchen Stahles 107,920 Pf., also eine beinahe drei Mal gröſsere Festigkeit als die des bisher zu Brückenbauten angewendeten Eisens, welches nur eine absolute Kraft von 40,000 Pf. bewiesen hat.

Die fünf Versuche mit Herrn *Fischers* damascirtem Stahl gaben nur 70,220 Pf.; ein Umstand, der es wahrscheinlich macht, daſs der diesem Stahl eingegerbte Eisendraht, der zur Erzeugung des Damaskes nöthig ist, ihm einen Theil der Kraft benimmt.

Die Versuche mit gemeinem steierischen Roh- oder Tannenbaumstahl sind in der Beziehung auf die practische Anwendung unstreitig die vortheilhaftesten; sie gaben bei völliger Gleichheit der einzelnen Resultate eine Kraft von 114,953 Pf. auf 1□″ Durchschnitt, und übertreffen daher das Eisen um 74,953 Pf., also noch mehr als der feinste Guſsstahl.

Zu welchen Erwartungen berechtiget dieses treffliche Material, wenn es nur einiger Maſsen noch durch eine Art Gärbung mehr gereiniget wird? Das Verhältniſs des Preises gegen Eisen, als rohes Material, mag höchstens wie 9 zu 7 seyn, und die Bearbeitung wird wahrscheinlich für Stahl ebenfalls nicht beträchtlich kostbarer seyn. In der Anwendung, besonders für Kettenbrücken, vermindert sich aber die Menge des Gewichtes und Stärke der nöthigen Querschnitte der Ketten nicht nur nach obigem Kraftunterschiede, sondern auch noch überdieſs durch das geringere nöthige Gewicht der Ketten; und selbst die Widerlagen und alle übrigen Befestigungstheile einer solchen Brücke können verhältniſsmäſsig weniger in Anspruch genommen, also mit Ersparungen gebauet werden.

Noch auffallender spricht sich der Vortheil dann aus, wenn von Brückenbauten mit sehr beträchtlichen Spannweiten die Rede ist; zum Beispiel über die Donau bei Pesth, oder hier am Tabor wäre es vielleicht sehr möglich, mit Stahl eine Kettenbrücke ohne alle Mittelpfeiler zu bauen. Wer die Kosten eines solchen in den Strom zu errichtenden Brückenpfeilers berechnet, wird leicht einsehen, daſs die gröſsere Höhe und Stärke der Landpfeiler bei weitem weniger Kosten erfordert. Wenn auch das nicht wäre, so würde die volle Freiheit des Flusses für die Schifffahrt bei Eisgängen und Überschwemmungen die höchste Sicherheit für die Brücke, und die Entfernung jedes Anlasses zu einem Unglück mit sich bringen.

Die drei Versuche mit dem sogenannten Brescianer Stahl sind weniger gleichförmig in ihren Resultaten, Ihr Mittelwerth an absoluter Kraft, die 90,000 Pf. beträgt, ist immerhin noch groſs genug; allein weder der Preis noch eine sonstige Betrachtung scheinet für den Gebrauch

dieser Gattung, wenigstens nach diesen ersten vorläufigen Versuchen, zu sprechen, die aber ohnehin noch vervielfältiget, und für diese Gattung Stahl, so wie für alle übrigen auch im Grofsen unternommen werden müssen.

Die ferneren Resultate seiner Zeit nachzutragen und bekannt zu machen, wird der Verfasser dieses Aufsatzes nicht unterlassen *).

Über die physische Ursache, welche diese bei weitem gröfsere Festigkeit des Stahls begründet, schon dermal ein bestimmtes Urtheil zu fällen, würde etwas vorlaut seyn; aber als eine oberflächige Bemerkung sey es gesagt, dafs ich bemerkte, dafs alle die Stangen, welche abgerissen worden sind, dem Zug der Gewichte bei weitem weniger durch Zusammenziehung des Querschnittes nachgegeben haben, als ich dieses bei allen Eisengattungen, selbst lange vor dem Maximum der Belastung, erfahren habe.

Die constante Behauptung des einmal gegebenen Querschnittes, scheinet mir, würde bei gehärtetem Stahl vielleicht noch gröfser seyn, und Versuche würden uns darüber belehren; allein wegen der damit verbundenen gröfseren Sprengbarkeit frägt es sich sehr, ob man für die Praxis davon Gebrauch machen kann, oder wenigstens, welchen Grad der Härtung man etwa geben dürfe?

*) Nachdem die oben beschriebenen Versuche hier gemacht, und sogar dieser Bekanntmachungsaufsatz verfafst war, gelangte der Verfasser zur Kenntnifs einiger, von dem Hrn. *Georg Rennier*, jun., angestellter ähnlicher Versuche, die Hr. *T. Tredgold* in den Verhandlungen der königl. englischen Gesellschaft bekannt gemacht hat.

Nach diesen Versuchen, die auf österreichisches Mafs und Gewicht für den Quadratzoll reducirt sind, beträgt die Stärke von englischem Gufsstahl 116,992 Pf., des gesammten gemeinen Stahls 116,016 Pf., und des deutschen Stahls 111,216 Pf. Eine neue Bestätigung der angezeigten Resultate.

Tabelle über die Versuche in Beziehung der absoluten Festigkeit einiger Gattungen inländischen Stahls.

Zahl des Versuches	Stahlgattung.	Breite jeder Seitenfläche der untersuchten vierkantigen Stahlstangen in Decimal-Theilen des Wiener Zolles.	Flächendurchschnitt der Stange in Decimal-Theilen des Wiener Quadratzolles.	Specifisches Gewicht der Gattung Stahl.	Gewicht, welches die Stange bis zum Bruche trug.	Anzahl der Stangen, deren Durchschnitt zusammen 1□″ betragen würde.	Belastung für einen Querschnitt von 1□″.
1	Herrn *Gerlach's* Gufsstahl.	0,1201	0,014	7,898	1500 Pf.	69	103500 Pf.
2		0,1158	0,0138		1580 »	72	113760 »
3		0,1	0,01		1220 »	90	109800 »
4		0,08	0,0073		840 »	136	114240 »
5		0,095	0,0099		1160 »	101	11760 »
6		0,1169	0,1366		1220 »	73	89060 »
1	Herrn *Daniel Fischer's* damascirter Stahl.	0,1230	0,015	7,797	1220 »	65	79300 »
2		0,1131	0,0128		860 »	78	67080 »
3		0,1291	0,0166		1160 »	60	69600 »
4		0,1131	0,0128		840 »	78	65520 »
5		0,13	0,0169		1160 »	60	69600 »
1	Vordernberger Rohstahl.	0,1158	0,0134	7,3	1540 »	74	113960 »
2		0,1152	0,0132		1500 »	75	112500 »
3		0,1116	0,0124		1480 »	80	118400 »
1	Brescianer Stahl aus Kärnthen.	0,1122	0,0126	7,378	970 »	80	77600 »
2		0,1098	0,01206		1050 »	83	87150 »
3		0,111	0,0123		1300 »	81	105300 »
1	Gewalztes Eisenblech, der Länge nach geschnitten		0,02596	7,857	840 »	38,5	32340 »
2	Dasselbe nach der Quere geschn.		0,03		1260 »	33,8	41958 »

II.

Über die Veränderung des Gefrierpunctes an Quecksilber-Thermometern,

vom

Ritter von *Bürg.*

(Aus einem Schreiben des Herrn Verfassers an *A. B.*)

Am 28. December des verflossenen Jahres untersuchte ich die Gefrierpuncte an meinen Thermometern, und fand die Behauptung bestätiget, dafs die Gefrierpuncte luftleer gemachter Thermometer in Folge der Zeit steigen; der Unterschied war jedoch nicht so grofs, als ich nach den Erfahrungen Anderer erwartet hatte. Ich besitze nur einen Thermometer, welcher nicht mehr luftleer ist, weil das obere Ende der Röhre durch einen Zufall abgebrochen und wieder zugeschmolzen wurde; den Gefrierpunct an diesem Thermometer fand ich bei der letzten Untersuchung vollkommen richtig bestimmt, bei allen übrigen blieb das Quecksilber in der Röhre $^1/_4$ bis $^1/_3$ eines Reaumur'schen Grades über dem eingeschnittenen Zeichen. Zur Bestimmung selbst wählte ich sehr klein zerstofsenes Eis, und sah sorgfältig darauf, dafs zwischen den Kugeln und dem Eise keine merklichen Zwischenräume blieben; um aber jeden Zweifel zu beseitigen, senkte ich einen meiner besten Thermometer, dessen Kugel $3\,^3/_4$ Linien im Durchmesser hat, und an dessen Scale 1^0 Réaumur 2,5 L. beträgt, in ein Gefäfs mit Wasser, und setzte dasselbe während der Nacht der freien Luft aus. Morgens fand ich die Oberfläche des Wassers gefroren, um die Kugel war aber dasselbe noch flüssig. Das Quecksilber in der Röhre blieb unverändert, selbst nachdem ich die Eisrinde zerbrochen hatte,

$^1/_8{}^0$ über dem eingeschnittenen Zeichen. In der Schätzung des Bruchtheiles konnte ich mich in so ferne nicht leicht irren, weil die Scale in halbe Grade getheilt, und der vierte Theil einer solchen Unterabtheilung noch sehr augenfällig ist. — Die Gefrierpuncte an meinen Thermometern sind übrigens zuerst vor zehn bis zwölf Jahren, und nicht alle zu gleicher Zeit bestimmt worden. Defswegen, weil das Resultat meiner Beobachtungen kleiner war, als ich nach den Beobachtungen Anderer erwartete, erlaube ich mir keinesweges die Genauigkeit der letzteren zu bezweifeln, denn es ist mir begreiflich, dafs die Änderung beträchtlich seyn könne, wenn der Durchmesser der Kugel grofs, und die Scale verhältnifsmäfsig klein ist.

III.

Analyse des zum Wiener Pakfong verwendeten Nickels,

vom

Med. Dr. Ritter von *Holger*.

Da die Trennung des Nickels von andern Metallen, und vorzüglich vom Arsenik, unter die schwierigsten Arbeiten des Chemikers gehört, war es allgemeiner Wunsch, die Reinheit des vom Hrn. von *Gersdorf* dargestellten, und zu der unter dem Namen Wiener Pakfong verwendeten Metallcomposition verwendeten Nickels zu prüfen; zumal da das Pakfong auch zur Verfertigung von Efslöffeln dient, wobei ein gröfserer Arsenikgehalt nicht ohne Nachtheil für die Gesundheit seyn würde.

Das zur Untersuchung verwendete Nickel ist nicht

der, unter dem Namen Nickelschwamm von *Otto Erdmann* in den Jahrbüchern der Chemie und Physik von *Schweigger* 1826 angeführte, früher zur Erzeugung des Pakfongs verwendete Körper, sondern ein, nach einer neuen, noch nicht bekannt gemachten Methode, gereinigtes Nickel, welches vom Magnete stark gezogen wird, metallglänzend, von körnigem Gefüge, ähnlich dem weifsen Speifskobalte ist, und Spuren des unvollendeten Schmelzens an sich trägt.

100 Gr. dieses Nickels wurden in verdünnter Schwefelsäure, mit Beihülfe der Wärme, unter beständigem Zufügen kleiner Antheile Salpetersäure, aufgelöst, mit der Absicht, das vorhandene Arsenik in Arseniksäure umzuwandeln. Es blieben 2,22 unauflösliches Nickelkarbonid, welches abgesondert wurde.

Durch die Auflösung wurde Schwefelhydrogengas zu wiederholten Malen, nach gehörig abgewarteten Zwischenzeiten, geleitet, indem Arseniksäure erst nach längerer Berührung durch dieses Gas gefällt wird, bis sich endlich die Flüssigkeit nicht mehr trübte; der erhaltene rothbraune Niederschlag konnte ein arsenikgeschwefelter Kupferschwefel seyn, da die Abwesenheit des Bleies schon durch die Auflösung des Nickels in Schwefelsäure, ohne schwefelsaures Bleioxyd abzusetzen, hinreichend bewiesen war. Er wurde in Salpetersäure gekocht, der ausgeschiedene Schwefel abgesondert, und aus der neutral gemachten Flüssigkeit zuerst durch karbonsaures Kali das Kupferoxyd, dann durch salzsaures Eisenperoxyd die Arseniksäure gefällt, beide Niederschläge gut gewaschen, getrocknet, und aus ihnen die Menge des im Nickel vorhandenen Kupfers und Arseniks berechnet.

Die übrige Auflösung wurde neutralisirt, und durch benzoesaures Kali aus ihr das Eisenoxyd gefällt. Der Niederschlag wurde ausgeglüht; da aber dabei Eisenprotoxyd

und Peroxyd in einem nicht genau zu bestimmenden Verhältnisse erzeugt werden, wurde der Rest des Ausglühens in Salpetersäure gekocht, aus dieser Lösung das Eisen als Pariserblau gefällt, und nach dem bekannten Verhältnisse (1 Th. Pariserblau gibt nach dem Ausglühen 0,52 Eisenperoxyd) der Eisengehalt des Nickels berechnet.

Die vom benzoesauren Eisenperoxyde abgesonderte Auflösung wurde, nach *Philips* Methode, zuerst mit Ammoniak versetzt, dann durch Ätzkalilösung hieraus das Nickeloxydhydrat gefällt, dieses getrocknet, und nachdem das chemisch gebundene Wasser im verschlossenen Gefäfse abdestillirt war, auf Metall berechnet.

Der Rest der Auflösung war zwar deutlich rosenroth gefärbt, Kobalt war aber doch in so geringer Menge darin vorhanden, dafs es auf keine Art daraus gefällt werden konnte, sondern durch Subtraction bestimmt wurde.

Hundert Theile des zu dieser Analyse verwendeten Nickels bestehen sonach aus

unauflöslichem Nickelkarbonid .	2,22
reinem Nickel	92,59
Kupfer	00,94
Arsenik	1,20
Eisen	2,82
Kobalt	0,23
	100,00.

Das mir zugleich übergebene Pakfong bestand nach Hrn. von *Gersdorfs* eigener Angabe

aus Kupfer	$2\,^3/_4$	
Nickel	1	
Zink	$^3/_4$	Theilen;

es enthielt sonach auf Hunderttheile berechnet:

Kupfer	61,12
Nickel	22,22
Zink	16,66
	100,00.

Vergleicht man nun die gelieferte Analyse des Nickels mit den Bestandtheilen des Pakfongs, so enthält letzteres in hundert Theilen:

Kupfer	61,32
Nickel	20,57
Zink	16,66
Eisen	00,62
Arsenik	00,26
Kobalt	00,05
	99,48.

Die fehlenden 00,52 beziehen sich auf das unauflösliche Nickelkarbonid, welches hier unbedenklich als reines Nickel angenommen werden kann.

* * *

Um der Bemerkung zu begegnen: es dürfte vielleicht blofs das Nickel Arsenik enthalten, dieses aber während des Verschmelzens zu Pakfong verflüchtiget werden, und das Pakfong sonach ganz arsenikfrei seyn; wurde das Pakfong nach der bereits beim Nickel angewendeten Methode untersucht, und ebenfalls ein Niederschlag von arseniksaurem Eisen erhalten, der dafür sprach, dafs die berechnete Menge in demselben vorhanden sey.

100 Th. Pakfong verloren im destillirten Essig nach achtzehn Tagen 0,77. — 100 Th. 13löthiges Probesilber unter denselben Bedingungen 0,07.

100 Th. Pakfong verloren in concentrirter Essigsäure in dreifsig Tagen 2,17; weder in der ersten noch in der zweiten Auflösung zeigte schwefelsaures Ammo-

niakkupfer eine Spur Arsenik an. Arsenikmetall, in concentrirter Essigsäure vier Tage stehen gelassen, löste sich nicht im geringsten auf. Eben so wenig war, als es mit concentrirter Essigsäure gekocht wurde, eine Spur von aufgelöstem Arsenik in der neutralisirten Säure zu entdecken.

Sonach verdient es gerügt zu werden, daſs die allgemeine Zeitung, Beilage, Nro. 337, 1826, das Wiener Pakfong dem Schneeberger Argentan als *arsenikhaltiges Weiſskupfer* gegenüber stellt, und die Verarbeitung des ersteren an der Stelle des letzteren *trügerische* Verfälschung nennt. Dieser Name könnte dieser Vertauschung nur dann beigelegt werden, wenn bei dem Gebrauche der aus Pakfong verfertigten Eſslöffel Arsenikvergiftung zu befürchten stünde. Dagegen spricht indessen die geringe Menge des in dem Pakfong vorhandenen Arseniks, indem ein ganzer Eſslöffel, zu drei Loth angenommen, nicht mehr als 0,0072 oder 0,017 Gran Arsenik enthält: eine Menge, die wir in den meisten käuflichen Zinngeschirren gewiſs auch nachweisen könnten; dann die Unauflöslichkeit des Arsenikmetalls in Essigsäure, als der stärksten Säure, womit das Pakfong beim Speisengenusse in Berührung kommen kann.

Es wird gewiſs jeder Chemiker das Bemühen *Gersdorf's*, ein bis auf diesen Grad gereinigtes Nickel im Groſsen darzustellen, dankbar erkennen, und an dieser erfreulichen Erscheinung im Gebiete der Chemie um so mehr Antheil nehmen, als bei dem fortgesetzten Streben Hrn. v. *Gersdorf's* nach möglichster Reinigung seines Erzeugnisses mit Grund zu erwarten ist, daſs der gegenwärtig erzeugte Nickel schon als chemisch rein wird anerkannt werden müssen.

IV.

Über den unterphosphorigsauren Kalk und dessen Zersetzung,

von

J. Bachmann.

Phosphorcalcium wird mit kochendheifsem Wasser übergossen, durch 8 bis 10 Stunden unter öfterem Umrühren digerirt, filtrirt, mit heifsem Wasser gewaschen; das Filtrat durch einen Strom Kohlensäure vom überschüssig anwesenden Kalke befreit, erhitzt, filtrirt, und zur Krystallisation abgedampft; da der Unterschied der Löslichkeit des Salzes im kalten, oder heifsen Wasser nur geringe ist, so krystallisirt es am besten während des allmählichen Abrauchens.

Die Auflösung des Salzes wurde bis zur staubigen Trockne gebracht, wobei die Hitze + 100 C. nicht viel übersteigen darf, indem sonst das Salz sehr leicht den Anfang einer Zersetzung erleidet, welchen man leicht an dem eigenen brenzlich stechenden Geruche bemerkt, der ihm sonst durchaus nicht eigen ist. Sonst hat es einen bitteren, ekelhaften Geschmack, eine reine weifse Farbe, ist sehr leicht im Wasser löslich; erhitzt sublimirt sich etwas, welches aber wohl dem Fortreifsen von Phosphorhydrogen, welches sich dabei in grofser Menge entbindet, zuzuschreiben ist; mit rauchender Salpetersäure in nicht zu grofser Menge übergossen (damit der Überschufs derselben das Gemenge nicht zu sehr abkühle) entzündet es sich; mit salpetersaurem und chlorigtsaurem Kali gemengt verpufft es äufserst heftig; ein Gemenge von 3 Grammen des letztern, mit 5 Grammen Quarz und 2 Grammen Salz, entzündete sich wäh-

rend des Mengens; das Product war phosphorsaurer Kalk, phosphors. Kali und Chlor. Salpetersaures Silber reducirt es fast augenblicklich, der Niederschlag ist anfangs schwarzbraun, geht aber bald ins Grauliche über, während sich die Flüssigkeit mit einem metallischen Häutchen bedeckt. Man erhält daraus die unterphosphorige Säure, wenn das Salz mit verdünnter Schwefelsäure übergossen, digerirt, filtrirt, unter der Luftpumpe abgedampft, und dann die Säure von dem sich noch ausscheidenden Gypse abgegossen wird; selbe ist fast ganz rein.

Die Zusammensetzung des Salzes auszumitteln, wurden folgende Versuche angestellt.

a) 100 Theile des bis zur staubigen Trockne gebrachten Salzes wurden mit einem Überschufs rauchender Salpetersäure übergossen; nachdem die heftigste Einwirkung vorüber war, wurde die Masse geglüht; gewogen gab selbe 111·0 eines Salzes, welches auf Platin vor dem Löthrohre anfangs zu einer trüben Perle schmolz, welche beim Weifsglühen unter Entwickelung eines Rauches helle wurde. Um mich noch mehr zu überzeugen, wurden

b) 100 Theile Salz, in Wasser gelöst, mit kleesaurem Ammoniak gefällt, der Präcipitat sammt dem Filter geglüht, bis er weifs wurde, mit einigen Tropfen kohlensaurem Ammoniak übergossen, und bis zum Glühen erhitzt; er gab 56·3 kohlensauren Kalk, welchem demnach 31·7 reine Kalkerde entsprechen, und daher sind die nach (*a*) erhaltenen 111·0 Gewichtstheile saurer phosphors. Kalk ($\dddot{P}{}^{2}\,\ddot{C}a$), welchem wieder 34·89 Phosphor entsprechen.

Wird unterphosphorigsaurer Kalk durch Glühen zersetzt, so entweicht eine Menge Phosphorhydrogen

und etwas Wasser; allein das Verhältnifs der Luft zum Wasser fällt in mehreren Versuchen verschieden aus, es scheint als hänge diefs von schneller oder langsamer Erhitzung des Salzes ab; das Gas, welches entweicht, ist auch nicht durchaus gleichartig; zuerst entweicht Phosphorhydrogen in maximo, welches sich an der Luft entzündet, später kommt eine Luftart, welche sich an der Luft nicht von selbst entzündet, nicht den unangenehmen Geruch des Phosphorhydrogens in minimo hat, gleichwohl aber angezündet mit heller phosphoriger Flamme brennt Auch die relativen Mengen dieser Gasarten fallen nicht immer gleich aus; von 3·280 Grammen bekömmt man beiläufig 23 Kubikzoll, wovon $^2/_3$ Phosphorhydrogen in max., $^1/_3$ aber die zweite Luftart ist.

c) 4·460 Grammen Salz wurden in einem Kolben, welcher mit einer mit Chlorcalcium gefüllten, und in Quecksilber tauchenden Röhre versehen war, bis zum Glühen der Masse und Senken des Bodens erhitzt. Es entwickelten sich obgenannte Gasarten, Phosphor sublimirte sich im Halse des Kolbens, und der salzsaure Kalk wurde feucht. Nach dem Erkalten wurde die Röhre mit Chlorcalcium gewogen, sie hatte um ·209 zugenommen, der Kolben sammt Inhalte hatte ·589 verloren; er wurde zerschlagen, das rückständige Salz wog 3·577, also der Phosphor im Halse des Kolbens ·294; das 3·577 betragende Salz war blofs an der Oberfläche mit etwas Phosphor durchzogen, sonst schmutzig weifs; es konnte nichts anderes seyn, als Kalk mit Phosphorsäure verbunden, und mufste daher vermöge (*b*) aus 1·413 $\ddot{Ca}$ und 2·164 $\overset{\cdot\cdot\cdot}{\ddot{P}}$ = [·952 P + 1·212 O] bestehen, weil sich bei der Glühhitze keine andere Säure des Phosphors erhalten kann. Da nun die Menge Phosphor in 4·460 Salz 1·556 beträgt, so hat man 1·556 — ·952 — ·294 = ·310,

welche Menge Phosphor in denen ·589 — ·209 = ·380 entwichenen Gasen enthalten seyn mufste, und daher hat man ·380 — ·310 = ·70 Hydrogen, welchem wieder (als Wasser) ·566 Oxygen entsprechen; zieht man diese Menge Oxygen von 1·212 *O*. ab, so bleiben ·646 *O* als der Säure des Salzes angehörig, welche Menge von der (nach der Annahme, dafs die unterphosphorige Säure die Hälfte des Sauerstoffes der phosphorigen enthalte) berechneten ·594 um ·052 verschieden ist; bedenkt man indessen, dafs der Rückstand noch etwas mit Phosphor durchzogen war, und ·052 *O* von ·0065 H. getilgt werden, so ist der Fehler nur geringe.

Es besteht daher das bis zur staubigen Trockne gebrachte Salz aus

	durch Versuche	oder aus	durch Berechnung,
	31·7 $\ddot{C}a$	31·69 $\ddot{C}a$	
	34·8 P	48·27 $P^{1\,1/5}$	
	13·4 O		
	20·1 Aq	20·04 Aq	
	100·0	100·00	

wenn man die Formel $[\ddot{C}a + 2P + 3O + 4Aq]$ annimmt, wornach das Atomengewicht desselben = 2246·38 wäre.

V.

Summirung einer Reihe,

von

Karl Lamla.

Gaufs hat in einer, in dem zweiten Bande der Göttingischen Commentationen befindlichen Abhandlung, die Reihe, deren allgemeines Glied

$$\frac{\alpha(\alpha+1)\ldots(\alpha+n-1)\,\beta(\beta+1)\ldots(\beta+n-1)}{1\,.\,2\ldots\ldots n\,.\,\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+n-1)}\,x^n$$

ist, betrachtet, und dieselbe für den besonderen Fall, wenn $x=1$ gesetzt wird, auf eine äufserst sinnreiche und schöne Weise summirt. Dadurch wurde ich veranlafst, eine etwas allgemeinere Reihe zu behandeln, die aus dem allgemeinen Gliede

$$U_n\,x^n = \frac{[\alpha,\ \alpha+n-1]\ [\beta,\ \beta+n-1]}{[\gamma,\ \gamma+n-1]\ [\delta,\ \delta+n-1]}\,x^n,$$

in welchem das Symbol $[\alpha,\ \alpha+n-1]$ das Product von n Factoren $\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\ldots(\alpha+n-1)$, und die übrigen Symbole ähnliche Producte bedeuten, hervorgeht, wenn man der Gröfse n, von o angefangen, nach und nach alle möglichen positiven und negativen Werthe beilegt, und versuchte, dieselbe doch wenigstens unter einigen Beschränkungen zu summiren.

Um sich eine genaue Vorstellung von der Beschaffenheit letzterer Reihe zu verschaffen, ist es vor allem Anderen nöthig, die Bedeutung von U_n für negative Werthe von n, und für $n=0$ in Erwägung zu ziehen; welches nicht schwierig seyn wird, wenn man nur bemerkt, dafs $[\alpha,\ \alpha+n-1] = \frac{[\alpha,\ \alpha+n+p]}{[\alpha+n,\ \alpha+n+p]}$ ist, wo p jede positive noch so grofse ganze Zahl seyn kann.

Dem zu Folge ist

$$[\alpha,\ \alpha-n-1] = \frac{[\alpha,\ \alpha+p-n]}{[\alpha-n,\ \alpha+p-n]} = \frac{1}{(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-n)},$$

indem man sich p, wie früher erwähnt, so grofs als man will, also auch gröfser als n denken kann. Es ist demnach

$$U_{-n} = \frac{[\alpha,\alpha-n-1][\beta,\beta-n-1]}{[\gamma,\gamma-n-1][\delta,\delta-n-1]} = \frac{(\gamma-1)\ldots(\gamma-n)(\delta-1)\ldots(\delta-n)}{(\alpha-1)\ldots(\alpha-n)(\beta-1)\ldots(\beta-n)}$$

Setzt man in dem Symbole $[\alpha,\ \alpha+n-1]$ Null statt n, so hat man

$$[\alpha, \alpha - 1] = \frac{[\alpha, \alpha + p]}{[\alpha, \alpha + p]} = 1,$$

also $$U_0 = \frac{[\alpha, \alpha - 1]\,[\beta, \beta - 1]}{[\gamma, \gamma - 1]\,[\delta, \delta - 1]} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 1.$$

Bezeichnen wir nun die zu betrachtende Reihe, als von den Gröfsen α, β, γ, δ, x abhängend, kurz durch $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x)$, so hat man

$$f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) = \sum_{-\infty, \infty} U_n x^n,$$

wo das Symbol rechter Hand des Gleichheitszeichens eine Summe von Gliedern, die aus $U_n x^n$ entspringen, indem man der Gröfse n alle zwischen $+\infty$ und $-\infty$ liegenden ganzen Werthe beilegt, bedeutet. Diesem zu Folge hat man für $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x)$ folgende Reihe:

(1) $$f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x) =$$

$$= 1 + \begin{cases} \dfrac{\alpha\beta}{\gamma\delta} x + \dfrac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)\delta(\delta+1)} x^2 + \text{etc.} \\ \dfrac{(\gamma-1)(\delta-1)}{(\alpha-1)(\beta-1)} x^{-1} + \dfrac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{(\alpha-1)(\alpha-2)(\beta-1)(\beta-2)} x^{-2} + \text{etc.}, \end{cases}$$

welche im Allgemeinen sowohl nach der Richtung der positiven als nach jener der negativen Exponenten von x ohne Ende fortschreitet, und also auch im Allgemeinen für keinen von 1 verschiedenen Werth von x convergiren kann. Bricht sie aber z. B. nach der Richtung der positiven Exponenten von x ab, welches der Fall ist, wenn α oder β einen ganzen negativen Werth bekömmt, so convergirt sie für alle Werthe von x, die, numerisch betrachtet, die Einheit übersteigen. Ist sie aber nach der Richtung der negativen Exponenten von x begränzt, sobald nämlich γ oder δ ganz und positiv ist, so findet die Convergenz für alle die Einheit, numerisch betrachtet, nicht erreichenden Werthe von x Statt. Dafs man nach keiner Convergenz zu fragen hat, sobald die Reihe nach beiden Seiten begränzt ist, bedarf wohl kei-

ner Erklärung. Bekömmt aber in unserer Reihe x den Werth ± 1, so wird sie stets convergiren, sobald nur im ersten Falle $\alpha + \beta - \gamma - \delta + 1$, und im zweiten $\alpha + \beta - \gamma - \delta$ negativ ausfällt.

Alle eben gemachten Bemerkungen sind nach den von *Gaufs* in der oben angeführten Abhandlung über Convergenz vorgetragenen Sätzen leicht zu entnehmen.

Wir wollen nun $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, x)$ für den besonderen Fall, als $x = 1$ ist, betrachten, und statt $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, 1)$ kürzer $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ schreiben.

Es wird, wenn man das allgemeine Glied von $f(\alpha - 1, \beta, \gamma, \delta)$, nämlich

$$\frac{[\alpha - 1, \alpha + n - 2]\,[\beta, \beta + n - 1]}{[\gamma, \gamma + n - 1]\,[\delta, \delta + n - 1]},$$

durch V_n bezeichnet:

$$f(\alpha - 1, \beta, \gamma, \delta) = \sum_{-\infty, \infty} V_n;$$

und eben so, wenn W_n das allgemeine Glied $\frac{[\alpha, \alpha + n - 1]\,[\beta + 1, \beta + n]}{[\gamma, \gamma + n - 1]\,[\delta, \delta + n - 1]}$ von $f(\alpha, \beta + 1, \gamma, \delta)$ bedeutet:

$$f(\alpha, \beta + 1, \gamma, \delta) = \sum_{-\infty, \infty} W_n.$$

Um nun die Summation für diesen besonderen Fall, wenigstens zum Theile, zu bewerkstelligen, werden wir trachten, eine Abhängigkeit zwischen den Gröfsen U_n, V_n, W_n zu erforschen, und wollen, um diese leichter zu erkennen, P statt $\frac{[\alpha, \alpha + n - 2]\,[\beta, \beta + n - 1]}{[\gamma, \gamma + n - 1]\,[\delta, \delta + n - 1]}$ schreiben.

Dieser Bezeichnung zu Folge ist

$$U_n = (\alpha + n - 1) P, \quad V_n = (\alpha - 1) P,$$

$$W_n = \frac{(\alpha + n - 1)(\beta + n)}{\beta} P, \quad W_{n-1} = \frac{(\delta + n - 1)(\gamma + n - 1)}{\beta} P,$$

und daher

$$\beta (W_n - W_{n-1}) =$$

$$= [(\alpha + \beta - \gamma - \delta + 1) n + \beta(\alpha - 1) - (\gamma - 1)(\delta - 1)] P.$$

Wie man leicht sieht, ist auch

$$(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,U_n =$$
$$=[(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,n+(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)(\alpha-1)]\,P;$$

also auch, wenn man diese Gleichung von der früheren abzieht:

$$\beta(W_n-W_{n-1})-(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)U_n=(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)\,P$$

Nun ist aber auch, wie deutlich zu sehen,

$$\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,V_n=(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)\,P,$$

daher besteht die Gleichung

$$\beta(W_n-W_{n-1})-(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)U_n=\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,V_n$$

oder

(2) $$\beta(W_n-W_{n-1})=$$
$$=(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,U_n+\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,V_n.$$

Setzt man in dieser Gleichung statt n stufenweise alle zwischen o und $\pm w$ liegenden Werthe, summirt die auf diese Weise hervorgehenden Gleichungen, und bedient sich Kürze halber der Summenzeichen, welche in demselben Sinne wie früher zu nehmen sind, so hat man

(3) $$\beta(W_w-W_{-w-1})=$$
$$=(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\sum_{-w,\,w}U_n+\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\sum_{-w,\,w}V_n.$$

Gibt man aber in derselben vorigen Gleichung der Gröſse n nur die zwischen o und $+w$ liegenden Werthe, und addirt ebenfalls die auf diese Weise entstehenden Gleichungen, so ergibt sich, so wie früher, die Summenzeichen gebrauchend:

(4) $$\beta(W_w-W_{-1})=$$
$$=(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\sum_{0,\,w}U_n+\frac{(\gamma-\alpha)(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\sum_{0,\,w}V_n.$$

Denkt man sich nun sowohl in (3) als (4) w unend-

lich wachsend, geht auf die Gränzen über, und deutet die Gränze einer Variablen durch das Vorsetzen der Sylbe *lim.* an, so hat man folgende Gleichungen:

$$\beta\,(\text{lim.}\,W_w - \text{lim.}\,W_{-w-1}) =$$
$$= (\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,\text{lim.}\underset{-w,\,w}{\Sigma U_n} + \frac{(\gamma-\alpha)\,(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,\text{lim.}\underset{-w,\,w}{\Sigma V_n},$$

$$\beta\,(\text{lim.}\,W_w - W_{-1}) =$$
$$= (\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,\text{lim.}\underset{0,\,w}{\Sigma U_n} + \frac{(\gamma-\alpha)\,(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,\text{lim.}\underset{0,\,w}{\Sigma V_n}.$$

Setzt man nun die Convergenz von $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ voraus, so führt dieselbe nothwendig auch die Convergenz von $f(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta)$, und doch wenigstens die unendliche Abnahme der Glieder in $f(\alpha, \beta+1, \gamma, \delta)$ nach beiden Richtungen, das ist, das Nullseyn von lim. W_w und lim. W_{-w-1} herbei.

Daraus folgt nun, indem man berücksichtiget, dafs

$$\text{lim.}\underset{-w,\,w}{\Sigma U_n} = f(\alpha, \beta, \gamma, \delta) =$$
$$= 1 + \begin{cases} \dfrac{\alpha\cdot\beta}{\gamma\cdot\delta} + \dfrac{\alpha\,(\alpha+1)\,\beta\,(\beta+1)}{\gamma\,(\gamma+1)\,\delta\,(\delta+1)} + \text{etc.} \\[2ex] \dfrac{(\gamma-1)\,(\delta-1)}{(\alpha-1)\,(\beta-1)} + \dfrac{(\gamma-1)\,(\gamma-2)\,(\delta-1)\,(\delta-2)}{(\alpha-1)\,(\alpha-2)\,(\beta-1)\,(\beta-2)} + \text{etc.} \end{cases}$$

und $\text{lim.}\underset{-w,\,w}{\Sigma V_n} = f(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta)$ ist:

$$(5)\quad (\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,f(\alpha, \beta, \gamma, \delta) + \frac{(\gamma-\alpha)\,(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,f(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta) = 0;$$

und auf gleiche Weise

$$(6)\quad (\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)\,\varphi(\alpha, \beta, \gamma, \delta) + \frac{(\gamma-\alpha)\,(\alpha-\delta)}{\alpha-1}\,\varphi(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta) + \frac{(\gamma-1)\,(\delta-1)}{\alpha-1} = 0,$$

wenn man $\varphi(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ statt der Reihe

$$1 + \frac{\alpha\cdot\beta}{\gamma\cdot\delta} + \frac{\alpha\,(\alpha+1)\,\beta\,(\beta+1)}{\gamma\,(\gamma+1)\,\delta\,(\delta+1)} + \text{etc.}$$

setzt, und bemerkt, dafs

$$\beta W_{-1} = \frac{(\gamma-1)(\delta-1)}{\alpha-1} \text{ ist.}$$

Convergirt also $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, das heifst, ist $\alpha+\beta-\gamma-\delta+1$ negativ, so hat man aus (5)

$$(7) \quad f(\alpha-1, \beta, \gamma, \delta) = \frac{(\alpha+\beta-\gamma-\delta+1)(\alpha-1)}{(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)} f(\alpha, \beta, \gamma, \delta),$$

welche Gleichung für den Fall, als $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ nach beiden Richtungen abbricht, auch wenn $\alpha+\beta-\gamma-\delta+1$ nicht negativ seyn sollte, Statt findet.

Dafs das eben Gesagte auch auf (6) ausgedehnt werden kann, ist für sich klar.

Setzt man sowohl in (6) als (7) $\delta = 1$, und $-\alpha+1$ statt α, indem α eine ganze positive Zahl bedeutet, so erhält man, da der früher erwähnte Fall eintritt:

$$(8) \quad f(-\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{\alpha+\gamma-\beta-1}{\gamma+\alpha-1} f(-(\alpha-1), \beta, \gamma, 1),$$

und eben so

$$\varphi(-\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{\alpha+\gamma-\beta-1}{\gamma+\alpha-1} \varphi(-(\alpha-1), \beta, \gamma, 1),$$

also dieselbe Abhängigkeit wie in der früheren Gleichung, welches nicht befremden kann, indem, wie man leicht sieht:

$$f(-\alpha, \beta, \gamma, 1) = \varphi(-\alpha, \beta, \gamma, 1)$$
$$= 1 - \frac{\alpha.\beta}{1.\gamma} + \frac{\alpha(\alpha-1)\beta(\beta+1)}{1.2.\gamma(\gamma+1)} - \text{etc.},$$

welche Reihe rechter Hand des Gleichheitszeichens, da α eine ganze positive Zahl bedeutet, nothwendig abbrechen mufs, und $(-1)^\alpha \cdot \frac{\beta(\beta+1)\ldots(\beta+\alpha-1)}{\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+\alpha-1)}$ zum letzten Gliede hat.

Aus (8) folgt, wenn man $f(-\alpha)$ kurz statt $f(-\alpha, \beta, \gamma, 1)$ schreibt:

$$f(-(\alpha-1)) = \frac{\alpha+\gamma-\beta-2}{\gamma+\alpha-2} f(-(\alpha-2))$$

$$f(-(\alpha-2)) = \frac{\alpha+\gamma-\beta-3}{\gamma+\alpha-3} f(-(\alpha-3))$$

. . . .

$$f(-1) = \frac{\gamma-\beta}{\gamma} f(0).$$

Es ist demnach

$$f(-\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{(\gamma-\beta)(\gamma-\beta+1)\ldots\ldots(\gamma-\beta+\alpha-1)}{\gamma(\gamma+1)\ldots\ldots\ldots\ldots(\gamma+\alpha-1)},$$

indem $f(0) = 1$; und man hat für jeden positiven ganzen Werth von α folgende Gleichung:

$$(9)\quad 1 - \frac{\alpha.\beta}{1.\gamma} + \frac{\alpha(\alpha-1)\beta(\beta+1)}{1.2.\gamma(\gamma+1)} - \text{etc.} = \frac{(\gamma-\beta)\ldots(\gamma-\beta+\alpha-1)}{\gamma\ldots(\gamma+\alpha-1)}.$$

Setzt man in (6) oder (7) $\delta = 1$, so erhält man, unter der Voraussetzung, dafs $\alpha+\beta-\gamma$ negativ sey:

$$(10)\quad f(\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{\alpha-\gamma}{\alpha+\beta-\gamma} . f(\alpha-1, \beta, \gamma, 1).$$

Denkt man sich nun α ganz und positiv, so erhält man, die frühere kürzere Bezeichnung gebrauchend:

$$f(\alpha-1) = \frac{\alpha-\gamma-1}{\alpha+\beta-\gamma-1} f(\alpha-2),$$

$$f(\alpha-2) = \frac{\alpha-\gamma-2}{\alpha+\beta-\gamma-2} f(\alpha-3),$$

. . . .

$$f(1) = \frac{1-\gamma}{1+\beta-\gamma} f(0), \quad f(0) = 1,$$

also $$f(\alpha, \beta, \gamma, 1) = \frac{(1-\gamma)\quad(2-\gamma)\ldots(\alpha-\gamma)}{(1+\beta-\gamma)(2+\beta-\gamma)\ldots(\alpha+\beta-\gamma)}.$$

Man hat daher unter der Voraussetzung, dafs α ganz und positiv, und $\alpha+\beta-\gamma$ negativ sey, folgende Gleichung:

$$(11)\quad 1 + \frac{\alpha.\beta}{1.\gamma} + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1.2.\gamma(\gamma+1)} + \text{etc.} = \frac{(1-\gamma)\ldots(\alpha-\gamma)}{(1+\beta-\gamma)\ldots(\alpha+\beta-\gamma)}.$$

Die Reihe linker Hand des Gleichheitszeichens geht ohne Ende fort, so lange β keinen ganzen negativen Werth erhält.

Setzt man in (11) $\alpha = 1$, so bekömmt man, unter der Beschränkung, dafs $\beta - \gamma + 1$ negativ sey:

$$(12)\quad 1 + \frac{\beta}{\gamma} + \frac{\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)} + \frac{\beta(\beta+1)(\beta+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} + \text{etc.} = \frac{\gamma-1}{\gamma-\beta-1}.$$

Setzt man in (12) $\beta = \frac{m}{p}$ und $\gamma = \frac{n}{p}$, so wird, da wir uns p immer positiv denken können, unter der Voraussetzung, dafs $m - n + p$ negativ sey:

$$(13)\quad 1 + \frac{m}{n} + \frac{m(m+p)}{n(n+p)} + \frac{m(m+p)(m+2p)}{n(n+p)(n+2p)} + \text{etc.}$$
$$= \frac{n-p}{n-p-m}.$$

Setzt man in (12) $\beta = 1$, so wird, wenn $\gamma > 2$:

$$(14)\quad 1 + \frac{1}{\gamma} + \frac{1 \,.\, 2}{\gamma(\gamma+1)} + \frac{1 \,.\, 2 \,.\, 3}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} + \text{etc.} = \frac{\gamma-1}{\gamma-2}.$$

Aus (14) ergeben sich, wenn man statt γ nach und nach 3, 4, 5, etc. setzt, stufenweise die Summen der reciproken figurirten Zahlen, von der dritten Ordnung angefangen.

Denken wir uns in $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, δ ganz und positiv, und statt α die Gröfse $-\alpha + 1$, in welcher α ganz und positiv ist, gesetzt, so wird $f(-(\alpha-1), \beta, \gamma, \delta)$ nothwendig aus einer begränzten Anzahl von Gliedern bestehen, und demnach ohne Weiteres die Gleichung (7) Statt finden. Bedient man sich nun wie früher der kürzeren Bezeichnung, so wird

$$f(-\alpha) = \frac{(\alpha+\gamma+\delta-\beta-2)\,\alpha}{(\alpha+\gamma-1)(\alpha+\delta-1)} f(-(\alpha-1))$$

$$f(-(\alpha-1)) = \frac{(\alpha+\gamma+\delta-\beta-3)(\alpha-1)}{(\alpha+\gamma-2)(\alpha+\delta-2)} f(-(\alpha-2))$$

. . . .

$$f(-1) = \frac{(\gamma+\delta-\beta-1) \cdot 1}{\gamma \cdot \delta} f(0),$$

und daher

$$f(-\alpha, \beta, \gamma, \delta) =$$
$$= \frac{(\gamma+\delta-\beta-1) \ldots (\gamma+\delta-\beta+\alpha-2) \cdot 1 \cdot 2 \ldots \alpha}{\gamma(\gamma+1) \ldots (\gamma+\alpha-1)\,\delta(\delta+1) \ldots (\delta+\alpha-1)} f(0, \beta, \gamma, \delta);$$

$f(0, \beta, \gamma, \delta)$ ist aber, wie man sieht, die Reihe

$$1 - \frac{(\gamma-1)(\delta-1)}{1 \cdot \beta-1} + \frac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{1 \cdot 2 \cdot (\beta-1)(\beta-2)} - \text{etc.},$$

welche sich, da δ, der Voraussetzung gemäſs, ganz und positiv ist, nach (9) wird summiren lassen, indem man dort $\delta-1$ statt α, $-\gamma+1$ statt β, und $-\beta+1$ statt γ setzt.

Man erhält auf diese Weise

$$f(0, \beta, \gamma, \delta) = \frac{(\beta-\gamma)(\beta-\gamma-1) \ldots (\beta-\gamma-\delta+2)}{(\beta-1)\,(\beta-2) \ldots (\beta-\delta+1)}.$$

Es besteht demnach unter der Voraussetzung, daſs α und δ ganze positive Zahlen sind, folgende Gleichung:

$$(15)\quad 1 + \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma \cdot \delta} + \frac{\alpha(\alpha-1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)\delta(\delta+1)} - \ldots \\ \quad \ldots + (-1)^{\alpha} \cdot \frac{\alpha \ldots 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \beta \ldots (\beta+\alpha-1)}{\gamma \ldots (\gamma+\alpha-1)\,\delta \ldots (\delta+\alpha-1)} \\ -\frac{(\gamma-1)(\delta-1)}{(\alpha+1)(\beta-1)} + \frac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{(\alpha+1)(\alpha+2)(\beta-1)(\beta-2)} - \ldots \\ \quad \ldots + (-1)^{\delta-1} \cdot \frac{(\gamma-1) \ldots (\gamma-\delta+1)(\delta-1) \ldots 1}{(\alpha+1) \cdot (\alpha+\delta-1)(\beta-1) \ldots (\beta-\delta+1)} \end{array} \right.$$

$$= \frac{(\gamma+\delta-\beta-1) \ldots (\gamma+\delta-\beta+\alpha-2) \cdot 1 \cdot 2 \ldots \alpha(\beta-\gamma-\delta+2) \ldots (\beta-\gamma)}{\gamma(\gamma+1) \ldots (\gamma+\alpha-1)\delta(\delta+1) \ldots (\delta+\alpha-1)(\beta-\delta+1) \ldots (\beta-1)}$$

welche Gleichung eine etwas gefälligere Form bekömmt, wenn man, was immer erlaubt ist, $-\beta$ statt β schreibt.

Man hat auf diese Weise:

$$(16)\quad 1+\left\{\begin{array}{l}\frac{\alpha.\beta}{\gamma.\delta}+\frac{\alpha(\alpha-1)\beta(\beta-1)}{\gamma(\gamma+1)\delta(\delta+1)}+\ldots\\ \ldots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots3.2.1.\beta(\beta-1)\ldots\beta-(\alpha-1)}{\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+\alpha-1)\delta(\delta+1)\ldots(\delta+\alpha-1)}\\ \frac{(\gamma-1)(\delta-1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}+\frac{(\gamma-1)(\gamma-2)(\delta-1)(\delta-2)}{(\alpha+1)(\alpha+2)(\beta+1)(\beta+2)}+\ldots\\ \ldots+\frac{(\gamma-1)\ldots(\gamma-\delta+1)(\delta-1)\ldots3.2.1}{(\alpha+1)\ldots(\alpha+\delta-2)(\beta+1)\ldots(\beta+\delta-1)}\end{array}\right.$$

$$=\frac{(\gamma+\delta+\beta-1)\ldots(\gamma+\delta+\beta+\alpha-2).1.2\ldots\alpha.(\beta+\gamma)\ldots(\beta+\gamma+\delta-2)}{\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+\alpha-1).\delta(\delta+1)\ldots(\delta+\alpha-1)(\beta+1)(\beta+2)\ldots(\beta+\delta-1)}$$

$$=\frac{[(\gamma+\delta+\beta-1),(\gamma+\delta+\beta+\alpha-2)].[1,\alpha][(\beta+\gamma),(\beta+\gamma+\delta-2)]}{[\gamma,\gamma+\alpha-1][\delta,\delta+\alpha-1][\beta+1,\beta+\delta-1]}.$$

VI.

Gesetze des Gleichgewichtes, auf eine neue Art entwickelt,

vom

Professor *Nörrenberg*.

(Zweite Fortsetzung.)

Gleichgewicht eines freien, unveränderlichen Systems, auf welches nur parallele Kräfte wirken.

55. Wenn die Richtungen sämmtlicher Kräfte parallel sind, so ist jeder der Winkel α'', α''', ... entweder gleich α', oder gleich $\pi - \alpha'$, je nachdem die zugehörige Kraft mit P' nach einerlei, oder nach entgegengesetzter Richtung wirkt, und cos. α', cos. α'', .. können also nur in ihren Zeichen verschieden seyn. Da sich dasselbe von den Winkeln β', β'', .. und γ', γ'', .. sagen läfst, so ist klar, dafs man nur den Kräften, welche nach entgegengesetzten Richtungen wirken, entge-

gengesetzte Zeichen zu geben braucht, um

$$\cos.\alpha' = \cos.\alpha'' = ..$$
$$\cos.\beta' = \cos.\beta'' = ..$$
$$\cos.\gamma' = \cos.\gamma'' = ..$$

zu haben.

Diefs vorausgesetzt, so verwandeln sich die sechs Gleichungen Nro. 24 in folgende:

$$(P' + P'' + ..) \cos.\alpha' = 0,$$
$$(P' + P'' + ..) \cos.\beta' = 0,$$
$$(P' + P'' + ..) \cos.\gamma' = 0,$$
$$(P'z' + P''z'' + ..) \cos.\beta' - (P'y' + P''y'' + ..) \cos.\gamma' = 0,$$
$$(P'x' + P''x'' + ..) \cos.\gamma' - (P'z' + P''z'' + ..) \cos.\alpha' = 0,$$
$$(P'y' + P''y'' + ..) \cos.\alpha' - (P'x' + P''x'' + ..) \cos.\beta' = 0.$$

Da $\cos.\alpha'$, $\cos.\beta'$, $\cos.\gamma'$ nicht zugleich Null seyn können, so kann den drei ersten von diesen sechs Gleichungen nur dadurch gleichzeitig Genüge geschehen, dafs

$$P' + P'' + .. = 0$$

ist. Die drei letzten sind befriedigt, sobald zwei von ihnen befriedigt sind, weil jede eine Folge der beiden andern ist, und man hat also für das Gleichgewicht paralleler Kräfte nur folgende drei Gleichungen:

$$P' + P'' + .. = 0, \qquad \text{(N)}$$
$$(P'x' + P''x'' + ..) \cos.\gamma' - (P'z' + P''z'' + ..) \cos.\alpha' = 0,$$
$$(P'y' + P''y'' + ..) \cos.\gamma' - (P'z' + P''z'' + ..) \cos.\beta' = 0.$$

56. Da diese drei Gleichungen für jeden Werth von α', β', γ' befriedigt werden, sobald den vier folgenden Genüge geschieht,

$$P' + P'' + .. = 0, \qquad \text{(O)}$$
$$P'x' + P''x'' + .. = 0,$$
$$P'y' + P''y'' + .. = 0,$$
$$P'z' + P''z'' + .. = 0;$$

so sieht man, dafs in diesem Falle das Gleichgewicht

fortbesteht, wenn auch die gemeinschaftliche Richtung der Kräfte beliebig geändert wird.

57. In der Theorie der parallelen Kräfte ist eine besondere Art von Momenten im Gebrauche, welche dazu dient, die Sätze abzukürzen, und welche mit den statischen Momenten in Beziehung auf eine Achse nicht verwechselt werden darf. Man nennt nämlich das Product aus einer Kraft und der Entfernung ihres Angriffspunctes von einer Ebene, einer Linie, oder einem Puncte, das Moment der Kraft für diese Ebene, diese Linie, oder diesen Punct.

58. Die vier Gleichungen (O) enthalten demnach folgenden Satz:

Wenn ein System, auf welches nur parallele Kräfte wirken, für jede Richtung derselben im Gleichgewichte seyn soll, so mufs die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für drei zu einander senkrechte Ebenen Null seyn.

59. Die Gleichung einer Ebene ist

$$z = Ax + By + C,$$

und die Entfernung des Punctes x', y', z' von derselben (*Littrow*, S. 45)

$$\frac{-z' + Ax' + By' + C}{\sqrt{(1 + A^2 + B^2)}}.$$

Setzt man $\sqrt{(1 + A^2 + B^2)} = R$, so ist die Summe der Momente für diese Ebene

$$\begin{aligned} &\frac{P'}{R}(-z' + Ax' + By' + C) \\ &+ \frac{P''}{R}(-z'' + Ax'' + By'' + C) \\ &+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

oder anders geordnet:

$$\frac{C}{R}(P' + P'' + ..)$$
$$+ \frac{A}{R}(P'x' + P''x'' + ..)$$
$$+ \frac{B}{R}(P'y' + P''y'' + ..)$$
$$- \frac{1}{R}(P'z' + P''z'' + ..);$$

woraus man sieht, dafs wenn die vier Gleichungen (O) befriedigt sind, die Summe der Momente für jede Ebene Null ist.

60. Wenn die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für jede der drei Ebenen

$$z = Ax + By + C,$$
$$z = A'x + B'y + C',$$
$$z = A''x + B''y + C''$$

Null ist, so hat man

$$A\,(P'x' + ..) + B\,(P'y' + ..) - (P'z' + ..) = 0,$$
$$A'\,(P'x' + ..) + B'\,(P'y' + ..) - (P'z' + ..) = 0,$$
$$A''(P'x' + ..) + B''(P'y' + ..) - (P'z' + ..) = 0;$$

und hieraus durch Elimination:

$$[(A-A')(B'-B'') - (A'-A'')(B-B')]\,(P'x' + ..) = 0,$$
$$[(A-A')(B'-B'') - (A'-A'')(B-B')]\,(P'y' + ..) = 0.$$

61. Aus den Gleichungen der drei Ebenen erhält man für den Durchschnitt der zweiten und dritten (*Littrow*, S. 43)

$$x = \frac{B'' - B'}{A'B'' - A''B'} \cdot z + \frac{B'C'' - B''C'}{A'B'' - A''B'},$$
$$y = \frac{A' - A''}{A'B'' - A''B'} \cdot z + \frac{A''C' - A'C''}{A'B'' - A''B'},$$

und folglich als Bedingung, dafs dieser Durchschnitt mit der ersten Ebene parallel ist (*Littrow*, S. 44),

$$A \cdot \frac{B'' - B'}{A'B'' - A''B'} + B \cdot \frac{A' - A''}{A'B'' - A''B'} - 1 = 0;$$

oder auf folgende Art geordnet:

$$A(B'-B'')-B(A'-A'')+A'B''-A''B'=o.$$

Diese Gleichung, welche einerlei mit der folgenden ist,

$$(A-A')(B'-B'')-(A'-A'')(B-B')=o,$$

ist aber auch befriedigt, wenn die drei Ebenen parallel sind, weil man alsdann (*Littrow*, S. 43)

$$A=A',\quad B=B';\quad A'=A'',\quad B'=B''$$

hat.

62. Da also die Coefficienten von $(P'x'+..)$ und $(P'y'+..)$ in den beiden letzten Gleichungen Nro. 60 nur dann Null werden, wenn sich die drei Ebenen entweder gar nicht, oder nur in parallelen Linien schneiden, so hat man für den Fall, daſs sie sich in einem Puncte schneiden,

$$P'x'+..=o,\quad P'y'+..=o,$$

und folglich vermöge der vorhergehenden Gleichungen auch

$$P'z'+..=o.$$

Wenn also die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für jede von drei, sich in einem Puncte schneidende Ebenen Null ist, so findet für jede Richtung der parallelen Kräfte Gleichgewicht Statt.

63. Liegen die Angriffspuncte in einer Ebene, so ist schon dadurch die Summe der Momente für diese Ebene Null, und das System ist folglich für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für zwei Ebenen Null ist, die sich mit der Ebene, worin die Angriffspuncte liegen, in einem Puncte schneiden.

64. Nimmt man die beiden Ebenen *A* und *B*, worauf sich die Momente beziehen, senkrecht zu der Ebene *C*, in welcher die Angriffspuncte liegen, so sind die Ent-

fernungen der Angriffspuncte von den Geraden, in welchen C von A und B geschnitten wird, auch ihre Entfernungen von den Ebenen A und B. Das System ist also auch für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für zwei Gerade Null ist, die mit den Angriffspuncten in einer Ebene liegen und sich schneiden.

65. Liegen die Angriffspuncte in einer Geraden, so ist schon dadurch die Summe der Momente für jede zwei Ebenen Null, deren Durchschnitt die Gerade ist, und das System ist folglich für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für eine Ebene Null ist, welche die Gerade schneidet.

66. Projicirt man die Gerade, in welcher die Angriffspuncte liegen, auf eine Ebene, von welcher die Gerade geschnitten wird, so sind die Entfernungen der Angriffspuncte von der Projection auch die Entfernungen von der Ebene, und das System ist folglich für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für eine Gerade Null ist, welche die Gerade, worin die Angriffspuncte liegen, in irgend einem Puncte schneidet.

67. Ist die Gerade senkrecht zu derjenigen, in welcher die Angriffspuncte liegen, so sind die Entfernungen der Angriffspuncte von der einen Geraden einerlei mit ihren Entfernungen von dem Durchschnittspuncte der beiden Geraden, und das System ist also auch für jede Richtung der parallelen Kräfte im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für einen Punct Null ist, welcher mit den Angriffspuncten in einer Geraden liegt.

68. Wenn die Richtung der parallelen Kräfte gegen die Lage des Systems unveränderlich seyn soll, und man

nimmt die Achse der z mit dieser Richtung parallel, so hat man $\cos.\alpha' = 0$, $\cos.\beta' = 0$, $\cos.\gamma' = 1$, wodurch sich die drei Gleichungen (N) in Nro. 55 auf folgende reduciren:

$$P' + P'' + \ldots = 0, \qquad \text{(P)}$$
$$P'x' + P''x'' + \ldots = 0,$$
$$P'y' + P''y'' + \ldots = 0.$$

69. Die Gleichung einer mit der Achse der z parallelen Ebene ist

$$y = Ax + B,$$

und die Entfernung eines Punctes (x', y', z') von derselben,

$$\frac{-y' + Ax' + B}{\sqrt{(1 + A^2)}}.$$

Setzt man $\sqrt{(1 + A^2)} = R$, so ist die Summe der Momente für diese Ebene

$$\frac{P'}{R}(-y' + Ax' + B)$$
$$+ \frac{P''}{R}(-y'' + Ax'' + B)$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

oder anders geordnet:

$$\frac{B}{R}(P' + P'' + \ldots)$$
$$+ \frac{A}{R}(P'x' + P''x'' + \ldots)$$
$$- \frac{1}{R}(P'y' + P''y'' + \ldots);$$

woraus man sieht, daſs wenn die drei Gleichungen (P) befriedigt sind, die Summe der Momente für jede mit der Richtung der Kräfte parallele Ebene Null ist.

70. Wenn die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für zwei Ebenen

$$y = Ax + B,$$
$$y = A'x + B'$$

Null ist, so hat man nach Nro. 69

$$A\,(P'x' + P''x'' + ..) - (P'y' + P''y'' + ..) = 0,$$
$$A'(P'x' + P''x'' + ..) - (P'y' + P''y'' + ..) = 0;$$

und hieraus

$$(A - A')\,(P'x' + P''x'' + ..) = 0.$$

Da nun $A - A'$ nicht anders Null seyn kann, als wenn die beiden Ebenen parallel sind, so hat man für den Fall, daſs sie sich schneiden,

$$P'x' + P''x'' + .. = 0,$$

und folglich vermöge der vorhergehenden Gleichungen auch

$$P'y' + P''y'' + .. = 0.$$

Parallele Kräfte sind also im Gleichgewichte, wenn ihre Summe Null, und die Summe der Momente für zwei sich schneidende, mit der Richtung der Kräfte parallele Ebenen Null ist.

71. Liegen die Richtungen der parallelen Kräfte in einer Ebene, so ist schon dadurch die Summe der Momente für diese Ebene Null, und das System ist also im Gleichgewichte, wenn die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für eine Ebene Null ist, welche die erste Ebene in einer mit der Richtung der Kräfte parallelen Linie schneidet.

72. Nimmt man diese zweite Ebene senkrecht zu der ersten, so sind die Entfernungen der Angriffspuncte von der Durchschnittslinie auch ihre Entfernungen von der zweiten Ebene, und das System ist also auch im Gleichgewichte, wenn die Summe der Kräfte Null, und die Summe der Momente für eine Gerade Null ist, die mit den Richtungen der Kräfte in einer Ebene liegt, und mit denselben parallel läuft.

Von dem Mittelpuncte paralleler Kräfte und dem Schwerpuncte.

73. Nach Nro. 55 hat man für ein System, auf welches nur parallele Kräfte P', P'', . . wirken, deren gemeinschaftliche Richtung mit den Coordinaten die Winkel α', β', γ' macht,

$$X = (P' + P'' + . .) \cos. \alpha',$$
$$Y = (P' + P'' + . .) \cos. \beta',$$
$$Z = (P' + P'' + . .) \cos. \gamma',$$
$$L = (P'z' + P''z'' + . .) \cos. \beta' - (P'y' + P''y'' + . .) \cos. \gamma',$$
$$M = (P'x' + P''x'' + . .) \cos. \gamma' - (P'z' + P''z'' + . .) \cos. \alpha',$$
$$N = (P'y' + P''y'' + . .) \cos. \alpha' - (P'x' + P''x'' + . .) \cos. \beta'.$$

Da diese Ausdrücke die in Nro. 43 gefundene Bedingungsgleichung (G)

$$LX + MY + NZ = 0$$

befriedigen, so sieht man, daſs sich jedes System paralleler Kräfte, deren Summe nicht Null ist, durch eine einzige Kraft P ins Gleichgewicht setzen läſst.

74. Für die Gröſse und Richtung dieser Kraft erhält man aus den Gleichungen (D) und (E) in Nro. 41

$$P = \sqrt{[(P' + P'' + . .)^2 (\cos.^2 \alpha' + \cos.^2 \beta' + \cos.^2 \gamma')]}$$
$$= P' + P'' + . .$$

$\cos. \alpha = - \cos. \alpha'$; $\cos. \beta = - \cos. \beta'$; $\cos. \gamma = - \cos. \gamma'$;

woraus folgt, daſs die Richtung einer Kraft, welche ein System paralleler Kräfte ins Gleichgewicht setzen soll, mit der gemeinschaftlichen Richtung dieser Kräfte parallel seyn muſs.

75. Wenn daher ein freies unveränderliches System, an welchem in den Puncten x', y', z'; x'', y'', z''; . . die parallelen Kräfte P', P'', . . angebracht sind, durch eine Kraft P ins Gleichgewicht gesetzt werden soll, so hat man, nach Nro. 56, für die Bestimmung dieser Kraft

und ihres Angriffspunctes x, y, z folgende Gleichungen:

$$P + P' + P'' + \ldots = 0,$$
$$Px + P'x' + P''x'' + \ldots = 0,$$
$$Py + P'y' + P''y'' + \ldots = 0,$$
$$Pz + P'z' + P''z'' + \ldots = 0;$$

und hieraus, die Richtung der parallelen Kräfte sey welche sie wolle,

$$P = -(P' + P'' + \ldots), \qquad (Q)$$

$$x = \frac{P'x' + P''x'' + \ldots}{P' + P'' + \ldots},$$
$$y = \frac{P'y' + P''y'' + \ldots}{P' + P'' + \ldots}, \qquad (R)$$
$$z = \frac{P'z' + P''z'' + \ldots}{P' + P'' + \ldots}.$$

76. Da zwei Kräfte nur dann im Gleichgewichte seyn können, wenn sie einander gleich und gerade entgegengesetzt sind, so folgt aus der in Nro. 29 gegebenen Erklärung der Resultante, daſs für ein im Gleichgewichte befindliches System jede Kraft der Resultante aller übrigen Kräfte gleich und gerade entgegengesetzt ist. Es folgt daher aus Nro. 74 und der Gleichung (Q), daſs die Resultante paralleler Kräfte mit ihnen parallel und ihrer Summe gleich ist; und aus den drei Gleichungen (R), daſs die Richtung dieser Resultante durch einen Punct geht, dessen Coordinaten gefunden werden, wenn man die Summe der Momente für jede der drei coordinirten Ebenen durch die Summe der Kräfte dividirt.

Dieser Punct, welcher unabhängig von der gemeinschaftlichen Richtung der parallelen Kräfte ist, wird Mittelpunct der parallelen Kräfte genannt, und aus den Gleichungen, durch welche die Coordinaten desselben bestimmt werden, geht hervor, daſs es für jedes System paralleler Kräfte nur einen einzigen Mittelpunct gibt.

77. Nennt man das Product aus der Summe paralleler Kräfte und der Entfernung ihres Mittelpunctes von einer Ebene, das Moment der Summe für diese Ebene, so enthalten die drei Gleichungen (R) auch den Satz, daſs für jede der drei coordinirten Ebenen die Summe der Momente paralleler Kräfte dem Momente ihrer Summe gleich ist.

Da aber für irgend eine Ebene

$$z = Ax + By + C,$$

nach Nro. 59 die Summe der Momente

$$\frac{C}{R}(P' + P'' + \ldots)$$
$$+ \frac{A}{R}(P'x' + P''x'' + \ldots)$$
$$+ \frac{B}{R}(P'y' + P''y'' + \ldots)$$
$$- \frac{1}{R}(P'z' + P''z'' + \ldots),$$

und das Moment der in dem Mittelpuncte x, y, z angebrachten Summe

$$\frac{-z + Ax + By + C}{R}(P' + P'' + \ldots)$$

ist, und beide Ausdrücke durch die in Nro. 73 gefundenen Werthe für x, y, z identisch werden, so sieht man, daſs der eben ausgesprochene Satz nicht bloſs für die coordinirten Ebenen, sondern für jede Ebene gilt; woraus denn auch folgt, daſs die Summe der Momente paralleler Kräfte für jede, durch ihren Mittelpunct gehende Ebene Null ist.

78. Aus Nro. 76 folgt, daſs es für jeden Körper, bei welchem man die Wirkungen der Schwere auf alle einzelne Puncte desselben als parallel annehmen kann, einen Mittelpunct dieser parallelen Wirkungen, und eine ihrer Summe gleiche Resultante derselben geben muſs.

Dieser Mittelpunct wird Schwerpunct, und diese Resultante Gewicht des Körpers genannt.

79. Der Schwerpunct eines jeden Körpers, den man als ein unveränderliches System betrachten kann, hat also die Eigenschaft, dafs wenn derselbe mit dem Körper fest verbunden ist, und in verticaler Richtung, durch eine dem Gewichte des Körpers gleiche Kraft unterstützt wird, der Körper in jeder Lage, wenn keine andere Kraft als die Schwere auf ihn wirkt, im Gleichgewichte seyn mufs.

80. Wenn mehrere Körper zu einem Systeme verbunden werden, so wird für jede Lage dieses Systems die Schwere so auf dasselbe wirken, wie parallele, verticale Kräfte, deren Angriffspuncte die Schwerpuncte, und deren Intensitäten die Gewichte der einzelnen Körper sind. Der Mittelpunct dieser parallelen Kräfte ist der Schwerpunct des Systems.

Um also die allgemeinen Gesetze des Gleichgewichts auf solche Systeme anwenden zu können, bei welchen die Angriffspuncte durch materielle, den Wirkungen der Schwere unterworfene Körper verbunden sind, mufs man die Coordinaten der Schwerpuncte und die Gewichte dieser Körper zu finden wissen.

Bestimmung des Schwerpunctes homogener Körper.

Schwerpunct materieller Linien.

81. Wenn $y = fx$, $z = f'x$ die Gleichungen einer Linie sind, so ist die Länge s eines Stückes derselben, welches nach der einen Richtung von einer Ebene begränzt wird, die in dem Abstande x mit der Ebene der yz parallel läuft, eine Function von x. Die Coordinaten

X, Y, Z des Schwerpunctes dieses Stückes müssen daher auch Functionen von x seyn, und zwar so, daſs wenn man

$$s = Fx, \quad X = \varphi x, \quad Y = \chi x, \quad Z = \psi x$$

setzt,

$$\varphi(x+h), \quad \chi(x+h), \quad \psi(x+h)$$

die Coordinaten des Schwerpunctes des Stückes

$$F(x+h)$$

sind.

82. Bezeichnet man die Coordinaten des Schwerpunctes des Stückes

$$F(x+h) - Fx,$$

welche ebenfalls Functionen von x und h sind, mit u, v, w; so hat man nach Nro. 80 und 77, weil die Gewichte der einzelnen Stücke der Linie ihren Längen proportional sind, folgende Gleichungen:

$$F(x+h)\,\varphi(x+h) = Fx.\varphi x + [F(x+h) - Fx]\,u;$$
$$F(x+h)\,\chi(x+h) = Fx.\chi x + [F(x+h) - Fx]\,v;$$
$$F(x+h)\,\psi(x+h) = Fx.\psi x + [F(x+h) - Fx]\,w;$$

aus welchen man, wenn sie auf beiden Seiten entwickelt und nach h geordnet werden, durch Gleichsetzung der zu gleichen Potenzen von h gehörenden Coefficienten, die für X, Y, Z nöthigen Bestimmungsgleichungen erhalten muſs.

Es ist aber leicht zu übersehen, daſs bei der Entwickelung die von h unabhängigen Glieder auf beiden Seiten identisch werden, und also zu keinen Bestimmungsgleichungen führen können. Wählt man deſshalb Coefficienten der ersten Potenz von h, so braucht man, weil

$$F(x+h) - Fx = \frac{ds}{dx}h + \ldots$$

ist, nur diejenigen Glieder der nach steigenden Potenzen von h geordneten Functionen u, v, w, zu kennen,

welche von h unabhängig sind. Hierzu führen nun folgende Betrachtungen.

83. Da nach Nro. 77 die Summe der Momente aller Puncte des Stückes $F(x+h) - Fx$ für jede durch den Schwerpunct desselben gehende Ebene Null ist, so müssen die Momente theils positiv, theils negativ seyn; es sey denn, daſs zufällig alle Puncte des Stückes mit dieser Ebene zusammen fielen, wodurch alle Momente einzeln Null würden. Nun haben aber die Gewichte dieser Puncte einerlei Zeichen, und ihre Momente können also nur dadurch verschiedene Zeichen bekommen, daſs ihre Abstände von der durch den Schwerpunct gehenden Ebene verschiedene Zeichen haben; woraus denn folgt, daſs jede durch den Schwerpunct des Stückes gehende Ebene dasselbe entweder schneidet, oder ganz in sich aufnimmt.

84. Das Stück $F(x+h) - Fx$ wird nach der Richtung der Achse der x durch zwei Ebenen A und B begrenzt, welche in den Abständen x und $x+h$ mit der Ebene der yz parallel laufen; Nach Nro. 83 muſs daher eine mit dieser parallele, durch den Schwerpunct des Stückes gehende Ebene, zwischen A und B fallen. Da aber B desto näher an A rückt, je kleiner h wird, und für $h=o$ mit A zusammen fällt; so ist klar, daſs u nur eine solche Function von x und h seyn kann, welche sich für $h=o$ auf x reduciren, und welche also nach steigenden Potenzen von h geordnet, zum ersten Gliede x haben muſs.

Nach den Richtungen der Achsen der y und z ist das Stück $F(x+h) - Fx$ durch Ebenen begrenzt, welche in den Abständen y, $f(x+h)$, und z, $f'(x+h)$ mit den Ebenen der xz und xy parallel laufen, und man findet, wenn man die in Beziehung auf u angestellten Betrachtungen für v und w wiederhohlt, daſs y das

erste Glied von v, und z das erste Glied von w seyn mufs. Die Coefficienten von h auf den rechten Seiten der drei Gleichungen in Nro. 82 sind also:

$$x\frac{ds}{dx},\quad y\frac{ds}{dx},\quad z\frac{ds}{xx}.$$

85. Durch Entwickelung der linken Seiten dieser Gleichungen erhält man

$$\left(s+\frac{ds}{dx}h+..\right)\left(X+\frac{dX}{dx}h+..\right),$$
$$\left(s+\frac{ds}{dx}h+..\right)\left(Y+\frac{dY}{dx}h+..\right),$$
$$\left(s+\frac{ds}{dx}h+..\right)\left(Z+\frac{dZ}{dx}h+..\right);$$

und hieraus

$$s\frac{dX}{dx}+X\frac{ds}{dx},$$
$$s\frac{dY}{dx}+Y\frac{ds}{dx},$$
$$s\frac{dZ}{dx}+Z\frac{ds}{dx},$$

als Coefficienten von h. Die gesuchten Bestimmungsgleichungen für X, Y, Z sind also:

$$s\frac{dX}{dx}+X\frac{ds}{dx}=x\frac{ds}{dx},$$
$$s\frac{dY}{dx}+Y\frac{ds}{dx}=y\frac{ds}{dx},$$
$$s\frac{dZ}{dx}+Z\frac{ds}{dx}=z\frac{ds}{dx},$$

welche integrirt,

$$sX=\int dx\,.\,x\frac{ds}{dx},$$
$$sY=\int dx\,.\,y\frac{ds}{dx},$$
$$sZ=\int dx\,.\,z\frac{ds}{xd}$$

geben.

86. Man hat also für die Coordinaten X, Y, Z des Schwerpunctes einer durch ihre Gleichungen

$$y = fx, \quad z = f'x$$

gegebenen Linie folgende Ausdrücke:

$$X = \frac{\int dx \,.\, x \frac{ds}{dx}}{s}, \quad Y = \frac{\int dx \,.\, y \frac{ds}{dx}}{s}, \quad Z = \frac{\int dx \,.\, z \frac{ds}{dx}}{s},$$

in welchen

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]}$$

und

$$s = \int dx \,.\, \frac{ds}{dx}$$

ist. (*Francoeur*, Cours complet de mathématiques pures. Paris, 1819. Nro. 751.)

87. Beispiel. Die Gleichungen einer Geraden seyen

$$y = ax + \alpha$$
$$z = bx + \beta$$

so hat man

$$\frac{dy}{dx} = a, \quad \frac{dz}{dx} = b,$$

und folglich

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{(1 + a^2 + b^2)}.$$

Setzt man $\sqrt{(1 + a^2 + b^2)} = A$, und nimmt die Integrale von $x = x_1$, bis $x = x_2$, so erhält man

$$s = \int dx \,.\, A = A\,(x_2 - x_1),$$

$$X = \frac{\int dx \,.\, Ax}{\int dx \,.\, A} = \frac{A\,\frac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2)}{A\,(x_2 - x_1)},$$

$$Y = \frac{\int dx \,.\, A\,(ax + \alpha)}{\int dx \,.\, A} = \frac{A\,[\frac{1}{2}\,a\,(x_2^2 - x_1^2) + \alpha\,(x_2 - x_1)]}{A\,(x_2 - x_1)},$$

$$Z = \frac{\int dx \,.\, A\,(bx + \beta)}{\int dx \,.\, A} = \frac{A\,[\frac{1}{2}\,b\,(x_2^2 - x_1^2) + \beta\,(x_2 - x_1)]}{A\,(x_2 - x_1)},$$

und hieraus,

$$X = \tfrac{1}{2}(x_1 + x_2),$$
$$Y = \tfrac{1}{2}a\,(x_1 + x_2) + \alpha,$$
$$Z = \tfrac{1}{2}b\,(x_1 + x_2) + \beta.$$

Da diese Werthe von X, Y, Z in die Gleichungen der Geraden gesetzt, dieselben identisch machen, so sieht man, daſs der Schwerpunct in der Geraden selbst liegt.

Vergleicht man die Coordinaten der Endpuncte

$$x_1,\; y_1 = a x_1 + \alpha,\quad z_1 = b x_1 + \beta,$$
$$x_2,\; y_2 = a x_2 + \alpha,\quad z_2 = b x_2 + \beta,$$

mit den Werthen von X, Y, Z, so sieht man, daſs sich diese auch auf folgende Art ausdrücken lassen:

$$X = \tfrac{1}{2}(x_1 + x_2),\quad Y = \tfrac{1}{2}(y_1 + y_2),\quad Z = \tfrac{1}{2}(z_1 + z_2),$$

und daſs die Entfernungen der Endpuncte von dem Schwerpuncte,

$$\sqrt{[(X - x_1)^2 + (Y - y_1)^2 + (Z - z_1)^2]},$$
$$\sqrt{[(X - x_2)^2 + (Y - y_2)^2 + (Z - z_2)^2]},$$

einander gleich sind. Der Mittelpunct einer Geraden ist also auch ihr Schwerpunct.

Schwerpunct materieller Flächen.

88. Wenn $z = f(x, y)$ die Gleichung einer Fläche ist, so ist die Gröſse S eines Stückes derselben, welches nach zwei Richtungen durch Ebenen begrenzt wird, die in den Abständen x und y mit den Ebenen der yz und xz parallel laufen, eine Function von x und y, und die Coordinaten X, Y, Z des Schwerpunctes dieses Flächenstückes müssen daher auch Functionen von x und y seyn. Setzt man

$$S = F(x, y),\quad X = \varphi(x, y),\quad Y = \chi(x, y),\quad Z = \psi(x, y),$$

so sind

$$\varphi(x + h, y + i),\quad \chi(x + h, y + i),\quad \psi(x + h, y + i)$$

die Coordinaten des Schwerpunctes des Stückes

$$F(x+h, y+i).$$

89. Zerlegt man dieses Stück in folgende vier Theile:

$$F(x, y) = S,$$
$$F(x+h, y) - S = U,$$
$$F(x, y+i) - S = V,$$
$$F(x+h, y+i) - (S+U+V) = W,$$

und bezeichnet die drei Coordinaten des Schwerpunctes von U mit u, u^1, u^2; die des Schwerpunctes von V mit v, v^1, v^2; von W mit w, w^1, w^2; so hat man auf ähnliche Art wie in Nro. 82,

$$F(x+h, y+i)\,\varphi(x+h, y+i) = \\ = SX + Uu + Vv + Ww;$$
$$F(x+h, y+i)\,\chi(x+h, y+i) = \\ = SY + Uu' + Vv' + Ww';$$
$$F(x+h, y+i)\,\psi(x+h, y+i = \\ = SZ + Uu'' + Vv'' + Ww'';$$

90. Wenn diese Gleichungen auf beiden Seiten nach h und i geordnet werden, so muſs die Gleichsetzung der zu gleichen Potenzen oder Producten von h und i gehörenden Coefficienten zu den für die Bestimmung von X, Y, Z nöthigen Gleichungen führen, und es kommt also darauf an, aus jeder der drei Gleichungen zwei solche zusammengehörende Coefficienten heraus zu finden.

Da U unabhängig von i, und V unabhängig von h ist, so müssen auch u, u', u'' von i, und v, v', v'' von h unabhängig seyn. Wenn man deſshalb die Coefficienten des Productes hi wählt, so wird man diese auf den rechten Seiten der Gleichungen nur in den Gliedern Ww, Ww', Ww'' zu suchen haben, und die Ent-

wickelung der übrigen Glieder auf diesen Seiten wird unnöthig.

91. Die vier ersten Gleichungen in Nro. 89 geben

$$W = \frac{d^2 S}{dx\, dy} hi + \ldots$$

und man braucht also von den nach h und i geordneten Entwickelungen der Gröſsen w, w', w'' nur diejenigen Glieder zu kennen, welche weder h noch i enthalten. Aus ähnlichen Betrachtungen wie in Nro. 83 geht aber hervor, daſs sich w auf x, w' auf y, und w'' auf z reduciren muſs, wenn h und i zugleich Null werden, und daſs also x, y, z die ersten Glieder von w, w', w'', sind. Die Coefficienten von hi auf den rechten Seiten der drei Gleichungen sind demnach

$$x \frac{d^2 S}{dx\, dy},\quad y \frac{d^2 S}{dx\, dy},\quad z \frac{d^2 S}{dx\, dy}.$$

92. Die Entwickelung der linken Seite der ersten von diesen drei Gleichungen gibt

$$\left(S + \frac{dS}{dx} h + \frac{dS}{dy} i + \frac{d^2 S}{dx\, dy} hi + \ldots\right),$$

$$\times \left(X + \frac{dX}{dx} h + \frac{dX}{dy} i + \frac{d^2 X}{dx\, dy} hi + \ldots\right),$$

woraus als Coefficient von hi

$$S \frac{d^2 X}{dx\, dy} + \frac{dS}{dy} \cdot \frac{dX}{dx} + X \frac{d^2 S}{dx\, dy} + \frac{dX}{dy} \cdot \frac{dS}{dx}$$

folgt. Setzt man diesen dem Coefficienten von hi auf der rechten Seite gleich, und integrirt in Beziehung auf y, so erhält man

$$S \frac{dX}{dx} + X \frac{dS}{dx} = \int dy \,.\, x \frac{d^2 S}{dx\, dy}$$

und hieraus, durch Integration in Beziehung auf x,

$$SX = \int dx \int dy \,.\, x \frac{d^2 S}{dx\, dy}.$$

Behandelt man auf gleiche Weise die zweite und dritte der drei Gleichungen in Nro. 89, so erhält man

$$SY = \int dx \int dy \,.\, y \frac{d^2 S}{dx\, dy},$$

$$SZ = \int dx \int dy \,.\, z \frac{d^2 S}{dx\, dy}.$$

93. Man hat also für die Coordinaten X, Y, Z des Schwerpunctes einer durch ihre Gleichung

$$z = f(x, y)$$

gegebenen Fläche, folgende Ausdrücke:

$$X = \frac{\int dx \int dy \,.\, x \frac{d^2 S}{dx\, dy}}{S},$$

$$Y = \frac{\int dx \int dy \,.\, y \frac{d^2 S}{dx\, dy}}{S},$$

$$Z = \frac{\int dx \int dy \,.\, z \frac{d^2 S}{dx\, dy}}{S},$$

in welchen

$$\frac{S^2 d}{dx\, dy} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2\right]}$$

und

$$S = \int dx \int dy \,.\, \frac{d^2 S}{dx\, dy}$$

ist. (*Francoeur* Nro. 754.)

94. Da die linken Seiten der in Nro. 92 gefundenen Gleichungen die Momente des Flächenstückes für die drei coordinirten Ebenen sind, so müssen es auch die Integrale auf den rechten Seiten dieser Gleichungen seyn. Wenn sich daher das Moment eines Flächenstückes, der Beschaffenheit seiner Grenzen wegen, nicht durch ein einziges Integral ausdrücken läſst, so darf man dasselbe in passende Theile zerlegen, und

für das Moment des ganzen Flächenstückes die Summe der Integrale nehmen, welche die Momente der einzelnen Theile ausdrücken.

95. Beispiele. Die Oberfläche eines von Ebenen begrenzten und durch die Coordinaten seiner Eckpuncte gegebenen Körpers läſst sich in Dreiecke zerlegen, deren Spitzen ebenfalls durch die den Körper bestimmenden Coordinaten gegeben sind. Da sich nun nach Nro. 80 und 77 der Schwerpunct der ganzen Oberfläche finden läſst, wenn man die Coordinaten der Schwerpuncte und die Inhalte der einzelnen Dreiecke kennt, so kann die Auflösung der Aufgabe, aus den die Spitzen eines Dreieckes bestimmenden Coordinaten, den Inhalt und den Schwerpunct des Dreieckes zu finden, nützlich seyn.

Nimmt man zuerst, um die Rechnung zu vereinfachen, die eine Spitze des Dreieckes zum Ursprunge der Coordinaten, und bezeichnet die Coordinaten der beiden andern Spitzen mit $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2$, so ist die Gleichung der das Dreieck enthaltenden Ebene (*Littrow*, S. 52)

$$(y_2 z_1 - y_1 z_2)x + (z_2 x_1 - z_1 x_2)y + (x_2 y_1 - x_1 y_2) z = 0,$$

oder, wenn man

$$\frac{y_2 z_1 - y_1 z_2}{x_2 y_1 - x_1 y_2} = -A; \quad \frac{z_2 x_1 - z_1 x_2}{x_2 y_1 - x_1 y_2} = -B$$

setzt,

$$z = Ax + By.$$

Man hat also

$$\frac{dz}{dx} = A; \quad \frac{dz}{dy} = B,$$

und folglich

$$\frac{d^2 S}{dx\, dy} = \sqrt{(1 + A^2 + B^2)}.$$

96. Das Dreieck wird von drei Ebenen begrenzt, welche durch die Seiten desselben gehen, und senkrecht

zu der Ebene der xy sind. Die Gleichungen dieser Ebenen sind

$$y = \frac{y_1}{x_1}\,x;\quad y = \frac{y_2}{x_2}\,x;\quad y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1.$$

Nimmt man, der leichtern Vorstellung wegen, x_1 kleiner als x_2, und y_1 gröſser als y_2 an, so wird das Dreieck von einer zu der Achse der x senkrechten, durch den Punct x_1, y_1, z_1 gehenden Ebene in zwei Theile getheilt. Für den ersten Theil müssen die Integrale in Beziehung auf y, von

$$y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis} \quad y = \frac{y_1}{x_1}\,x,$$

und in Beziehung auf x, von $x = 0$ bis $x = x_1$ genommen werden; für den zweiten Theil aber, von

$$y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis} \quad y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1,$$

und von $x = x_1$ bis $x = x_2$.

97. Setzt man $\sqrt{(1 + A^2 + B^2)} = R$, und drückt die Gleichung

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

durch

$$y = ax + b$$

aus, so hat man für den ersten Theil des Dreieckes

$$\int dy\,\frac{d^2S}{dx\,dy} = R\left(\frac{y_1}{x_1}\,x - \frac{y_2}{x_2}\,x\right);$$

$$\int dx \int dy\,\frac{d^2S}{dx\,dy} = \tfrac{1}{2}R\left(\frac{y_1}{x_1} - \frac{y_2}{x_2}\right)x_1^2,$$

und für den zweiten Theil

$$\int dy\,\frac{d^2S}{dx\,dy} = R\left(ax + b - \frac{y_2}{x_2}\,x\right);$$

$$\int dx \int dy\,\frac{d^2S}{dx\,dy} = \tfrac{1}{2}R\left(a - \frac{y_2}{x_2}\right)(x_2^2 - x_1^2) + Rb(x_2 - x_1);$$

folglich für das ganze Dreieck

$$S = \tfrac{1}{2} R \left[\left(\frac{y_1}{x_1} - a \right) x_1^2 - \left(\frac{y_2}{x_2} - a \right) x_2^2 + 2b(x_2 - x_1) \right]$$
$$= \tfrac{1}{2} R \left[(y_1 - a x_1) x_1 - (y_2 - a x_2) x_2 + 2b (x_2 - x_1) \right].$$

98. Es ist aber, weil die Coordinaten x_1, y_1, x_2, y_2 der Gleichung $y = ax + b$ genügen müssen:

$$y_1 - a x_1 = y_2 - a x_2 = b = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1},$$

und man hat also

$$S = \frac{R}{2} \cdot \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1} \left[x_1 - x_2 + 2(x_2 - x_1) \right]$$
$$= \frac{R}{2} (x_2 y_1 - x_1 y_2);$$

oder auch, weil

$$R = \sqrt{(1 + A^2 + B^2)}$$
$$= \sqrt{\left[1 + \left(\frac{y_2 z_1 - y_1 z_2}{x_2 y_1 - x_1 y_2} \right)^2 + \left(\frac{z_2 x_1 - z_1 x_2}{x_2 y_1 - x_1 y_2} \right)^2 \right]}$$
$$= \frac{\sqrt{[(x_2 y_1 - x_1 y_2)^2 + (y_2 z_1 - y_1 z_2)^2 + (z_2 x_1 - z_1 x_2)^2]}}{x_2 y_1 - x_1 y_2}$$

ist:

$$S = \tfrac{1}{2} \sqrt{[(x_2 y_1 - x_1 y_2)^2 + (y_2 z_1 - y_1 z_2)^2 + (z_2 x_1 - z_1 x_2)^2]}.$$

99. Was nun das Moment des Dreieckes in Beziehung auf die Ebene der yz betrifft, so hat man für den ersten Theil

$$\int dy \cdot x \frac{d^2 S}{dx\, dy} = R x \left(\frac{y_1}{x_1} x - \frac{y_2}{x_2} x \right);$$

$$\int dx \int dy \cdot x \frac{d^2 S}{dx\, dy} = \frac{R}{3} \left(\frac{y_1}{x_1} - \frac{y_2}{x_2} \right) x_1^3,$$

und für den zweiten Theil

$$\int dy \cdot x \frac{d^2 S}{dx\, dy} = R x \left(a x + b - \frac{y_2}{x_2} x \right);$$

$$\int dx \int dy \cdot x \frac{d^2 S}{dx\, dy} = \frac{R}{3} \left(a - \frac{y_2}{x_2} \right) (x_2^3 - x_1^3) + \frac{R}{2} b (x_2^2 - x_1^2);$$

folglich für das Moment des ganzen Dreieckes

$$\frac{R}{3}\left[\left(\frac{y_1}{x_1}-a\right)x_1^3-\left(\frac{y_2}{x_2}-a\right)x_2^3\right]+\frac{R}{2}b(x_2^2-x_1^2)$$

$$=\frac{R}{2.3}\left[2(y_1-ax_1)x_1^2-2(y_2-ax_2)x_2^2+3b(x_2^2-x_1^2)\right]$$

$$=\frac{R}{2.3}\cdot\frac{x_2y_1-x_1y_2}{x_2-x_1}\left[-2(x_2^2-x_1^2)+3(x_2^2-x_1^2)\right]$$

$$=\frac{R}{2.3}(x_2y_1-x_1y_2)(x_1+x_2).$$

Man hat also für das ganze Dreieck

$$\frac{\int dx\int dy\,.\,x\frac{d^2S}{dx\,dy}}{S}=\frac{\frac{R}{2.3}(x_2y_1-x_1y_2)(x_1+x_2)}{\frac{R}{2}(x_2y_1-x_1y_2)}$$

$$=\tfrac{1}{3}(x_1+x_2)=X.$$

Es würde überflüssig seyn, auf die nämliche Art Y und Z zu berechnen, da schon aus der gleichförmigen Beziehung der Lage des Dreieckes auf die coordinirten Ebenen, und der Symmetrie des für X gefundenen Ausdruckes

$$Y=\tfrac{1}{3}(y_1+y_2);\quad Z=\tfrac{1}{3}(z_1+z_2)$$

folgt.

100. Die Gleichungen der durch den Ursprung der Coordinaten und den Schwerpunct des Dreieckes gehenden Geraden sind

$$y=\frac{Y}{X}x;\quad z=\frac{Z}{X}x;$$

oder, wenn man statt X, Y, Z die gefundenen Ausdrücke setzt:

$$y=\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}x;\quad z=\frac{z_1+z_2}{x_1+x_2}x.$$

Da diese Gleichungen durch die in Nro. 87 gefundenen Coordinaten

$$\tfrac{1}{2}(x_1+x_2);\quad \tfrac{1}{2}(y_1+y_2);\quad \tfrac{1}{2}(z_1+z_2)$$

des Schwerpunctes der zwischen den beiden Puncten

x_1, y_1, z_1 und x_2, y_2, z_2 liegenden Geraden befriedigt werden, so sieht man, daſs der Mittelpunct einer Dreieckseite mit der gegenüber liegenden Spitze und dem Schwerpuncte des Dreieckes in einer Geraden liegt.

Die Entfernung des Schwerpunctes von der im Ursprunge der Coordinaten liegenden Spitze ist

$$\sqrt{\left[\left(\frac{x_1+x_2}{3}\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{3}\right)^2+\left(\frac{z_1+z_2}{3}\right)^2\right]},$$

und die Entfernung dieser Spitze von dem Mittelpuncte der gegenüber liegenden Seite

$$\sqrt{\left[\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)^2+\left(\frac{z_1+z_2}{2}\right)^2\right]};$$

folglich liegt der Schwerpunct eines Dreieckes in der von einer Spitze nach dem Mittelpuncte der gegenüber liegenden Seite gehenden Geraden, um $\frac{2}{3}$ dieser Geraden von der Spitze entfernt.

101. Um die in Nro. 98 und 99 gefundenen Resultate zu verallgemeinern, seyen

$$x_1,\ y_1,\ z_1;\quad x_2,\ y_2,\ z_2;\quad x_3,\ y_3,\ z_3$$

die Coordinaten der Spitzen eines Dreieckes, so sind in Beziehung auf neue coordinirte Ebenen, welche man durch die eine Spitze x_1, y_1, z_1 mit den alten parallel legt,

$$x_2-x_1,\quad y_2-y_1,\quad z_2-z_1;$$
$$x_3-x_1,\quad y_3-y_1,\quad z_3-z_1$$

die Coordinaten der beiden andern Spitzen, und man hat also nach Nro. 99, wenn man die Coordinaten des Schwerpunctes in Beziehung auf die neuen coordinirten Ebenen mit X', Y', Z' bezeichnet,

$$X'=\tfrac{1}{3}(x_2-x_1+x_3-x_1);$$
$$Y'=\tfrac{1}{3}(y_2-y_1+y_3-y_1);$$
$$Z'=\tfrac{1}{3}(z_2-z_1+z_3-z_1),$$

und folglich

$$X = x_1 + X' = \tfrac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3);$$
$$Y = y_1 + Y' = \tfrac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3);$$
$$Z = z_1 + Z' = \tfrac{1}{3}(z_1 + z_2 + z_3).$$

Für den Inhalt des Dreieckes erhält man

$$S = \tfrac{1}{2}\sqrt{\Big[[(x_3-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y_3-y_1)]^2 + [(y_3-y_1)(z_2-z_1)-(y_2-y_1)(z_3-z_1)]^2 + [(z_3-z_1)(x_2-x_1)-(z_2-z_1)(x_3-x_1)]^2\Big]}.$$

102. Für ein Stück der Ebene

$$z = Ax + By + C,$$

das von zwei Curven begrenzt wird, deren Projectionen in der Ebene der xy durch die Gleichungen

$$y = \chi x, \quad y = \psi x$$

gegeben sind, müssen die Integrale in Beziehung auf y zwischen diesen Grenzen genommen werden; man erhält

$$S = \sqrt{[1 + A^2 + B^2]}\int dx(\psi x - \chi x);$$
$$X = \frac{\int dx\,.\,x(\psi x - \chi x)}{\int dx(\psi x - \chi x)};$$
$$Y = \frac{\int dx(\psi x^2 - \chi x^2)}{2\int dx(\psi x - \chi x)};$$
$$Z = A\frac{\int dx\,.\,x(\psi x - \chi x)}{\int dx(\psi x - \chi x)} + B\frac{\int dx(\psi x^2 - \chi x^2)}{2\int dx(\psi x - \chi x)} + C.$$

Da diese Werthe der Coordinaten des Schwerpunctes die Gleichung der Ebene identisch machen, so folgt, übereinstimmend mit frühern Betrachtungen, daſs der Schwerpunct in der Ebene liegt.

Da ferner die Werthe von X und Y nur noch von den Projectionen der Grenzen abhangen, so sieht man, daſs die Schwerpuncte aller ebenen Figuren, welche die nämliche Projection haben, in einer zu der Projection senkrechten Geraden liegen.

Sind die Grenzen der Projection so beschaffen, daſs für jeden Werth von x, $\chi x = -\psi x$ ist, so wird

$Y = 0$, und folglich liegt alsdann der Schwerpunct in der Ebene der xz. Wenn daher die Projection einer ebenen Figur einer oder mehrerer Achsen fähig ist, so geht jede zu der Projection senkrechte, durch eine Achse derselben gelegte Ebene, durch den Schwerpunct der Figur.

103. Liegt die Figur in der Ebene der xy, so hat man $A = B = C = 0$, und folglich

$$S = \int dx\,(\psi x - \chi x);$$
$$X = \frac{\int dx\,.\,x\,(\psi x - \chi x)}{\int dx\,(\psi x - \chi x)};$$
$$Y = \tfrac{1}{2}\,.\,\frac{\int dx\,(\psi x^2 - \chi x^2)}{\int dx\,(\psi x - \chi x)};$$
$$Z = 0.$$

104. Aus der Gleichung $y^2 + z^2 = \varphi x^2$, welche allen Flächen angehört, die durch Rotation einer Linie um die Achse der x entstehen können, erhält man

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\varphi x}{z}\,.\,\frac{d\varphi x}{dx};\quad \frac{dz}{dy} = \frac{-y}{z};$$
$$\frac{d^2 S}{dx\,dy} = \sqrt{\left[1 + \frac{\varphi x^2}{z^2}\left(\frac{d\varphi x}{dx}\right)^2 + \frac{y^2}{z^2}\right]}$$
$$= \frac{1}{z}\sqrt{\left[\varphi x^2 + \varphi x^2\left(\frac{d\varphi x}{dx}\right)^2\right]}$$
$$= \frac{\varphi x}{\sqrt{(\varphi x^2 - y^2)}}\sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\varphi x}{dx}\right)^2\right]}.$$

Da aber aus der nämlichen Gleichung folgt, dafs

$$y = \pm\,\varphi x;\quad z = 0$$

die Gleichungen der Durchschnittslinie der Rotationsfläche mit der Ebene der xy sind, und nach Nro. 86 für diese Linie, die man auch als Erzeugungslinie betrachten kann,

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\varphi x}{dx}\right)^2\right]}$$

ist, so hat man

$$\frac{d^2 S}{dx\,dy} = \frac{\varphi x}{\sqrt{(\varphi x^2 - y^2)}} \cdot \frac{ds}{dx};$$

$$\int dy \frac{d^2 S}{dx\,dy} = \text{arc.}\left(\sin. = \frac{y}{\varphi x}\right) \varphi x \frac{ds}{dx} + Fx;$$

$$\int dy \,.\, x \frac{d^2 S}{dx\,dy} = \text{arc.}\left(\sin. = \frac{y}{\varphi x}\right) x \varphi x \frac{ds}{dx} + F' x;$$

$$\int dy \,.\, y \frac{d^2 S}{dx\,dy} = \sqrt{(\varphi x^2 - y^2)}\, \varphi x \frac{ds}{dx} + F'' x;$$

$$\int dy \,.\, z \frac{d^2 S}{dx\,dy} = y \varphi x \frac{ds}{dx} + F''' x.$$

Ist nun das Stück der Fläche durch zwei Curven begrenzt, deren Projectionen in der Ebene der xy durch die Gleichungen $y = \chi x$ und $y = \psi x$ gegeben sind, so müssen die gefundenen Integrale zwischen diesen Grenzen genommen werden, und man hat

$$S = \int dx \left[\text{arc.}\left(\sin. = \frac{\psi x}{\varphi x}\right) - \text{arc.}\left(\sin. = \frac{\chi x}{\varphi x}\right)\right] \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$X = \frac{1}{S} \int dx \left[\text{arc.}\left(\sin. = \frac{\psi x}{\varphi x}\right) - \text{arc.}\left(\sin. = \frac{\chi x}{\varphi x}\right)\right] x \varphi x \frac{ds}{dx}$$

$$Y = \frac{1}{S} \int dx \left[\sqrt{(\varphi x^2 - \psi x^2)} - \sqrt{(\varphi x^2 - \chi x^2)}\right] \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$Z = \frac{1}{S} \int dx \left[\psi x - \chi x\right] \varphi x \frac{ds}{dx}.$$

105. Sollen die Durchschnittslinien der Rotationsfläche mit der Ebene der xy die Grenzcurven seyn, so hat man $\psi x = \varphi x$, $\chi x = -\varphi x$, und folglich

$$S = [\text{arc.}(\sin. = 1) - \text{arc.}(\sin. = -1)] \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx}$$

$$= \left[\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx}$$

$$= \pi \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$X = \frac{\pi}{S} \int dx \,.\, x \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$Y = 0;$$

$$Z = \frac{2}{S} \int dx \,.\, \varphi x^2 \frac{ds}{dx}.$$

Diese Ausdrücke beziehen sich nur auf die über der Ebene der xy befindlichen Hälfte der Rotationsfläche; für beide Hälften zusammen genommen hat man

$$S = 2\pi \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$X = \frac{\pi}{S} \int dx \,.\, x\varphi x \frac{ds}{dx};$$

$$Y = 0; \quad Z = 0.$$

VII.

Fernere Versuche über eine neue Classe electro-chemischer Erscheinungen,

von

L. Nobili.

(Bib. univ. Mars. 1827.)

Bei den electro-chemischen Phänomenen, die ich unlängst beobachtet habe *), haben sich die merkwürdigsten und mannigfaltigsten Resultate am positiven Pole gezeigt, wo sich die electro-negativen Substanzen in dünnen Schichten absetzten, sobald sie sich unter den angegebenen Umständen befanden. Bei Fortsetzung dieser Untersuchung bin ich dahin gelangt, auch am negativen Pole eben so auffallende Phänomene hervorzubringen, die eine vollständige Vergleichung zwischen den Wirkungen beider Pole anzustellen gestatteten. Dieses geschah durch zwei Mittel, deren eines in der Verstärkung des electrischen Stromes, das andere in der Vermengung zweier oder dreier Auflösungen besteht. Ich

---

*) Siehe B. II. S. 435 dieser Zeitschrift.

will nun ohne Umschweife die Resultate beschreiben, die ich durch beide Mittel an chemischen Präparaten, an vegetabilischen und animalischen Substanzen erhielt.

Chemische Präparate.

Essigsaures Kupfer und Salpeter. Auf negativem Silber zeigte sich in der Mitte der Metallglanz; von da aus eine Reihe concentrischer Kreise in folgender Ordnung: zwei kleine schwachgrüne Kreise, dann ein weifser, ein rother, ein grünlicher, eine schöne Zone von feuerrothem Kupfer, die mit einem azurblauen Ringe mit Strahlenlinien, als wäre es ein getheilter Kreis, versehen war. Diese Linien erstreckten sich bis zum Kupferkreise. Dann folgte eine weite Kupferzone, die breiter war als die erste, aber eben so glänzend und von einem schön grünen Kreise umgeben. Auf Gold und Platin erschien dasselbe. Es dürfen aber, wenn der Versuch gelingen soll, die Platten nicht zu sehr polirt seyn.

Essigsaures und schwefelsaures Kupfer. Auf negativem Platin im Centrum ein dunkler Fleck, wahrscheinlich von Kupferoxyd, dann ein heller Kreis von reinem Platin, dann eine azurblaue Zone, ein grüner Kreis, und endlich eine sehr glänzende Kupferlage. Reibt man die Oberfläche, so verschwindet die grüne und blaue Farbe, und es bleibt auf dem Plättchen nichts als eine mehr oder weniger rothe zweifarbige Kupferschichte.

Essigsaures Kupfer und schwefelsaure Soda. Auf negativem Platin im Centrum weifs, dann ein azurblauer, und hierauf ein blauer Kreis, zwei feuerrothe Kupferzonen von ungleicher Lebhaftigkeit. Das Ganze erscheint mit blauer Umgebung. Auf negativem Silber eine schöne Reihe concentrischer Kreise, den vorigen ähnlich, jedoch in Rücksicht auf Ordnung und Beschaffenheit der Farben verschieden.

Essigsaures Kupfer und Baryt. Auf negativem Silber eine grofse schöne blafsgelbe Zone um eine andere rothe, von der sie durch einen weifsen Kreis vom blos gelegten Silber getrennt ist. Der mittlere Theil besteht aus kleinen, ins Gelbe spielenden Kreisen, die durch einen oder mehrere schwarze Striche von einander getrennt sind. Auf negativem Platin eine ähnliche Ringfolge, die sich aber in einigen Farben unterscheidet.

Essigsaures Kupfer und Kochsalz. Auf negativem Platin Herstellung des Kupfers in dem Augenblicke, wo man die Kette öffnet. Auf positivem Platin nichts. Auf negativem Silber eine Reihe concentrischer Kreise mit einer schönen milchweifsen Zone. Die geringste Reibung macht diese Kreise verschwinden.

Essigsaures Kupfer und Harn. Auf negativem Silber reducirtes Kupfer in concentrischen Kreisen, die immer schwächer werden, nachdem man die Kette geöffnet hat. Auf negativem Gold und Platin reducirtes Kupfer in schwachen Zonen.

Essigsaures Kupfer und Kali. Auf negativem Silber reducirtes Kupfer in wenig glänzenden und wenig mannigfaltigen concentrischen Kreisen.

Schwefelsaures Kupfer und Soda. Auf negativem Silber wie bei essigsaurem Kupfer und schwefelsaurer Soda.

Schwefelsaurer Braunstein und Soda. Auf negativem Platin eine weifse Schichte mit kleinen Bläschen, die sich beim Öffnen der Kette zerstreuen.

Schwefelsaures Kupfer und Kochsalz. Auf negativem Silber concentrische Kreise und eine milchweifse Zone, wie bei dem Versuche mit Kupfer und Kochsalz. In beiden Fällen wird das Kupfer durch die Auflösung ein wenig angegriffen. Auf negativem Platin reducirtes Kupfer in immer schwächer werdenden Kreisen.

Schwefelsaures Kupfer und Salpeter. Auf negativem

Silber schöne concentrische Kreise mit sehr lebhaften Farben, gegen die Mitte aus reducirtem Kupfer; rings herum eine breite, blafsgelbe, durch einen Silberkreis getheilte Einfassung. Die verschiedenen Kreise werden in Kurzem zum Vortheile der ganzen Erscheinung grün. Auf negativem Platin concentrisch bleibende Kreise aus reducirtem Kupfer.

Schwefelsaures Kupfer und salzsaures Kali. Auf negativem Platin concentrische, wenig dauerhafte Kreise aus reinem Kupfer mit verschiedenen Farben. Auf negativem Silber vier deutliche Kreise, der innere aus Kupferoxyd, der zweite aus reinem Kupfer, der dritte grün, der vierte milchweifs.

Schwefelsaures Kupfer und salzsaurer Baryt. Diese beiden Auflösungen wirken zwar chemisch auf einander ein, geben aber doch auf negativem Silber Erscheinungen wie die vorhergehenden. Auf negativem Platin erscheinet eine kleine Kupferzone um zwei azurblaue Kreise.

Salzsaures Kupfer. Auf negativem Platin Kreise mit zwei Farben aus Kupfer, von einer milchweifsen Zone umgeben. Reibt man die Oberfläche leicht, so bleibt nur eine Kupferzone übrig, die mit Oxydstreifchen durchzogen, und durch einen dunkleren Kreis durchschnitten ist.

Salzsaures Kupfer und salzsaurer Baryt. Auf negativem Platin Erscheinungen wie im vorhergehenden Falle.

Salzsaures Kupfer und salzsaures Ammoniak. Auf negativem Platin sich verlierende Kreise aus Kupfer, die nur eine schwache Spur zurücklassen. Auf negativem Silber schöne concentrische Kupferkreise, die mit der Wirksamkeit der Säule verschwinden.

Salzsaures Gold und salzsaure Soda. Auf negativem Platin concentrische Goldkreise, deren Farben so auf

einander folgen: am Centrum ein kleiner dunkelrother Kreis, dann ein anderer kupferfarbiger, ein dritter röthlicher, ein vierter kupferfarbiger, und hierauf vier bis fünf blafsgelbe Kreise. Auf negativem Gold in der Mitte ein dunkelrother Kreis, dann ein gelber, grüner, wieder ein gelber, der am äufseren Rande in die Farbe des Centrums übergeht.

Salzsaures Ammoniak und Ammoniakkupfer. Auf negativem Platin sich verlierende concentrische Kreise aus Kupfer.

Salzsaurer Kobalt und salzsaures Ammoniak. Auf negativem Silber schön gefärbte Kreise, die aber bald nach ihrem Entstehen schwächer werden, und wovon einige ihre Farbe ändern.

Salzsaurer Kobalt und salzs. Kalk. Auf negativem Platin Kreise, die kaum sich gebildet haben, als sie wieder verschwinden, dann ein weifslicher Überzug der Oberfläche, der sich augenblicklich wieder verliert. Auf negativem Silber dasselbe Phänomen.

Salpetersaures Kupfer und salpetersaurer Kalk. Auf negativem Silber im Centrum ein schwarzer Fleck, dann zwei Zonen von Kupfer, und ein breiter Kupferstreifen mit bräunlicher Einfassung. Auf negativem Platin dasselbe Phänomen.

Salpetersaures Kupfer und salpeters. Kali. Auf negativem Silber und Platin wie vorher.

Salpetersaurer Kalk und salzsaures Kali. Auf negativem Silber concentrische Kreise mit einer schönen milchweifsen Zone. Auf negativem Platin Kupferkreise, die langsem verschwinden.

Essigs. Quecksilber und Salpeter. Auf negativem Platin und Gold ein flüchtiger Metallüberzug.

Essigs. Kupfer, schwefels. Kupfer und Salpeter. Auf negativem Platin mehrere Kreise, die zwei Zonen bil-

den, wovon der innere feuerroth, der äufsere blau erscheint. Den Mittelpunct nehmen mehrere sehr deutliche verschiedenfarbige Kreise ein.

Essigs. und schwefels. Kupfer und salzs. Kali. Auf negativem Platin Kupferkreise, die verschwinden, und kaum eine Spur von sich zurück lassen. Auf negativem Gold dasselbe. Auf negativem Silber eine Reihe concentrischer Kreise in folgender Ordnung: von innen ein kleiner dunkler Kreis, wahrscheinlich von Kupferoxyd, dann ein ins Fleischfarbne spielender Kupferkreis, ein Streifen, eine schwärzliche, dann eine milchweifse Zone, von einem vielfarbigen Schimmer umgeben. Dieses Phänomen erhält sich, wenn die Thätigkeit der Säule nur kurze Zeit dauert. Eine kleine Schichte Schwefelsäure vertilgt alles bis auf die Kupferzone um einen weifsen Kreis.

Essigs. und schwefels. Kupfer, nebst salzs. Soda. Auf negativem Platin *) wie vorhin. Auf negativem Gold und Silber Kupferkreise, die immer schwächer werden.

Salpeters. Kupfer, salzs. Kobalt und salzs. Kalk. Auf negativem Platin concentrisch sich verlierende Kreise aus den Metallbasen. Auf negat. Silber etwas ähnliches.

Versuche mit thierischen Substanzen.

Harn. Auf negat. Silber im Centrum ein erdfarbner Punct, dann zwei oder drei Kreise von sehr zartem Azurblau, hierauf verschiedene sehr deutliche Iris von schwacher Farbe.

Seröser Theil vom Menschenblut. Auf positivem Platin und Gold keine Erscheinung; auf posit. Silber gegen die Mitte einige aschgraue Kreise, dann eine glänzende Silberzone, eine Reihe sehr lebhafter Irisbögen,

*) Im Original heifst es Silber, der Context zeigt aber, dafs es Platin heifsen mufs.

woven der letzte sich ins Violette verliert. Die Wärme röthet sie. Auf negat. *) Gold, Platin und Silber setzt sich eine adhärirende milchfarbne Substanz ab.

Kuhmilch. Auf posit. Platin nichts; auf posit. Silber im Centrum ein dunkler Punct, dann eine Reihe kleiner, schwacher, milchiger Kreise, ein Silberkreis, und eine oder zwei Iris, wo das Roth fehlt. Dieses Phänomen ist dem in der vorhergehenden Substanz ähnlich, unterscheidet sich aber doch davon. Auf negat. Silber eine weifsliche Materie.

Hühnereiweifs. Auf posit. Silber in der Mitte eine weifsliche Materie, die in zwei oder drei mehr oder weniger dunkle Kreise getheilt ist, hierauf eine Silberzone, und dann zwei oder drei Iris.

Dotter desselben Eies. Auf posit. Silber ein ähnliches Phänomen.

Speichel. Auf posit. Silber eine Irisreihe, die einen gelblichen Kreis bildet, der diese Erscheinung von der vorigen unterscheidet. Er wird unter fortdauernder Einwirkung der Säule blau und purpurroth.

Hühnerblut. Auf posit. Silber wie beim Eiweifs. Die Iris neigt sich ins Grüne oder Gelbe.

Schweinsgalle. Auf negat. Silber in der Mitte eine Masse, die gegen innen dunkel, gegen aufsen gelb ist, dann einige verschieden gefärbte Kreise, die eine deutliche Iris mit einer blauen Zone schliefst. Zwischen der Iris und den inneren Kreisen ist eine schön rosenrothe Zone.

Menschengalle. Auf posit. Silber wie vorhin.

Feuchtigkeiten aus einem Schweinsauge. 1. *Wässerige Feuchtigkeit.* Auf posit. Silber in der Mitte verworrene Kreise, die ein milchweifser Kreis schliefst, dann eine Silberzone, und endlich mehrere sehr lebhafte Iris.

*) Im Originale heifst es, ohne Zweifel irrig: *positiv*.

2. *Krystallfeuchtigkeit.* Auf posit. Silber eine verworrene Erscheinung, wegen der Zähheit der Masse. Deutliche, aus ziemlich gefärbten Kreisen bestehende Erscheinungen gab sie, wenn sie mit etwas Wasser verdünnt, und dann durch ein Tuch geseihet war. Da setzte sich in der Mitte eine Schichte eines weifsen Stoffes ab, wie eine Membrane, die über das Plättchen hingleitet, welches von der Neigung der Oberfläche abzuhängen scheint.
3. *Glasfeuchtigkeit.* Auf posit. Silber wie bei der Wasserfeuchtigkeit, nur fehlt der milchweifse Kreis.

Versuche mit Pflanzenstoffen.

Möhrensaft. (*Daucus, carota Linn.*) Auf posit. Silber ein dunkler Mittelpunct mit zwei Kreisen, einem gelblichen und einem grünlichen umgeben, dann mehrere stark gefärbte Zonen.

Zwiebelsaft. (*Allium cepa Linn.*) Auf posit. Silber ein schwarzer Punct, in der Mitte zweier Kreise, deren einer ins Gelbe, der andere ins Azurblaue spielt, dann mehrere andere schwach gefärbte Kreise.

Petersilsaft. (*Apium petroselinum Linn.*) Auf posit. Silber in der Mitte ein dunkler Punct, von einer weifslichen und grünen Masse umgeben, dann zwei schöne Iris, deren eine stärker als die andere, und von innen durch eine so transparente Zone geschieden ist, dafs man sie kaum vom reinen Silber unterscheiden kann.

Traubensaft. Auf posit. Silber in der Mitte ein dunkler Punct mit verschiedenen bläulichen Einfassungen.

Knoblauchsaft. (*Allium sativum Linn.*) Auf posit. Silber ein schwarzer Punct, in der Mitte zweier kleiner Kreise, wovon der innere milchweifs, der andere grün ist; sie sind mit einer gelben Zone umgeben, auf deren Umrifs schwaches Violett anfängt. Diese Erscheinung darf mit keiner anderen verwechselt werden.

Aepfelsaft. Auf posit. Silber in der Mitte ein schwarzer Fleck, der von mehreren schwach gefärbten Kreisen umgeben ist.

Rettigsaft. (*Raphanus sativus Linn.*) Auf posit. Silber in der Mitte ein dunkler Punct, dann ein kleiner weifser Kreis, eine grünliche Zone von einem blauen Kreise begrenzt, dann einer oder zwei schön goldgelbe Kreise, und endlich eine schwache Iris.

Kopfkohlsaft. (*Brassica oleracea capitata, sabauda Linn.*) Auf posit. Silber im Centrum einen blauen Punct, dann einen grünlichen Kreis, dann einen dunklen, endlich eine sehr glänzende Iris mit vorherrschendem Gelb, das ins Blaue spielt.

Sellerieblättersaft. (*Apium graveolens dulce Linn.*) Auf posit. Silber gegen das Centrum zwei verschiedene Stoffe, ein grauer und ein grüner, dann mehrere Iris.

Rothe Rübe. (*Beta vulgaris Linn.*) 1. *Saft von der Knolle.* Auf posit. Silber in der Mitte ein rother Punct, den vier Kreise umgeben, ein gelber, blauer, rother und grüner, weiter davon zwei bis drei schöne Iris. 2. *Blättersaft.* Auf posit. Silber dasselbe, mit Ausnahme einer Verschiedenheit in den mittleren Kreisen.

Endivia. (*Cichorium endivia Linn.*) 1. *Wurzelsaft.* Auf posit. Silber in der Mitte ein weifser Stoff, von einem anderen dunkelgrünen umgeben, dann mehrere schwach gefärbte Kreise. 2. *Blättersaft.* Auf posit. Silber in der Mitte ein röthlicher Punct, dann ein kleiner gelblicher Kreis, auf den ein gröfserer grüner, und endlich zwei schöne Iris folgen.

Kohl. (*Brassica oleracea Linn.*) 1. *Wurzelsaft.* Auf posit. Silber in der Mitte ein dunkler Punct, dann ein weifser Kreis, auf den eine grünliche Zone folgt, endlich mehrere andere schwach gefärbte und ins Violette spielende Zonen. 2. *Blüthensaft* mit etwas Wasser ver-

dünnt. Auf posit. Silber das Centrum röthlich, dann zwei kleine Kreise, ein blauer und ein grüner, endlich schwache violette Zonen wie vorher. 3. *Blättersaft.* Auf posit. Silber in der Mitte ein röthlicher Punct, von einem gelben und einem grünen Kreise umgeben; dann Zonen wie vorher, nur etwas besser gefärbt.

Riechender Huflattich. (*Fussilago fragrans. Villars.*) 1. *Wurzelsaft.* Auf posit. Silber im Centrum ein dunkelrother Kreis, dann ein gelblicher und ein ins Graue spielender; hierauf einige sehr schwache bläuliche Zonen. 2. *Stengelsaft.* Auf positivem Silber im Centrum schwarz, mit einem weifsen Kreise, dann sehr zarte und doch rein gefärbte Kreise. 3. *Blättersaft.* Auf positivem Silber ein dunkles Centrum mit zwei blauen Kreisen, deren einer heller als der andere ist, hierauf lebhafte Iris.

Hiemit schliefst der Hr. Verfasser die Reihe jener Versuche, die er, seiner Aussage gemäfs, nicht aus blofser Curiosität, sondern defshalb angestellt hat, weil er an den Substanzen, die in der electro-chemischen Reihe an beiden Enden stehen, die Eigenschaft, durch den electrischen Strom leichter von einem Pole zum anderen übergeführt zu werden, bemerkt zu haben glaubt. Für Stoffe, die am electro-negativen Ende sich befinden, spricht, sagt er, die allgemeine Beobachtung der Hauptphänomene, die man an beiden Polen gleich leicht hervorbringt; für die Körper am anderen Ende die Vergröfserung des Effectes, den man am anderen Pole durch Zusatz solcher Salze erhält, die eines der neuen Metalle zur Basis haben, welche alle am positiven Ende der electro-chemischen Scale stehen. Läfst sich diese Eigenschaft völlig erweisen, so werden sich, seiner Meinung nach, mehrere Eigenthümlichkeiten der Säule erklären, wie z. B. die Richtung der Bewegung in einigen flüssigen Leitern, in den von *Ermann* entdeckten, von *Herschel*,

Orioli und *Prandi* weiter entwickelten Rotationen. Es bleibt, heifst es weiter, in dem so häufigen Falle, wo electro-positive und negative Substanzen sich an die ihnen entsprechenden Pole anhängen, von ihnen wahrscheinlich eine kleine, kaum wahrnehmbare Schichte zurück. Die electrischen Polaritäten eines Platinplättchens, das an den Polen der Säule gedient hat, kommen wahrscheinlich von solchen Schichten her. Vielleicht ist dieses die einzige Ursache der Ladung von *Ritters* secundärer Säule. Man erinnere sich an die Beobachtungen von *La Rive* und *Marianini* über die electromotorische Kraft, die Plättchen erlangen, welche in der *Volta*'schen Kette als Pole gedient haben, die so stark an ihnen haftet, dafs man sie nicht durch Reiben, sondern nur durch Erwärmung zerstören kann.

In seinen Versuchen geschieht dieses an Plättchen häufig durch solche Absätze, die auch der Reibung mehr oder weniger widerstehen. Bei allen Versuchen mit organischen Körpern habe ich, fährt er fort, nur am positiven Pole schöne Phänomene wahrgenommen, darum darf man aber doch nicht unterlassen, die Erscheinungen am negativen Pole zu studiren. Denn es setzt sich an ihm oft so viel Masse ab, dafs er dem Chemiker, Physiologen und Botaniker hinreichenden Stoff zur Untersuchung darbietet. Ich weifs zwar nicht, wie weit man die Analyse der am Centrum eines Plättchens abgesetzten Masse treiben kann; indefs scheint mir ihre Menge zu genauen Analysen hinreichend zu seyn, noch mehr aber zu mikroskopischen Beobachtungen. Die Erscheinungen, welche animalische und vegetabilische Substanzen am positiven Pole darbieten, sind im Allgemeinen schöner und lebhafter als die, welche chemische Lösungen darbieten. Es sind die Producte der organischen Natur von denen der unorganischen scharf geschieden.

Die Absätze aus organischen Stoffen stehen in enger Beziehung zu einander, wie man aus einem Vergleiche der glänzendsten Stellen, wie der Iris, welche den centralen Theil umgibt, ersieht; doch bemerkt man auch Unterschiede, welche jede Substanz charakterisiren.

In vegetabilischen Substanzen hat der centrale Absatz die Gestalt eines Auges, dessen Gröfse und Farbenspiel bei verschiedenen Substanzen variirt. Es ist der Mühe werth, sich mit diesen Formen bekannt zu machen, um sie classificiren zu können; dann wird man die schon bekannten physischen Charactere der Körper mit neuen electro-chemischen vermehren können. Diefs wird besonders in organischen Körpern von Wichtigkeit seyn, deren Chemie noch so wenig vorgerückt ist.

Die Jahreszeit erlaubte nur wenige Versuche mit Pflanzensäften, aus denen man ersah, dafs die Farben aus Wurzelsäften von denen aus Blättersäften sehr verschieden sind; erstere sind in der Regel viel schwächer als die letzteren.

Die Farben, welche organische Substanzen am positiven Pole absetzen, sind so schön und mannigfaltig, dafs man dadurch die unermefsliche Mannigfaltigkeit, welche in dieser Hinsicht die zwei schönsten Naturreiche von einander unterscheidet, wohl begreifen lernt. Ein, oder höchstens zwei oder drei electro-negative Elemente in dünnen Schichten unter die organischen farbigen Theile eines Individuums gebracht, reichen zur Erklärung der Farbenverschiedenheit hin.

Die Farben des Pflanzen- und Thierreiches sind im Allgemeinen in der heifsen Zone lebhafter und mannigfaltiger als in der kalten. Die Wärme ändert das Aussehen der electro-chemischen Phänomene, und belebt oft die Farben auf das überraschendste. Dieser Umstand verdient von Naturhistorikern beachtet zu werden.

Der Hr. Verfasser machte auch Versuche, um an Substanzen, die ihrer Natur nach dieses gestatten, die Erscheinungen beim positiven und negativen Pole zugleich neben einander auf einem Metallplättchen darzustellen. Er nahm dazu zwei Säulen, deren gleichnamige Pole entgegengesetzte Richtungen hatten, verband diese mit dem Rande eines horizontal liegenden Plättchens, und führte von den zwei anderen Polen zwei andere Drähte in die Nähe desselben Plättchens. Man sollte glauben, dafs sich in diesem Falle die Stoffe, welche die zwei entgegengesetzten Pole lieferten, vereinigen müfsten, allein dieses ist nicht der Fall; sondern wenn die Kreise um einen Pol die um den anderen Pol schneiden, so wirken sie verengend auf einander.

Die Erscheinungen an einem Pole kann man verschwinden machen, und zwar ganz oder zum Theil, wenn man den electrischen Strom umkehrt; dadurch entstehen oft neue Farben. So z. B. verschwinden dadurch die Irisfarben, die man auf positivem Platin mittelst essigsaurem Blei erhält, zum Theil, und diejenigen, welche übrig bleiben, nehmen einen grünen flüchtigen Teint an.

Bei Kupfersalzen bildet das Kupfer oft am negativen Pole abwechselnde Kreise von gesättigterem und minder gesättigtem Roth. Der Verfasser hat diesen Umstand schon in der ersten Abhandlung über diesen Gegenstand bezeichnet, meinte aber, die Farben rühren vom Kupfer in zwei Oxydationszuständen, und im regulinischen her, doch machten es ihm fernere Versuche wahrscheinlich, dafs sie von einigen Lagen einer überführten electro-positiven Materie herrühren; nur im centralen Theile erkennt man das Kupferoxyd immer recht deutlich.

VIII.

Eine der neu entdeckten Flüssigkeiten in einer weiten Höhlung eines Saphirs,

von

D. Brewster.

(Journal of science, No. XI.)

Die Flüssigkeiten, welche *Brewster* in Krystallen entdeckte *), fand man bis jetzt nur in Edelsteinen, wie in Quarz, Topas und Krysoberyll; die Entdeckung derselben in andern Krystallen ist wohl interessant zu nennen. *Sanderson* gab vor Kurzem *Brewster* einen Saphir, der eine sehr grofse Öffnung hatte, die wie jene aussah, welche im Topas vorkommen, und mit dem sehr ausdehnbaren Fluidum angefüllt sind. Die Höhlung ist aber $^1/_{10}$ Zoll lang und regelmäfsig wie ein Krystall, die Flüssigkeit nimmt darin $^2/_3$ der Länge ein, und erfüllt sie 82° F. (22° $^2/_9$ R.) ganz. Sie scheint klebriger und dichter zu seyn, als man sie sonst findet, und darum erscheint sie selbst dann, wenn sie den ganzen innern Raum ausfüllt, am Rande deutlich und wohl begrenzt. Sinkt die Temperatur unter 82° F., so begleitet ihr Zusammenziehen keine so heftige Effervescenz, wie dieses bei Flüssigkeiten in Topasen der Fall ist. Im genannten Exemplare scheint das Fluidum vermög seiner Ausdehnbarkeit auf die Wände der Höhlung stark gewirkt, und sie an beiden Seiten erweitert zu haben. Die Wände der so entstandenen Spalten sind stellenweise mit einer gallertartig aussehenden Materie überzogen, wie von Theilen der einen der zwei Flüssigkeiten, wenn sie erhärtet.

---

*) Mehreres darüber findet der Leser im 1. Bande dieser Zeitschrift.

Doch reichte obige Kraft nicht hin, den Krystall ganz bersten zu machen, und scheint nur die zweite Flüssigkeit in die Spalten getrieben zu haben, die daher immer die Ecken und schmalen Stellen einnimmt. Für diese Meinung spricht auch noch der Umstand, daſs man von der zweiten Flüssigkeit nichts innerhalb der Höhlung gewahr werden kann; doch kann dieses auch daher kommen, daſs es so schwer hält, die Ecken der Höhlung in diesem Exemplar genau zu untersuchen.

Eine andere Merkwürdigkeit bietet dieser Krystall dadurch dar, daſs er an einem Ende der Flüssigkeit deutliche Gruppen durchsichtiger Krystalle enthält, die ohne Zweifel von der Flüssigkeit abgesetzt wurden. Es lieſs sich über die Natur dieser Krystalle nichts sagen; wenn die Höhlung geöffnet wäre, würde man wohl entscheiden können, ob sie Saphire sind oder nicht.

IX.

Comparative Wirkung der Rotation einer massiven und hohlen Eisenkugel auf die Magnetnadel,

von

Barlow.

(Edinb. journ. of science. No. XI.)

Es ergibt sich aus *Poissons* Theorie des Magnetismus in Bewegung *), daſs zwei Bomben, deren eine massiv, die andere hohl ist, und die im ruhenden Zustande eine Magnetnadel ganz gleich afficiren, beim schnellen

*) B. II., S. 336 dieser Zeitschrift.

Röhren nicht mehr mit gleicher Kraft darauf wirken, wiewohl ihre Durchmesser und Entfernungen von den Magneten vollkommen gleich sind, und auch beide mit gleicher Geschwindigkeit gedreht werden. Dieses Resultat schien ein Mittel abgeben zu können, die Theorie einer eigentlichen Feuerprobe zu unterwerfen, und *Babbage*, der sich gerade damahls in Paris aufhielt, als diese Deduction gemacht wurde, schrieb mir, auf Verlangen *Poissons*, den Versuch anzustellen.

Ich verschaffte mir demnach eine massive Eisenkugel von der gröfsten Gattung, nämlich einen 68 Pfünder von 7.87 Zoll Durchmesser, und eine hohle von demselben Durchmesser, deren Gewicht gerade der Hälfte der vorigen gleicht, nämlich 34 Pfund; da ich aber die massive Kugel nicht wohl an dem Apparate anbringen konnte, den ich bei meinen vorigen Drehversuchen brauchte, so construirte ich mir eine andere Vorrichtung, welche Taf. 1, Fig. 3 zu sehen ist. *ABCD* ist ein dickes, am Fufsboden wohl befestigtes Holzstück; *W* ein Rad, das sich um seine Axe dreht; *w* eine Welle, die an die aufrechte Axe befestigt ist, und an deren oberes Ende eine hölzerne Schale angeschraubt ist, deren Höhlung sie geeignet macht, die massive und hohle Kugel genau aufzunehmen. Hinter *AB* war der Fufsboden weggenommen, und die aufrechte Stütze *EF* in die Erde eingetrieben, die Platte *FG* daran befestigt und die Magnetnadel *C* darauf gestellt, so, dafs sie gerade über der Kugel stand, und gegen jede Erschütterung durch die Bewegung derselben geschützt war. Der Apparat wurde im magnetischen Meridian festgestellt, und zur Erhöhung der Wirkung die Richtkraft der Magnetnadel durch eine kräftige Magnetstange, die sich im Meridian zur Seite des Gestelles befand, vermindert. Bei dieser Einrichtung wurden folgende Resultate erhalten:

Die massive Kugel wurde 640 Mal in einer Minute gedreht.

Stand der Magnetnadel bei ruhender Kugel.	Ablenkung		
	bei der Rotation nach links.	bei der Rotation nach rechts.	mittlere.
0° 0′	27° 0′	29° 0′	28° 0′
1 0	28 0	29 0	28 30
— 0 30	28 0	29 30	28 45
0 0	28 30	29 0	28 45
0 0	27 30	29 30	28 0
1 0	27 30	29 0	28 15
— 0 30	27 30	29 0	28 15
1 0	28 30	29 0	28 45

Mittelresultat aus allen Versuchen 28°, 24′.

Die hohle Kugel wurde in einer Minute 640 Mal gedreht.

Stand der Magnetnadel bei ruhender Kugel.	Ablenkung		
	bei der Rotation nach links.	bei der Rotation nach rechts.	mittlere.
0° 30′	14° 45′	15° 0′	14° 52′
0 0	15 0	15 0	15 0
1 0	15 30	15 0	15 15
0 0	15 30	15 30	15 30
— 0 30	15 0	15 0	15 0
0 30	15 30	15 30	15 30
0 30	15 0	15 0	15 0
0 0	15 0	15 0	15 0

Mittelresultat aus allen Versuchen 15°, 5′.

Demnach ist die Ablenkung der Magnetnadel nahe den respectiven Massen proportionirt.

Diese Versuche erhielt ich unter günstigeren Umständen, als jene, die ich *H. Poisson* gesandt habe; ich kann aber wegen der Beschaffenheit des Apparates doch nicht behaupten, daſs sie ganz die Grade der Genauigkeit haben, die nöthig ist, um eine mathematische Theorie durch sie einer Probe zu unterwerfen. Indeſs ist doch dadurch der Satz auch empirisch bewiesen, daſs zwei Körper, die im ruhenden Zustande mit gleicher Kraft auf eine Magnetnadel wirken, bei der Bewegung hierin einen Unterschied zeigen, und das war es, was ich eigentlich zu leisten mir vornahm.

X.

Über die Beobachtungen und Versuche, welche zur Bestimmung der täglichen Variationen und der Intensität der Magnetnadel von Capitän *Parry*, den Lieutenants *Ross* und *Foster* auf *Parry's* dritter Reise angestellt wurden,

von

Peter Barlow.

(Edinb. phil. journ. 4. p. 347.)

Die Versuche, von denen hier die Rede ist, wurden unter so günstigen Umständen in Betreff der Localität, der Instrumente und der Beobachter angestellt, daſs sie jeden in hohem Grade interessiren müssen, der diesem wichtigen Theile der Naturwissenschaft einige Aufmerksamkeit widmet. Kein Platz dürfte besser zu

solchen Versuchen geeignet seyn, als *Port Bowen*, in einer nördlichen Breite von 73°, 14′ und in einer westlichen Länge von 88°, 54′, wo die Magnetnadel eine Neigung von 88°, 1′ hat und daher der magnetische Pol nicht fern, aber doch weit genug entfernt war, um den Magnetnadeln ihre natürliche Richtkraft zu lassen, die sie in gröſserer Nähe dieses Poles wahrscheinlich eingebüſst hätten. Jedes der Instrumente, das man gebrauchte, war von einem der ausgezeichnetsten Künstler London's verfertiget, und von den oben genannten Männern gehandhabt, deren Namen allein schon für die Genauigkeit bürgen; diese wurden überdieſs noch auf das bereitwilligste von den anderen Officieren der Expedition unterstützt.

Die Beobachtungen fingen am 10. December 1824 an und dauerten bis zum Ende Mai 1825; während eines groſsen Theils dieser Zeit befand sich die Sonne unter dem Horizont, das Thermometer stand oft 40° (F) unter 0, der Beobachtungsplatz war eine weit vom Schiffe entfernte Hütte, wo kein Eisen auf die Magnetnadel einwirkte; alle Beobachtungen wurden sorgfältig zu jeder Stunde angestellt und alsogleich in ein Tagebuch eingetragen. Alles dieses zusammen gibt diesen Beobachtungen einen hohen Grad der Wichtigkeit, und ich glaube, *Barlow* verdiene groſsen Dank, daſs er diese Untersuchungen in Kürze, in der oben genannten Quelle aus dem Originalwerke darstellte, und halte diese Darstellung auch der Aufmerksamkeit deutscher Leser werth. Darum ich sie hier folgen lasse:

L. Foster hat gleich nach seiner Abreise von England Beobachtungen über die tägliche Variation der Magnetnadel angestellt, so oft es sich thun lieſs. Dieses geschah zuerst auf den Wallfisch-Inseln während der Übernahme des Proviantes von den die Expedition dahin

begleitenden Schiffen. Diese Versuche dauerten nur drei Tage, gewähren daher keine so sicheren Resultate, als zu wünschen wäre; doch stimmen sie, was die Gröfse und Zeit der gröfsten westlichen Abweichung an jedem Tage anbelangt, sehr gut mit einander überein; nur die kleinste westliche und die gröfste östliche Variation trat in der Nacht ein, und wurde nicht beobachtet. Die gröfste tägliche westliche Abweichung betrug 23′ und fing um 1° 10′ v. M. an, zu welcher Zeit die Sonne westlich vom Compaſs stand; die mittlere Abweichung war 70° 2′ W. und die Neigung 82° 53′. Nach diesen Beobachtungen fand *Foster* keine Gelegenheit zu dergleichen mehr, als bis er in *Port Bowen* anlangte; da fingen, wie oben gesagt wurde, die Beobachtungen am 10. December mit *einer* Magnetnadel an. Erst mit dem neuen Jahre begann die grofse Reihe dieser Observationen, mit zwei Nadeln, aus denen man bald abnahm, dafs die Magnetnadel innerhalb 24 Stunden zwei Mal einen gewissen Punct passirt, der *Nullpunct* genannt werden soll, und durch den der mittlere eigentliche Meridian geht. Nur an einem Tage, nämlich am 24. Februar, langte eine der beiden Nadeln (Nro. 2) bei ihrer östlichen Bewegung nicht an diesem Puncte an. Die Zeit, in welcher die Magnetnadel durch diesen Punct geht, war nach viermonatlichen ununterbrochen fortgesetzten Beobachtungen im Durchschnitte 6 Uhr 15 Minuten vor Mitternacht und 4 Uhr 37 Minuten nach Mitternacht. Für jeden Monat ergab sich diese Zeit wie folgt:

1825	V. M.	N. M.
Jänner . .	6 U. 0 M.	4 U. 0 M.
Februar .	6 — 30 —	4 — 0 —
März . .	5 — 30 —	5 — 0 —
April . .	7 — 00 —	5 — 30 —
Mittelwerth	6 — 15 —	4 — 37 —

Die gröfste westliche Abweichung fand nach 120-tägigen Beobachtungen im Allgemeinen zwischen 10 U. v. M. und 1 U. n. M., also im Durchschnitte um 11 U. 49 M. v. M. Statt. die kleinste westliche Abweichung, d. i. die gröfste Abweichung des Nordendes der Magnetnadel gegen Osten trat zwischen 8 U. n. M. und 2 U. v. M., also im Mittel um 10 U. 1 M. n. M. ein. In wenigen Fällen herrschte das Maximum der westlichen Abweichung nahe um 8 U. v. M. und höchstens um 3 U. n. M., auf gleiche Weise fand man nur in wenigen Fällen die gröfste östliche Abweichung um 2 U. und um 3 U. n. M. In allen diesen anomalen Fällen erkannte man aus gleichzeitig angestellten Versuchen über die Schwingungen einer horizontal schwebenden Nadel, dafs die Anomalie aus einer ungewöhnlichen Änderung der Intensität der magnetischen Kraft herrühre, wodurch eine Ablenkung hervorgebracht wird, welche der durch den ordentlichen Gang der Dinge bewirkten entgegengesetzt ist.

Die tägliche Änderung in der Richtung der Magnetnadel war selten kleiner als ein Grad, manchmal stieg sie bis 5, 6, oder gar bis 7 Grade. Es konnte nicht bezweifelt werden, dafs diese Unterschiede mehr oder weniger von der Position oder dem Einflusse der Sonne oder des Mondes auf den Erdmagnetismus herrühre; jedoch ist die Bestimmung des Gesetzes, nach dem dieser Einflufs wirkt, eine delicate und verwickelte Sache.

Die Beobachter haben zwar die Resultate ihrer stündlichen Beobachtungen in Tafeln dargestellt, die 40 Quartseiten einnehmen; *Foster* hat aber später eine Übersicht derselben gegeben, aus der *Barlow* folgende entnahm, die man leicht versteht.

Jänner 1825.

Zeit	Maximum.		Tägliche Änderung.	Temperatur der Luft		Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Westlich v. M.	Östlich n. M.		beim westl. Maxim.	beim östlich. Maxim.		
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	13. 0	12 0	1 20½	—26	—26¼	Keines.	O. hell.
2	11 50	19 10	0 53	27	29½	—	O. hell.
3	10. 0	12 0	0 50	28	34	—	O. dünne Wolken und
					33	—	Nebel.
4	10.10	3 0	0 56½	26			O. Nebel.
5	11.10	12 0	2 33	32½	36	—	NO. theilweise Ne-
					34	—	bel.
6	9.45	11 5	2 50	29½			O. theilweise Nebel.
7	9.20	12 0	2 3	36	32	—	O. hell.
8	—	—	—	—	—	—	O. Nebel mit Sturm.
9	—	—	—	—	—	—	O. hell.
10	13 0	9 3	1 23	33	37	—	O. ruhig und hell.
11	12 0	13 7	2 1½	35	38	—	O, ruhig und hell.
12	10 10	13 10	0 51	16	38½	Sichtbar.	O. ruhig und wolken-
					16½	Keines.	los.
13	13 0	11 10	1 0½	18			NW. wenige lichte Wolken.
					20	—	
14	13 20	11 10	1 22	25			OSO. Nebel mit
					27	Sichtbar.	Sturm.
15	12 15	14 17	4 13	31			OSO. starker Nebel.
16	12 10	11 10	2 25½	26½	35	—	O. dichter Nebel.
17	8 10	10 15	2 29	24	27	—	NO. hell.
18	12 10	6 15	2 56	23	22½	—	NO. bewölkt.
19	14 10	14 10	1 56	28	23	Nicht sichtb.	NO. sehr neblig.
20	13 55	5 10	1 8	30	28	Sichtbar.	NO. hell.
21	13 40	6 5	1 17½	27	31½	—	NNO. sehr neblig.
22	12 55	12 5	1 20½	32	29	—	NNO. bewölkt.
23	12 20	8 5	1 16	34½	33½	Nicht sichtb.	NNO. neblig.
24	11 11	13 10	1 3½	40	36	Sichtbar.	NO. heiter.
25	15 10	10 5	1 12½	29	34	Nicht sichtb.	S. sehr heiter.
26	10 7	14 5	2 0	31	26½	Sichtbar.	S. sehr heiter.
27	13 10	15 5	1 55	25½	33	—	NW. Nebel und Sturm.
28	12 0	6 10	0 44	29	27	—	NW. Nebel und Sturm.
29	11 3	2 2	1 5	27	28½	—	NNW. dichter Nebel,
30	12 0	10 5	1 31½	29	31	—	O. überzogen.
31	8 5	6 10	0 26	32½	36	Nicht sichtb.	O. dichte Wolken.
Mittel	11 46	10 50	1 37¼	28½	30		

Februar 1825.

Zeit	Maximum. Westlich v. M.	Maximum. Östlich n. M.	Tägliche Änderung.	Temperatur der Luft beim westl. Maxim.	Temperatur der Luft beim östlich. Maxim.	Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	12 0	11 57	0 39	—33	—36	Nicht sichtb.	O. heiter.
2	12 3	4 0	0 52½	40	41½	—	O. heiter.
3	11 4	3 4	0 17½	32	26½	—	O. unten neblig.
4	14 0	13 0	0 54	24½	26	—	O. unten neblig.
5	11 4	2 0	1 14½	25	26	—	ON. bewölkt.
6	12 4	6 0	1 27	16	19	Sichtbar.	N. heiter und stürmisch.
7	14 0	10 0	0 46½	22½	29	Nicht sichtb.	O. heiter.
8	7 58	13 57	1 10½	32	39½	—	O. ruhig und heiter.
9	10 58	12 6	0 51½	39	39½	—	O. ruhig und heiter.
10	6 57	10 58	0 47	38	31½	—	O. ruhig und heiter.
11	14 10	13 32	3 53	31½	20	Sichtbar.	NW. wenige lichte Wolken.
12	13 25	12 0	2 46	11½	9	—	OSO. neblig und stürmisch.
13	14 15	13 3	2 25	14	24	—	OSO. sehr neblig.
14	12 33	10 43	5 0	21½	33	—	NO. dichter Nebel.
15	12 28	13 8	4 25	30½	33	—	N. dichter Nebel.
16	13 58	13 0	1 41	34	29½	—	NNW. unten neblig.
17	14 12	13 0	2 46	16½	25	Nicht sichtb.	N. dünne Wolken.
18	12 0	17 3	0 48½	26	32	—	OSO. heiter.
19	10 58	14 4	1 55	29	37	Sichtbar	NO. heiter.
20	12 18	10 0	1 41	34½	40½	—	NO. heiter.
21	7 0	14 10	1 53½	42	33	—	W. unten Nebel.
22	10 56	13 58	2 10½	31	29	—	W. ruhig und heiter.
23	10 48	13 8	1 46½	25	27	—	OSO. neblig.
24	10 14	12 58	0 19½	29	29	—	O. überzogen.
25	10 5	13 6	0 45	31½	27	—	O. heiter.
26	13 5	11 0	1 24½	17	8½	Nicht sichtb.	O. heiter und stürmisch.
27	13 9	9 50	0 44	8½	13	—	O. dichter Nebel.
28	12 2	14 2	0 19½	22	22½	—	N. heiter.
Mittel	11 46	11 23	1 38	—26.9	—28.0		

März 1825.

Zeit	Maximum.		Tägliche Änderung.	Temperatur der Luft		Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Westlich v. M.	Östlich n. M.		beim westl. Maxim.	beim östlich. Maxim.		
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	11 2	4 58	1 56½	—33	—38	Nicht sichtb.	Veränderlich, Nebel und Sturm.
2	10 5	10 50	1 2½	45	41	—	O. bewölkt.
3	11 22	11 58	2 29½	26	26	—	O. hell.
4	12 4	9 35	2 0	30	34	—	O. bewölkt.
5	10 33	3 2	1 10½	29	30	—	O. v. M. neblig n. M. hell.
6	7 3	10 58	1 26½	23	39	—	S. neblig und stürmisch.
7	10 25	12 50	1 12	26	31	—	W. v. M. neblig n. M. hell.
8	11 58	10 40	1 31½	26	32	—	O. bewölkt.
9	10 0	3 0	1 7½	27	26	Sichtbar.	O. hell.
10	10 7	7 3	1 17½	28	33	—	O. hell.
11	11 35	11 0	3 39½	31	37	Nicht sichtb.	O. hell.
12	11 6	12 3	2 13½	31	33	—	O. ruhig und hell.
13	12 23	13 3	3 18½	32	35	—	O. ruhig und hell.
14	12 33	17 8	3 20	30	33	—	O. ruhig.
15	16 30	7 10	1 15½	24	25	—	O. hell.
16	14 8	13 33	1 51½	25	27	—	NW. nebl. u. stürmisch.
17	10 3	9 24	1 4½	24	27	—	NW. nebl. u. stürmisch.
18	12 38	13 5	3 7	20	22	—	NW. nebl. u. stürmisch.
19	13 9	10 18	5 26	21	22	—	NW. überzogen.
20	11 48	16 0	4 11	20	26	—	NW. überzogen.
21	7 55	13 3	2 54	25	35	—	NW. überzogen.
22	11 46	14 5	1 50	16	34	—	O. heiter.
23	13 18	13 32	2 40	26	37	—	O. sehr rein.
24	9 28	13 8	1 52	32	39	—	O. ruhig.
25	10 4	3 3	1 32	32	30	—	O. veränderlich am Horizont, neblig.
26	10 33	15 4	1 6	24	24	—	N. veränderlich am Horizonte, neblig.
27	13 0	13 5	1 59	15	25	—	N. neblig.
28	13 12	10 30	0 56½	18	23	—	NW. überzogen.
29	10 3	1 28	2 37½	22	19	—	O. wolkig.
30	9 58	13 3	2 21½	25	35	—	O. heiter.
31	12 2	3 38	3 42	26	36	—	O. heiter.
Mittel	11 25	10 43	2 14½	—26.2	—30. 7		

April 1825.

Zeit	Maximum Westlich v. M.	Maximum Östlich n. M.	Tägliche Änderung	Temperatur der Luft beim westl. Maxim.	Temperatur der Luft beim östlich. Maxim.	Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	12 58	11 5	4 4	—25	—85	Nicht sichtb.	O. heiter.
2	10 55	13 0	2 0½	25	29	—	O. v. M. heiter n. M. neblig.
3	10 0	17 7	2 24½	23	28	—	O. nebl. etwas Schnee.
4	12 3	2 0	2 48½	19	20	—	O. Ruhig und heiter.
5	9 35	12 0	2 28½	26	25	—	O. heiter.
6	10 0	3 0	2 39½	26	28	—	O. heiter.
7	14 2	13 3	3 16½	20	29	—	O. heiter.
8	13 2	11 12	4 39½	17	25	—	O. heiter.
9	13 2	14 57	5 58	14	18	—	O. heiter.
10	—	—	—	—	—	—	O. heiter.
11	13 0	12 3	4 3	4	+ 2	—	NNO. heiter.
12	13 8	18 1	2 9½	+15	— 3	—	NNO. neblig und stürmisch.
13	13 30	15 7	2 2½	3	—16	—	NNO. wolkig.
14	12 30	11 0	4 34	5	—14	—	NNO. ruhig und neblig.
15	11 0	3 0	1 21½	— 8	— 6	—	NNO. ruhig und neblig.
16	2 0	11 7	3 4½	+15	5	—	O. heiter.
17	12 0	12 4	4 17½	26	+ 8	—	O. heiter.
18	6 0	2 32	2 39½	— 8	2	—	O. v. M. hell n. M. neblig.
19	13 0	14 2	1 51½	+ 2	2	—	O. neblig.
20	11 52	9 35	2 13½	14	8	—	O. neblig.
21	12 60	17 0	2 30½	17	1	—	O. bewegt.
22	12 42	3 0	3 4	19	15	—	S. bewegt.
23	14 4	13 5	2 43½	11	7	—	S. neblig mit Schnee.
24	9 30	15 4	1 19	3	1	—	NW. nebl. mit Schnee.
25	12 50	13 5	3 41½	15	1	—	NW. bewegt.
26	10 4	10 3	2 6	6	- 2	—	Veränderlich, bewegt.
27	11 2	12 4	2 15	12	Zero	—	S. neblig mit Schnee.
28	11 2	11 58	1 52½	11	— 4	—	O neblig mit Schnee.
29	6 3	2 12	2 8½	Zero	+17	—	O. v. M. rein n. M. neblig.
30	13 28	12 0	2 38½	+ 2½	— 5	—	N. bewegt.
Mittel	11 13	11 13	2.52.44	—10.8	—10.8		

May 1825.

Zeit	Maximum. Westlich v. M.	Maximum. Östlich n. M.	Tägliche Änderung.	Temperatur der Luft beim westl. Maxim.	Temperatur der Luft beim östlich. Maxim.	Nordlicht.	Vorherrschender Wind und Wetter.
	Gr. M.	Gr. M.	Gr. M.	Gr.	Gr.		
1	12 3	10 3	1 55	+11	+3	Nicht sichtb.	W. neblig etwas Schnee.
2	14 4	11 53	1 24½	9	3	—	O. stürmisch.
3	9 33	14 10	1 43	9	3	—	SW. viele Regengüsse.
4	13 10	5 33	5 10	13	12	—	SW. wolkig, Sturm.
5	13 3	12 3	4 58	9	1	—	O. heiter.
6	13 2	10 30	5 43½	20	10	—	W. neblig.
7	13 29	14 11	5 25	20	12	—	O. bewegt.
8	13 28	14 0	4 45½	21	12	—	O neblig mit Schnee.
9	13 2	14 30	4 23	25	14	—	W. neblig mit Schnee.
10	13 2	14 6	2 43½	11	4	—	W. neblig mit Schnee.
11	9 28	12 2	1 59½	9	3	—	W. neblig mit Schnee.
12	13 30	13 0	3 18½	15	7	—	W. neblig mit Schnee.
13	13 33	2 59	4 59	21	21	—	W. neblig mit Schnee.
14	6 2	12 2	2 36	9	18	—	W. neblig mit Schnee.
15	15 2	13 15	1 34½	33	14	—	W. neblig mit Schnee.
16	14 20	9 3	3 41½	22	16	—	W. neblig mit Schnee.
17	15 4	14 0	3 42	27	18	—	NO. neblig mit Schnee.
18	6 0	3 3	3 33	27	21	—	N. neblig mit Schnee.
19	14 32	14 4	4 52½	22	14	—	O. neblig mit Schnee.
20	14 0	9 6	4 46½	31	17	—	O. bewölkt.
21	15 0	17 0	4 50½	29	19	—	O. bewölkt.
22	10 32	2 4	3 58½	26	27	—	O. lichte Wolken.
23	13 35	14 2	4 26½	18	10	—	N. Schnee.
24	9 38	18 2	4 10½	19	19	—	N. ruhig und heiter.
25	11 3	14 33	3 55	25	21	—	N. bewölkt.
26	12 2	14 3	3 59½	32	21	—	N. wolkig.
27	12 0	—	—	—	—	—	N. neblig und stürmisch.
28	12 4	10 0	3 41	33	26	—	W. neblig und stürmisch.
29	12 3	1 0	1 11	27	25	—	SO. wolkig.
30	13 3	14 33	5 13	38	27	—	OSO. wolkig.
31	14 3	14 34	3 40	35	25	—	OSO. heiter.
Mittel	12 25	11 19	3 44	18.2	14.8		

Zur besseren Übersicht stellt folgende Tafel die Mittel-Resultate für jeden Monat dar:

	Zeit des Maxim. der westl. Abweich.	Zeit des Maxim. der westl. Abweich.	Mittlere tägliche Variation.	Mittlere Temperatur.
	V. M.	N. M.		
Jänner . .	11U. 46′	10U. 50M.	1° 37′	— 29° 1/4
Februar .	11 46	11 23	1 38	— 27 1/2
März . .	11 25	10 43	2 14	— 28 1/2
April . .	11 13	11 13	2 52	— 10 4/5
May. . .	12 25	11 15	3 44	+ 16 1/2

Folgende Tafel enthält die Mittelwerthe der Intensität des Erdmagnetismus, wie sie sich aus Versuchen über die Zeit, welche eine horizontal schwebende Nadel zu 60 Oscillationen brauchte, ergaben. Es mufs aber bemerkt werden, dafs diese Magnetnadel am 1. Mai wieder gestrichen wurde, defshalb ist dieser Monat bei Berechnung des allgemeinen Mittelwerthes ausgelassen worden.

Stunde v. M.	Februar	März	April	Mai	Allgemeines Mittel
	Mittelwerth der Zeit von 60 Schwingungen.				
1	1076″.8	1079″.1	1098″.9	916″.4	1086″.6
2	1073 .5	1083 .1	1100 .7	—	1089 .4
3	1075 .7	1082 .1	1102 .7	930 .7	1089 .1
4	1080 .7	1084 .8	1102 .7	—	1081 .1
5	1082 .5	1082 .8	1101 .7	923 .2	1090. 3
6	1082 .1	1082 .4	1105 4	—	1090 .6

Stunde v. M.	Februar	März	April	Mai	Allgemeines Mittel.
	Mittelwerth der Zeit von 60 Schwingungen.				
7	1082″.8	1082″.9	1108″.2	922″.6	1092″.6
8	1082 .9	1083 .1	1109 .1	—	1093 .4
9	1080 .9	1084 .7	1108 .1	927 .5	1094 .2
10	1079 .5	1081 .7	1107 .1	—	1091 .4
11	1077 .5	1081 .9	1101 .9	923 .0	1089 .0
12	1077 .1	1077 .4	1093 .3	—	1084 .6
n. M. 1	1075 .1	1074 .0	1092 .5	914 .4	1080 .5
2	1072 .7	1072 .9	1106 .6	—	1084 .1
3	1077 .9	1076 .4	1110 .2	905 .2	1087 .6
4	1077 .4	1073 .6	1090 .9	—	1080 .6
5	1073 .6	1073 .4	1094 .0	905 .4	1081 .7
6	1073 .5	1072 .1	1090 .7	—	1078 .8
7	1074 .2	1072 .0	1089 .2	904 .4	1079 .1
8	1073 .8	1074 .0	1088 .7	—	1079 .7
9	1075 .1	1074. 5	1091 .2	906 .0	1080 .8
10	1073 .8	1074. 8	1092 .1	—	1081 .3
11	1075 .1	1075 .9	1093 .3	911 .6	1081. 3
12	1076 .3	1077 .1	1096 .1	—	1083 .9

Die Beobachtungen über die Intensität des Erdmagnetismus wurden mit besonderer Genauigkeit angestellt. Man sah bald, wie auch die vorhergehende Tafel zeigt, dafs sich die Intensität der horizontal schwingenden Nadel stündlich ändert, man war aber noch darüber im Zweifel, ob diese Variation von der Änderung in der Stärke des Erdmagnetismus, oder von der Änderung der Neigung abhänge. Da die Kraft der Nadel wie der Cosinus ihrer Neigung sich ändert, so kann an einem Orte, wo die Neigung grofs ist, eine Änderung der Neigung

von wenigen Minuten hinreichen, um alle bemerkten Variationen der Stärke, welche die horizontale Nadel anzeiget, hervor zu bringen, ohne dafs man eine Änderung in der Stärke des Erdmagnetismus anzunehmen braucht. Allein die Änderung in der Neigung war doch zu klein, als dafs sie durch Beobachtungen bestimmt werden könnte. Es wurde defshalb dieselbe Nadel so eingerichtet, dafs sie bald in einer horizontalen, bald in einer verticalen Ebene oscilliren konnte, um zu sehen, ob sich in beiden Lagen die Änderung in der Intensität zeige, wie sie sich ergeben mufste, wenn wirklich der Erdmagnetismus einer stündlichen Änderung der Intensität unterliegt. Es konnten zwar nicht sehr viele Versuche dieser Art gemacht werden, allein die wirklich angestellten schienen anzuzeigen, dafs die Änderungen in der Stärke der horizontal schwebenden Magnetnadel mit mehr Grund einer täglichen Variation in der Neigung zugeschrieben werden, als man sie auf Rechnung der Änderung des Erdmagnetismus setzt. Dieses stimmt auch mit den in Europa gemachten Erfahrungen recht wohl überein, nach welchen man auch eine stündliche Änderung in der Stärke einer horizontalen Magnetnadel bemerkte, die aber viel kleiner ist, als die zu *Port. Bowen.* Ginge nun die tägliche Variation von einer Änderung der Neigung aus, welche täglich 3, 4 oder 5 Minuten beträgt, so müfste obige Variation desto kleiner werden, je geringer die Neigung ist; kommt sie aber von einer wirklichen Änderung in der Stärke des Erdmagnetismus her, so müfste sie auf der ganzen Erde gleich grofs ausfallen. Letzteres ist aber der Erfahrung entgegen.

Die Magnetnadel brauchte zu 100 Oscillationen in einer horizontalen Ebene im Durchschnitte aus 17 Beobachtungen 2092.33 Secunden, und die Differenzen, welche in der Schwingungszeit vorkamen, beliefen

sich auf 94.3 S. d. i. auf $^1/_{22}$stel des ganzen Werthes, während dieselbe. Nadel zu eben so vielen Schwingungen in einer verticalen Ebene 408.65 S. im Durchschnitte brauchte, und die gröfste Differenz nur 57 S. oder $^1/_{72}$ des ganzen Werthes betrug. Darum mufs man die stündliche Änderung in der Stärke der horizontal schwingenden Magnetnadel hauptsächlich auf Rechnung der veränderten Neigung und nicht auf Rechnung der Änderung des Erdmagnetismus setzen. Dieses führt nun leicht auf den Gedanken, dafs die magnetische Axe der Erde einer kleinen Verrückung unterliegen und ihr Pol um seinen mittleren Ort wie um einen Mittelpunct sich bewegen müsse, welches wahrscheinlich durch den verschiedenen Stand der Sonne gegen einzelne Theile der Erde hervor gebracht wird. Es ist auch nicht minder wahrscheinlich, dafs selbst die jährliche Änderung in der Lage der magnetischen Pole von derselben Ursache herrührt. *L. Foster* meint, dafs sich alle Phänomene der täglichen Variation, die man in Europa und innerhalb der Wendekreise beobachtet hat, mit hinreichender Schärfe erklären lassen, wenn man annimmt, dafs der Radius des Kreises, welchen der magnetische Pol der Erde täglich um seinen mittleren Ort beschreibt, auf der Erde einen Bogen von 2′ oder $2^1/_2$′ fafst.

Barlow meint aber, man müsse diesem Radius eine Gröfse von $2^1/_2$′ bis 3′ geben, um diese Hypothese mit den Beobachtungen in Übereinstimmung zu bringen. Es folgt aus dieser Hypothese zunächst, dafs die tägliche Änderung der Intensität in unserer Halbkugel gröfser ist, wenn die Sonne eine nördliche Abweichung hat, als wenn diese südlich ist, weil sie sich im ersteren Falle dem magnetischen Pol mehr nähert, als im letztern; wie aber immer ihr Einflufs beschaffen seyn mag, so kann man doch annehmen, dafs die Wirkung gröfser

ausfällt, wenn sie directe erfolgt, ein Umstand, den die Erfahrung vollkommen bestätiget. Doch gibt es einen Punct, welcher der hier aufgestellten Theorie ganz entgegen zu seyn scheint; nämlich wiewohl die tägliche Änderung der Intensität der Magnetnadel gröſser ist, wenn die Sonne eine nördliche Abweichung hat, so sollte doch der Mittelwerth der täglichen Intensität immer nahe derselben seyn; aber die vorhin angeführten Tafeln zeigen deutlich, daſs dieser Werth vom 1. Jänner, wo die Versuche begannen, bis zum letzten April beständig abnahm, ohne daſs man diese Abnahme auf Rechnung der Temperatur setzen kann, die sich viel zu wenig änderte, als daſs daraus solche Wirkungen hervorgehen konnten. Diese Anomalie, die einzige, die *Foster* aufstieſs, konnte auch daher kommen, daſs die magnetische Kraft der Nadel abgenommen hatte; dieses wurde dadurch noch wahrscheinlicher gemacht, daſs sie durch neues Bestreichen am 1. Mai so viel an Intensität gewann. Dieses hätte nicht geschehen können, wenn sie im Zustande der Sättigung geblieben wäre.

Durch diesen Umstand verlieren aber die Beobachtungen der täglichen Änderungen nichts von ihrem Werthe, weil sie zu klein sind, als daſs sie hätten durch diese Ursache merklich gestört werden können.

Beobachtungen, welche über denselben Gegenstand in den Wallfisch-Inseln angestellt wurden, deren Anzahl aber gegen die vorige nur gering ist, sind obiger Hypothese sehr günstig. Dieser Hypothese nach müſste die Magnetnadel daselbst um 1 U. 32 M. n. M. die gröſste westliche Abweichung haben; nach den Beobachtungen fiel diese zwischen 1 U. 10 M. und 1 U. 30 M. Eben so gibt die Rechnung für die gröſste Änderung nach einer Seite des Meridians 32′ — 38′, und die beobachtete betrug 23′. Hätte man die gröſste östliche

Abweichung dazu genommen, die in die Nacht fiel, so hätte man gewiſs eine noch gröſsere Übereinstimmung der Resultate erhalten.

XI.

Christie's Versuche über den Einfluſs des Sonnenlichtes auf Magnete, nebst Wiederholung derselben,

von

A. Baumgartner.

Im vorigen Aufsatze hat der Leser die nicht unwahrscheinliche Hypothese kennen gelernt, nach welcher die täglichen Variationen in der Abweichung einer Magnetnadel von der Einwirkung der Sonne abhängen sollen. Wiewohl diese Annahme erst noch weiter geprüft werden muſs, um zu sehen, ob sich aus ihr die betreffenden Erscheinungen auch ihrer Gröſse und ihrem Maſse nach erklären lassen, so kann man doch vor der Hand nichts gegen sie einwenden, so lange man nicht auf mathematischem Wege nachgewiesen hat, sie sey mit den Thatsachen der Erfahrung unvereinbarlich. *Christie* hat noch eine andere Einwirkung des Sonnenlichtes auf die Magnetnadel kennen gelernt, und darüber schon am 19. Jänner 1826 in der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu London eine Abhandlung vorgelesen, die im dritten Theile der *Philosophical transactions* derselben vom Jahre 1826, nebst einer Nachschrift vom 20. April desselben Jahres, enthalten ist. Diese Einwirkung besteht in der Verminderung des Elongationswinkels der Magnetnadeln, die, vom directen Sonnenlichte beschie-

nen, oscilliren. Es ist bekannt, dafs *Christie* schon früher Versuche angestellt hat über die durch Temperaturerhöhung hervorgebrachte Verminderung der Stärke der Anziehung und Abstofsung, welche zwei Magnete auf einander ausüben. Er hatte nun die Absicht, zu untersuchen, ob die Erwärmung auch auf die Schwingungszeit einer oscillirenden Magnetnadel den Einflufs ausübe, der sich aus den vorigen Versuchen vermuthen liefs, und den *Kupfer* in Kasan auf dem Erfahrungswege schon früher nachgewiesen hatte, von welchem Verfahren aber *Christie* keine Notitz nimmt. Um seinen Zweck zu erreichen, liefs er eine Magnetnadel in einem beschatteten, und dann in einem von der Sonne beschienenen Orte oscilliren, und schätzte die Temperatur derselben nach dem Stande eines nahe dabei befindlichen Thermometers. Das Resultat des Versuches war dem, das man erwartete, ganz entgegengesetzt; denn statt einer Verlängerung der Schwingungszeit in dem von directen Sonnenstrahlen getroffenen Orte, wo die Magnetnadel offenbar wärmer war, und, den früheren Versuchen gemäfs, eine geringere Intensität haben mufste, zeigte sich eine Verminderung dieser Gröfse, und was eigentlich hier der Hauptgegenstand ist, zugleich eine Verminderung des Ausschlagwinkels. Wenn nämlich die Magnetnadel im Schatten oscillirte, konnte man noch recht gut die funfzigste Oscillation unterscheiden, während dieses nicht über die vierzigste möglich war, wenn sie von der Sonne beschienen wurde. Wie grofs der anfängliche Ausschlagwinkel war, gibt *Christie* nicht an. Die Versuche im Schatten und in der Sonne waren aber nicht in demselben Orte angestellt, und es war sehr zu besorgen, dafs die Differenz, welche bemerkt wurde, von äufseren Einwirkungen, und, wenigstens nicht allein, vom Sonnenlichte herrühre. Darum transportirte

Christie die Magnetnadel ins Freie, und liefs sie dort oscilliren, indem er bald dem Sonnenlichte directen Zutritt gestattete, bald dasselbe durch einen Schirm abhielt. Die Magnetnadel war 6 engl. Zoll lang, wog 42.75 Gran, und befand sich in einem kupfernen Gehäuse mit einem gläsernen Deckel. Sie war an einem feinen Faden aufgehängt, und begann mit einem Ausschlagwinkel von 30° zu oscilliren. Folgende Tafel gibt die Resultate der Versuche:

Die Nadel ward beobachtet	Thermometerstand nach F.	Dauer von 50 Oscillationen.	Gröfse des Ausschlags bei der 50sten Oscillation.
im Schatten .	60.9	118.6 Sec.	Nicht beobachtet.
in der Sonne .	91.5	118.0 »	detto.
im Schatten .	76.0	118.8 »	5° 00′
in der Sonne .	75.3	118.0 »	2° 30′
in der Sonne .	90.4	118.4 »	2° 45′
in der Sonne .	91.4	118.0 »	2° 30′
in der Sonne .	89.4	118.4 »	2° 30′
im Schatten .	81.6	118.7 »	4° 45′

Die Verminderung des Ausschlagwinkels durch directes Sonnenlicht scheint demnach aufser Zweifel zu seyn; allein es blieb noch immer die Frage übrig, ward sie durch das Licht als solches, oder durch die von den Sonnenstrahlen hervorgerufene Wärme erzeugt? Um diese Frage zu beantworten, brachte *Christie* die Magnetnadel in einen beschatteten Raum, versetzte sie in Schwingungen, und beobachtete sowohl die Dauer von vierzig Oscillationen, als auch den Ausschlagwinkel am Ende der letzten Schwingung; dann erwärmte er das

Compasgehäuse über Feuer so stark, dafs er es kaum mehr in der Hand halten konnte, und begann den Versuch wieder von Neuem. Allein hier war wohl die Intensität des Magnetismus der Nadel vermindert, aber keine besondere Einwirkung auf den Schwingungsbogen merklich. Ja es zeigte sich mehr eine Vergröfserung dieser Gröfse durch Temperaturerhöhung als eine Verminderung; welches aber, wie *Christie* später zeigte, von besonderen Umständen abhing, und nicht dem Einflusse der Wärme zugeschrieben werden kann.

Wenn nun auch bewiesen war, dafs obige Verminderung des Ausschlagwinkels nicht von der Temperaturerhöhung herrühre, so glaubte *Christie* doch noch andere Versuche anstellen zu müssen, bei denen alles Metall möglichst entfernt war, und wo nicht blofs Magnetnadeln, sondern auch Nadeln aus Kupfer und aus Glas oscillirten. Es wurde demnach das Gehäuse für die oscillirenden Nadeln aus Mahagoniholz gemacht, oben mit Glas bedeckt, und die Scale auf Papier angebracht. Alle drei Nadeln hatten einerlei Gestalt, ihre Länge betrug 6 Zoll, ihre Breite in der Mitte 1.5 Z., ihre Enden waren nahe kreisförmig gekrümmt. Die Magnetnadel wurde an einem sehr feinen Metallfaden von $^1/_{300}$ — $^1/_{400}$ Dicke (Nro. 35) und 10 Z. Länge aufgehängt. Die Kupfernadel hing an einem eben so langen, aber dickern (Nro. 18), und die Glasnadel an zwei solchen Fäden. Die letztern zwei oscillirten vermöge der Torsion des Drahtes. Alle drei Nadeln wurden anfangs um 90° aus der Lage des Gleichgewichtes gebracht, und auf beiden Seiten dieser Lage der Ausschlagwinkel gemessen. Das Compasgehäuse ruhte auf einem zwei Fufs vom Boden entfernten hölzernen Dreifufs. Bei jedem Versuche wurden 100 Oscillationen abgewartet. Die Resultate derselben sind folgende:

Oscillirende Nadel.	Anfänglicher Schwingungsbog.	Dauer von 100 Oscillationen.	Ausschlagsbogen am Ende.	Thermometerstand.
Magnetnadel, 225 1/2 Gr. schwer.	Gr. Gr.	Min. Sec.	Gr.	Gr.
In der Sonne	90+90	5 55.4	20	100
detto.	90+89 3/4	5 55.2	19 3/4	104
detto.	90+89 3/4	5 55.1	19 1/2	106
	90+89 5/6	5 55.23	19 3/4	103.3
Im Schatten .	90+89 3/4	5 58.6	33	47
detto.	90+90	5 58.8	33 3/4	48
detto.	90+89 3/4	5 58.8	33 3/4	46 1/2
	90+89 5/6	5 58.7	33 1/2	50.5
Gläserne Nadel, 224 1/2 Gr. schwer.				
In der Sonne	90+88	6 27.2	17	96
detto.	90+88	6 27.1	18	99
detto.	90+88	6 27.2	17 3/4	100
	90+88	6 27.17	17 7/12	98.3
Im Schatten .	90+88	6 27.0	23	49
detto.	90+88	6 27.2	23	47
detto.	90+87 3/4	6 27.1	23	47
	90+88	6 27.1	22 2/3	47.7
Kupfernadel, 543 Gr. schwer				
In der Sonne	90+93	7 40.2	24	93
detto.	90+94	7 40.2	24	94
detto.	90+93 1/2	7 40.0	24	103
	90+93 1/2	7 40.13	24	98
Im Schatten .	90+93 1/2	7 39.6	30 1/4	51
detto.	90+94	7 39.4	31	49 1/2
detto.	90+93 3/4	7 39.5	31	49 1/2
	90+93 3/4	7 39.5	30 3/4	50

Aus diesen Angaben ersieht man deutlich, dafs das Sonnenlicht nicht blofs die magnetische, sondern auch die kupferne und gläserne Nadel afficirt, wiewohl die Einwirkung auf die Magnetnadel bei weitem am gröfsten ist. Bei dieser ward nämlich der Schwingungsbogen während 100 Oscillationen um 13°.75, bei der kupfernen um 5°.24, bei der gläsernen gar nur um 4°.71 im Sonnenlichte mehr vermindert als im Schatten. *Christie* meint, es liefse sich diese Einwirkung beim Glase nicht von dem Magnetismus des Glases ableiten, weil dieser Körper selbst beim Rotiren keine merkliche magnetische Einwirkung zeigt. Allein dieser Grund ist wohl nicht hinreichend, weil das Rotiren überhaupt nicht das empfindlichste Reagens auf Magnetismus ist. Wer *Arago's* Versuche über die Verminderung des Ausschlagwinkels oscillirender Magnete in der Nähe und über verschiedenen Körpern, und meine eigenen Versuche über diesen Gegenstand kennt, wird wohl zugeben, dafs auch Glas einer magnetischen Kraft fähig sey. Dadurch ist aber noch keineswegs gezeigt, dafs obige Erscheinungen von dem Magnetismus des Glases und des Kupfers abhängen, ja es dürfte überhaupt noch viel zu früh seyn, diese Erscheinungen erklären zu wollen. Vor der Hand glaube ich, dürfe man bei den Körpern, welche durch Torsion eines elastischen Fadens oscilliren, die Umstände nicht aufser Acht lassen, welche die Elasticität des Fadens ändern können; und es ist recht wohl denkbar, dafs die durch das Sonnenlicht erhöhte Temperatur der Drähte, woran die kupferne und die gläserne Nadel hing, die Elasticität derselben, oder wenigstens den Winkel vermindert habe, innerhalb welchem derselbe noch vollkommen elastisch ist. Bei der Kupfernadel ist auch die Dauer von 100 Oscillationen im Schatten wirklich etwas kürzer als in der Sonne, mithin die Erfahrung dieser

Ansicht wenigstens nicht entgegen; bei der gläsernen Nadel stimmt die mittlere Dauer der Schwingungen im Schatten mit der im Sonnenlichte besser überein, allein es ist auch der Unterschied zwischen dem gröfsten und kleinsten Schwingungsbogen kleiner.

Ich habe die hier besprochenen Versuche von *Christie* im Wesentlichen wiederholt, und seine Resultate bestätiget gefunden. Ich hing eine parallelepipedische, 4 $^1/_2$ Z. lange Magnetnadel aus Stahl in einem Glascylinder mittelst eines sehr feinen ungedrehten Leinfadens auf. Die Fassung des Cylinders war ganz von Buxbaumholz, der, aufser der Magnetnadel, nichts von Metall enthielt. Die Theilung war in das Glas mit Diamant eingeschnitten, und ging bis auf einzelne Grade. Nachdem die Magnetnadel in Ruhe gekommen war, wurde sie durch einen von aufsen genäherten Magnet aus der Lage des Gleichgewichtes gebracht, und wenn sie um 90° an einer Seite von dieser Lage abwich, die Schwingungen zu zählen angefangen, und bis zur Vollendung der zehnten Oscillation fortgefahren, nach welcher der Ausschlagwinkel wieder beobachtet wurde. Zehn Oscillationen dauerten etwa 1 $^1/_3$ M. Beim ersten Versuche, während welchem die Sonne auf die Magnetnadel schien, nahm der Ausschlagwinkel von 90° auf 14° ab; beim zweiten Versuche, der gleich darauf unter denselben Umständen gemacht wurde, von 90° auf 13 $^1/_2$°. Hierauf wurde die Magnetnadel durch ein Bret beschattet, und gleich hinter einander drei Versuche angestellt. Bei jedem derselben verminderte sich der Ausschlagwinkel von 90° auf 25°. Die Temperatur der Luft im Schatten betrug 22°.5 C., und dieselbe Temperatur mochte auch die Magnetnadel angenommen haben, wenn sie im Schatten oscillirte. Die Temperatur der Nadel möchte, der Erwärmung nach zu schliefsen, die sie in einer Portion

Quecksilber von bekannter Temperatur hervorbrachte, 39° gewesen seyn.

Aufser der Verminderung des Ausschlagwinkels im Sonnenlichte war noch die höchst unerwartete Beschleunigung der Schwingungen in demselben bei *Christie's* Versuchen merkwürdig. *Christie* meint, es lasse sich diese Wirkung als eine natürliche Folge von der Verminderung des Ausschlagwinkels ansehen, weil, den anerkannten Gesetzen der oscillatorischen Bewegung gemäfs, ein kleinerer Bogen auch in kürzerer Zeit zurückgelegt werden mufs. Um auch über diesen Punct aus bestimmten Erfahrungen sprechen zu können, liefs er eine Magnetnadel von 252 Gr. Gewicht oscilliren. Im Schatten brauchte sie zu einer Schwingung im Durchschnitte 3.787 Secunden, wenn der anfängliche Ausschlagwinkel 90° betrug, und die Schwingungen so lange anhielten, bis er auf 33° herabgesetzt war. Begannen sie aber bei einem Ausschlag von 20°, und dauerten bis zu dem von 13°, so war die mittlere Dauer einer Schwingung 3.376 Sec. Das Thermometer stand dabei auf 64.5 F. Als derselbe Versuch in einem vom directen Sonnenlichte getroffenen Orte angestellt wurde, dauerte eine Oscillation im Durchschnitte 3.596 Secunden, wenn man sie bis zu einer Abnahme des Ausschlagwinkels von 90° auf 19 $^1/_3$ fortsetzte, hingegen betrug die Zeit einer Oscillation 3.445 Sec., wenn die Schwingungen mit 20° Ausschlag anfingen, und bis 9° dauerten.

Erweiterung der Electricitätslehre in der neuesten Zeit.

A. Erregung der Electricität durch Berührung.

1. *Bischof's und Münchow's Versuche.*

Bischof und *v. Münchow* in Bonn haben den *Volta'*schen Fundamentalversuch wiederholt und mannigfaltig abgeändert; sie gelangten aber zu Resultaten, welche den früher für richtig angenommenen entgegen waren. Sie fanden, daſs zwei homogene Metalle, mit oder ohne Harzüberzug, durch Berührung Electricität erregen, die so stark ist, daſs man sie auch schon ohne Condensator wahrnehmen kann, und daſs von einem Plattenpaar, deren eines aus Zink, das andere aus Kupfer besteht, ersteres negativ, letzteres positiv electrisch wird.

2. *Pfaff's Kritik derselben.*

Pfaff *) in Kiel hat diese interessanten Versuche wiederholt, dieselben Resultate gefunden, aber sie von einem andern Gesichtspuncte aus beurtheilt. Nach seiner Ansicht spricht sich hiebei nicht bloſs die durch Berührung erregte, sondern auch die durch Reiben entwickelte Electricität aus, und der Apparat, wodurch diese Electrisirung erzeugt war, wirkt zugleich als Condensator. Diese seine Ansicht begründet er sehr wohl. Wurde eine Zinkplatte und eine Kupferplatte mit Firniſs dünn und gleichförmig überzogen, und dann beide mit der Harzschichte in Berührung gebracht, so fand er, wenn er beide mit den Fingern berührt, und dann von einander getrennt hatte, dieselben stark electrisch, und zwar das Kupfer gewöhnlich positiv, das Zink negativ;

*) *Schweigger's* Journal, B. 16, S. 129.

jedoch in dem Falle bedeutend stärker, wenn er die Platten an den überfirnifsten Stellen an einander gerieben hatte. Berührte er die beiden Metallplatten zugleich mit einem Metallbogen, so nahm die electrische Spannung beider ab. Demnach ist es wahrscheinlich, dafs sich zu der durch Reiben erzeugten Electricität noch die durch Berührung erregte gesellte; weil sie aber von entgegen gesetzter Natur waren, so verminderte eine die andere, und es blieb nur ein Theil der gröfseren Spannung zurück, die natürlich der Reibungselectricität zugehörte. Noch mehr Bestätigung erhielt diese Ansicht dadurch, dafs *Pfaff* manchmal durch Reiben die Kupferplatte negativ und die Zinkplatte positiv machen konnte, und in diesem Falle die Berührung beider Metallplatten mit einem Metalldrathe die electrische Spannung steigerte. Dafs bei diesen Versuchen beide Platten zugleich condensirend wirken mufsten, fällt in die Augen. Indefs haben *Bischof* und *Münchow* auch an zwei sich berührenden, wohl abgeschliffenen, nicht überfirnifsten Kupferplatten ähnliche Phänomene hervor gebracht, wie an den mit Firnifs überzogenen. Allein sie führten selbst an, dafs in diesem Falle die Electricität sehr schwach war, und *Pfaff* bemerkt sehr richtig, dafs auch hier eine Condensation mitwirken konnte, denn eine sehr schwache Electricität kann selbst in einen sonst sehr guten Leiter nicht übergehen, wenn er ihr nur eine völlig ebene Fläche darbietet.

B. Untersuchungen über die Leitungsfähigkeit der Körper für Electricität.

Die Entdeckung der Einwirkung des electrischen Stromes auf eine Magnetnadel hat die Untersuchung der electrischen Leitungsfähigkeit der Körper wesentlich erleichtert, und sogar Mittel an die Hand gegeben, diese

Eigenschaft numerisch ausdrücken zu können. Es ist zwar diese Untersuchung in dieser Absicht auch ohne Benutzung der oben genannten Einwirkung unternommen worden, und zwar mit einer unter den gegebenen Umständen musterhaften Genauigkeit von H. *Davy*, der dazu die Volta'sche Batterie benutzte, und die Leitungsfähigkeit der Anzahl der Plattenpaare proportionirt setzte, welche ein zu untersuchender Leiter auszuladen im Stande ist. Allein gegen dieses Verfahren hat *Becquerel* [1]) gewichtige Einwendungen gemacht. Es wird nämlich allen Platten der Batterie ein gleicher Einfluſs auf die Stärke des electrischen Stromes zugeschrieben, welches nicht ganz der Wahrheit gemäſs ist, und aus dem Unvermögen der Batterie, Wasser zu zersetzen, auf völlige Entladung der Batterie geschlossen, während man doch nur daraus den Schluſs ziehen kann, daſs die electrische Spannung schwächer ist, als zur Erzeugung dieser chemischen Wirkung erfordert wird. Auch muſste das Schwanken in der Stärke der Batterie die Vergleichung der Resultate ungemein erschweren.

1. *Becquerels Versuche.*

Becquerel [2]) untersuchte die Leitungsfähigkeit der Metalle auf electro-magnetischem Wege. Er leitete von jedem Pol einer Volta'schen Batterie zwei ganz gleiche Metalldräthe in vier kleine Quecksilber enthaltende Gefäſse, nahm hierauf zwei mit Seide übersponnene Kupferdräthe von $^1/_3$ Millimeter Dicke, wovon jeder 20 Meter lang war, legte sie parallel neben einander und bildete so aus ihnen, einen Multiplicator, innerhalb dessen Öffnung sich eine sehr bewegliche Magnetnadel befand; jedes der vier Enden dieses Multiplicators tauchte er wieder in

[1]) Annal. de Chim. Tome 32. P. 420.

[2]) A. a. O.

die vorhin benannten Quecksilbergefäſse, so daſs durch jeden Drath insbesondere der electrische Strom gehen muſste, jedoch nach entgegengesetzter Richtung. Da beide Ströme nothwendig einander gleich seyn muſsten, indem alles in beiden auf ganz gleiche Weise angeordnet war, so muſste die Magnetnadel ruhig bleiben, als wirkte gar kein electrischer Strom auf sie ein. Dasselbe muſste Statt finden, wenn man je zwei und zwei der Quecksilbergefäſse, die mit den zwei Polen der Batterie communicirten, mit ganz gleichen Metalldräthen verband. War aber einer derselben ein besserer Leiter als der andere, so muſste die Magnetnadel abgelenkt werden, und man konnte nur durch Änderung der Länge eines der beiden Dräthe das Gleichgewicht wieder herstellen. Man lernte also die Längen und die Dicken kennen, bei welchen gewisse Dräthe einerlei Leitungsvermögen besaſsen. Auf diesem Wege fand *Becquerel* den schon von *Davy* aufgestellten Satz bestätiget, *daſs sich die Leitungsfähigkeit der Dräthe von einerlei Metall nach ihrer Masse, nicht nach ihrer Oberfläche richte*, und mithin bei einerlei Dicke der Länge verkehrt proportionirt sey. *Ohm* hat dieses Gesetz später wieder bestätiget gefunden. Folgende Tafel enthält die Leitungsfähigkeit der untersuchten Metalle, wobei die des Kupfers als 100 angenommen wird.

Metall.	Leitungs. fähigkeit.	Metall.	Leitungs-fähigkeit.
Kupfer . .	100	Platin . .	16.40
Gold . . .	93.60	Eisen . .	15.80
Silber . .	73.60	Blei . . .	8.30
Zink . . .	28.50	Quecksilber.	3.45
Zinn . . .	15.50	Potasseum .	1.33

2. *Barlows Versuche.*

Auf einem ähnlichen Wege hat schon früher *Barlow* untersucht, ob die Leitungsfähigkeit eines Metalldrathes mit der Länge desselben abnimmt oder constant bleibt; jedoch sind seine Versuche nicht so genau, als die früher genannten. Er verschaffte sich einen dünnen, 840 Fuſs langen Kupferdrath, wand ihn um vier in die Erde befestigte Pflöcke, die in den Ecken eines Quadrates standen, als wollte er einen Multiplicator einrichten, brachte an drei verschiedenen Stellen empfindliche Magnetnadeln über demselben an, und beobachtete ihre Ablenkung, wenn von einer Voltaschen Batterie der electrische Strom durch den ganzen Drath von 838 Fuſs ging, und hierauf nahm er eine Windung nach der anderen weg, und untersuchte die Ablenkung der Magnete bei stets vermindertem Wege, den die Electricität zu nehmen hatte. Um die Abnahme der Thätigkeit der Batterie in Rechnung zu bringen, nahm er an, daſs die Tangente der Ablenkung des Magnetes der Stärke des electrischen Stromes proportionirt sey, und brachte dem gemäſs an dem gefundenen Resultate eine Correction an, wodurch nach seiner Meinung alle Resultate auf denselben Grad der Thätigkeit der Batterie gebracht wurden. Er fand zuerst, daſs, von kleinen Abweichungen abgesehen, alle drei Magnetnadeln dieselbe Ablenkung erlitten, wiewohl der Strom sehr ungleiche Wege zurückgelegt haben muſste, um zu jeder derselben zu gelangen; ferner, daſs die Leitungsfähigkeit abnimmt, wenn die Länge des Drathes wächst; jedoch nimmt er noch an, daſs diese Eigenschaft mit der Quadratwurzel der Länge im geraden Verhältnisse stehe. Diesen Irrthum mag der Umstand veranlaſst haben, daſs er auf die Änderungen in der Temperatur des Drathes keine Rücksicht nimmt, die nach *Davy* die Leitungsfähigkeit modificirt, und daſs er überhaupt die Abnahme

der Thätigkeit der Batterie nicht gehörig berücksichtigte. Dieser letztere Umstand machte überhaupt alle Versuche über die Leitungsfähigkeit etwas unsicher, und es ist ein Glück, dafs man ihm durch Vertauschung der hydro-electrischen Kette mit einer thermo-magnetischen entgehen kann.

3. *Ohms Versuche.*

Auf diesem Wege hat *Ohm* [1]) das Leitungsvermögen mehrerer Metalle bestimmt. Er bildete nach *Seebecks* Methode eine Kette aus Wismuth und Kupfer, wovon ersteres Metall die Form einer eckigen Klammer hatte, an deren beide Schenkel Kupferstreifen angeschraubt waren. Die Berührungsstellen von beiden Metallen wurden bei einer bestimmten Temperatur-Differenz erhalten, und die Leiter unter die Nadel einer sehr empfindlichen Drehwage gestellt. Letztere bestanden aus plattirten Kupferdräthen von verschiedener Länge und einerlei Dicke und materieller Beschaffenheit. Die Resultate seiner Versuche lassen sich nach seiner eigenen Angabe durch die Formel $X = \frac{a}{b + x}$ darstellen, wobei X die Stärke der magnetischen Wirkung des Leiters, dessen Länge x ist, a und b aber constante, von der erregenden Kraft und dem Leitungswiderstande der übrigen Theile der Kette abhängende Gröfsen bezeichnen. Bei den hier besprochenen Versuchen ist $b = 20\frac{1}{4}$, a hat aber für die Drathlänge 2, 4, 6, 10, 18, 34, 66, 130 Zoll die Werthe 7285, 6965, 6885, 6800, 6800.

4. *La Rive's und Barlows Versuche.*

La Rive [2]) und *Barlow* hat durch electro-magnetische Mittel die Vertheilung der Electricität in einem Körper,

---

[1]) *Schweiggers* I. B. 16. S. 137.

[2]) Bulletin des sc. math. et phys. Tome 5.

der von derselben durchströmt wird, zu messen versucht. *La Rive* ging darauf aus, die Vertheilung derselben nach der Breite des Leiters auszumitteln. Er bediente sich dazu eines fast einen Fuſs langen Kupferbleches, und schloſs aus der Gröſse der Anziehung oder Abstoſsung, die er an verschiedenen Stellen seiner Breite-Dimension auf einen nahen beweglichen Leiter ausübte, wenn die Electricität durch beide in derselben oder nach entgegengesetzten Richtungen ging, auf die Stärke des electrischen Stromes. Das Resultat dieser Untersuchung war, daſs dieser Strom das Blech der ganzen Breite nach mit gleicher Intensität durchströmt; nur an der Schneide des Bleches glaubte er manchmal eine stärkere Wirkung wahrzunehmen. Hieraus zieht er mit Recht den Schluſs, daſs bei übrigens gleichen Umständen der Strom in einer bestimmten Linie der Länge nach im verkehrten Verhältniſs der Breite stehe, und erklärt es, wie ein dünner Leiter, durch den die Electricität strömt, bedeutende Eisenmassen anzuziehen im Stande sey. *Barlow* überzeugte sich bei den Versuchen, die er über den Einfluſs der Länge eines Leiters auf seine Leitungsfähigkeit anstellte, zugleich auch davon, daſs der Polardrath von so bedeutender Länge, wie er ihn angewendet hat, nahe an den Extremitäten und in der Mitte dieselbe Wirkung auf eine Magnetnadel ausübe, daſs mithin der angenommenen Vorstellungsweise gemäſs nichts von der Electricität durch die Länge des Weges verloren gehe.

C. Electrometrische Untersuchungen.

Marianini hat in zwei Abhandlungen, wovon er eine am 20. März 1825, die andere am 16. März 1827 dem

*) *Saggio di esperienze electrometriche ecc. Venezia,* 1825, im Auszuge in *Journal de Chim. et Ph.* 1826. Tome. 33.

Atheneum zu Venedig überreichte, über mehrere der delicatesten Puncte der Electricität Versuche angestellt, die hier in möglichster Kürze mitgetheilt werden sollen. *Marianini's* Arbeit besteht aus drei Theilen, wovon der erste über das Verhältnifs handelt, dafs zwischen der Stärke der electromotorischen Apparate und ihrer Einwirkung auf die Magnetnadel handelt, während im zweiten Untersuchungen über die Leiter der ersten und im dritten über die Leiter der zweiten Classe angestellt werden.

Bei der Untersuchung des Gegenstandes des ersten Theiles bediente er sich einer 7¼ Zoll langen Magnetnadel, die auf einer Spitze ruhte, und über einem horizontalen versilberten Kupferdrath in einer Entfernung von 3½ L. stand. Dieser Drath diente statt des Leiters, war 2½ Fufs lang, und an jedem Ende um ein dünnes Messingblättchen gewickelt. Es wurde auf eine dieser Extremitäten eine Kupferplatte, dann ein feuchter Leiter, hierauf eine Zinkplatte gelegt, und dann die so gebildete Kette geschlossen. Den feuchten Leiter gab ein Tuchlappen ab, der mit einer Mischung aus 120 Theilen Wasser und einem Theil Salzsäure und eben so viel Schwefelsäure getränkt war. Bei dieser Stärke der Flüssigkeit war die Oxydation der Platten nicht zu schnell und die Magnetnadel beharrte hinreichend lange auf ihrer gröfsten Ablenkung, die nie 8° übertraf. Man nahm stets die ersten halben Ausschlagwinkel derselben als Resultat des Versuches an. *Marianini* ging nun darauf aus, den Einflufs der Gröfse der Platten auf die Gröfse der Ablenkung, und dann das Verhältnifs zwischen der electrischen Spannung und dieser Ablenkung zu erforschen. Er fand bei übrigens gleichen Umständen diese Ablenkung der Oberfläche der Plattenpaare proportionirt; nur wenn zwei Plattenpaare gar sehr

verschieden waren an Gröſse der Oberfläche, fand man dieses Verhältniſs gestört, weil, wie *Marianini* meint, der Leitungsdrath nicht die ganze, vom gröſseren Elemente erregte Electricität zu leiten vermochte. Plattenpaare von verschiedener Masse, aber gleicher Oberfläche, bewirken dieselbe Ablenkung der Magnetnadel. Sind die Elemente nicht ganz mit dem feuchten Leiter in Berührung, so richtet sich der Effect nach der Gröſse der befeuchteten Fläche, und ist ihr proportionirt. Die Wirkung wird nur wenig gesteigert, wenn man dem Zink eine gröſsere Oberfläche gibt, als dem Kupfer, hingegen sehr stark, wenn die des Kupfers den Vorzug der Gröſse bekommt.

Wenn mehrere Plattenpaare zugleich auf die Magnetnadel wirken, so ist diese Wirkung stets gleich der Summe der Ablenkungen der einzelnen Elemente, getheilt durch die Summe dieser Elemente. *Marianini* erklärt sich diese Thatsache aus einer Reflexion, welche die Electricität erleidet, wenn sie von einem guten metallischen Leiter in einen schlechteren flüssigen übergeht, gerade so wie dieses mit dem Lichte, der Wärme und dem Schalle der Fall ist, wenn er von einem Mittel in ein anderes übergeht. Zur Prüfung dieser Voraussetzung nahm *Marianini* ein Element aus Kupfer, Zink und einem feuchten Leiter, prüfte seine Einwirkung auf die Magnetnadel und legte dann ein unwirksames Element, bestehend aus Kupfer, feuchtem Leiter und wieder Kupfer darauf. Er bemerkte, daſs dadurch die Einwirkung auf die Magnetnadel auf die Hälfte ihrer früheren Wirkung herabgesetzt wird. Als er drei wirksame Elemente zugleich anwendete, wovon eines gegen die zwei anderen in verkehrter Lage war, erhielt er gar nur $^1/_3$ des ganzen Effectes.

Im zweiten Theile, wo *Marianini* dieses electro-

motorische Vermögen der Leiter der ersten Classe betrachtet, untersucht er den Einfluſs der *Oxydation*, eines *vorausgegangenen electrischen Stromes*, *der flüssigen Leiter*, und der *Temperatur*.

Die *Oxydation* sah man bisher als den Feind der electromotorischen Kraft an. *Marianini* zeigt aber, daſs sie stets das Vermögen, den negativ-electrischen Zustand anzunehmen, erhöhe. Stellt man in eine Flüssigkeit zwei ganz homogene glänzende Eisenplatten, und verbindet sie mit einem guten Leiter, trocknet dann eine derselben ab, läſst die andere sich mit Rost überziehen, und bildet nach einigen Tagen wieder ein Element aus ihnen, so wird die oxydirte Platte negativ-electrisch. Gibt man beiden Platten wieder ihren Glanz, so wirken sie nicht mehr electromotorisch. Eben so verhalten sich zwei Platten aus Zink, Kupfer, Blei, Zinn, Wismuth. Man begreift hieraus recht wohl, daſs die Oxydation den Rang ändern kann, welchen ein Körper in der electromotorischen Reihe einnimmt. In einer Kette aus Zinn und Blei wird das Zinn positiv-electrisch; oxydirt man aber das Blei, ohne das Zinn zu ändern, so nimmt dieses den negativ-electrischen Zustand an. Man begreift nun leicht, warum bei den gewöhnlichen Säulen aus Zink und Kupfer die Wirksamkeit so schnell abnimmt. Es wird nämlich das Zink oxydirt, und das Kupfer vom etwa anhängenden Oxyd befreit, mithin das Zink minder positiv, das Kupfer minder negativ-electrisch gemacht.

Marianini bildete ein Element aus Platin und Graphit mit einem Gemische aus 100 Th. Wasser und einem Theil Schwefelsäure, und fand das Platin negativ, den Graphit positiv-electrisch; aber nach wiederholtem Eintauchen verhielten sich beide Metalle indifferent, hierauf aber gar entgegengesetzt, und es hatte Platin $+E$, Graphit $-E$.

Gold und Silber zeigen dasselbe Phänomen, wiewohl im geringeren Grade. Dieses Umkehren der Polarität wird also durch den herrschenden electrischen Strom bewirkt. Ein entgegengesetzter Strom bringt auch eine entgegengesetzte Wirkung hervor. Sind z. B. Platten aus Platin, Gold, Silber gegen Graphit durch Berührung indifferent geworden, so werden sie gegen denselben wieder positiv, wenn sie mit Zink, Blei, Zinn in Berührung standen, und daselbst die negativen Pole gebildet haben. Die Änderungen, von denen hier die Rede war, beschränken sich aber nur auf den Theil der Platten, welcher den flüssigen Leiter berührt, der übrige Theil behält unverändert seinen electromotorischen Rang bei. Die Zeit, innerhalb welcher ein Körper diese electromotorische Veränderung erleidet, richtet sich nach der Leitungsfähigkeit des flüssigen Leiters. Reines Wasser bringt diese Änderung nie vollkommen zu Stande; ein guter Leiter bringt innerhalb 30 Secunden $^2/_3$ der ganzen Wirkung hervor. Setzt man Gold und Platin, nachdem sie die genannte Veränderung erlitten haben, der Luft aus, so kehren sie wieder in ihren alten Zustand zurück, jedoch erst nach mehreren Monaten, wenn man sie in Papier einwickelt, und dadurch die Circulation der Luft erschwert. Die übrigen Metalle zeigen, ihrer Oxydirbarkeit wegen, diese Eigenthümlichkeit nur schwer.

Aufser den genannten Umständen übt auch noch der *flüssige Leiter* einen Einflufs auf den electrischen Zustand der Metalle aus. Von zwei sonst ganz indifferenten Metallen, z. B. zwei Zinkplatten, wird immer dasjenige, welches zuletzt in die Flüssigkeit getaucht wurde, negativ-electrisch. Nimmt man eine Platte heraus, trocknet sie ab, und taucht sie hierauf wieder ein, so wird stets diese die electro-negative seyn; die zuletzt abgetrocknete Platte verhält sich also immer so, als wäre sie

die am meisten oxydirte. Besonders auffallend ist dieses Verhalten beim Zink.

Einen grofsen Einflufs hat die *Temperatur* auf die electromotorische Kraft. Erwärmt man eine Zink- oder Kupferplatte, und bildet dann von beiden ein electromotorisches Element, so findet man den electrischen Strom gesteigert, seine Richtung aber unverändert. Die Steigerung ist bis zu einem gewissen Wärmegrad der Zunahme der Temperatur proportional. Hier folgen die Leiter der ersten Classe nach ihrer electromotorischen Kraft, von dem kräftigsten angefangen, so wie sie sich ergeben, wenn man dieselbe Substanz mit allen übrigen vergleicht, und an der Magnetnadel die Richtung der Ablenkung beobachtet: sehr oxydirte, lange der Luft ausgesetzte Kohle; strahliges Graubraunsteinerz; Grau-Manganerz; unkrystallisirter Schwefelkies; Magnesie haltender Magnetkies; krystallisirter Arsenikkies; Graphit; gediegenes, goldhältiges Tellur; Gold; Platin; Kupferkies; blätt. Tellur; Kobaltglanz; Fahlerz; Arseniknickel; frisch bereitete, langsam in der Luft erkaltete Kohle; oxydulirtes Schwefeleisen (vom unteren, vierzig Jahre in einer Cloake versenkten Ende einer Blitzleitungsstange); Bleiglanz; lichtes Rothgültigerz; Antimonsilber und wenig oxydirter Arsenik; Quecksilber; Silber; angelaufenes Spiesglanz; Arsenik; Molybdänglanz; kryst. Zinnstein; angelauf. Kupfer; glänzendes Spiesglanz; erhitzte, und schnell im Wasser abgelöschte Kohle; Nickel; angelauf. Wismuth; sehr oxyd. Messing; glänzendes Kupfer; Messing; kryst. Magneteisen; Eisen; angelauf. Blei; Mangan; Zinn; glänzendes Blei; lebhaft brennende, in Wasser getauchte, und gleich darauf untersuchte Kohle; Zink.

Im dritten Theile behandelt *Marianini* die Leitungsfähigkeit tropfbarer Flüssigkeiten, und untersucht dabei

den Einfluſs der Temperatur und der Dicke der flüssigen Schichte. Mit der Temperatur steigt die Leitungsfähigkeit sehr stark, und sinkt wieder mit ihr, jedoch nicht so schnell, als sie gestiegen ist. Es hält also der Einfluſs der Erwärmung selbst dann noch an, wenn diese schon vorüber ist. Erst nach längerer Zeit tritt wieder die ursprüngliche Leitungsfähigkeit ein. Übrigens steigert eine Temperaturerhöhung die Leitungsfähigkeit einer Flüssigkeit desto mehr, ein je schlechterer Leiter sie ist.

Marianini brachte eine Zink- und eine Graphitplatte, die ein *Volta*'sches Element bildeten, in destillirtes Wasser, das $^1/_{20}$ Meerwasser enthielt, und änderte ihre Entfernung von einander von $^1/_6$ Z. — 24 Z., und fand, daſs die Wirkung des electrischen Stromes abnimmt, so daſs bei der kleinsten Entfernung die Ablenkung einer Magnetnadel 3° 30′ betrug, bei der gröſsten hingegen gar nicht mehr merklich war. Bei dieser Gelegenheit untersuchte *Marianini* auch die Ursache der gröſseren Wirksamkeit der nach *Wollaston* und *Novelluci* eingerichteten Tragapparate, bei denen die Zinkplatte beiderseits von der Kupferplatte umgeben ist, und fand, daſs diese nicht darin liege, daſs die Electricität zu beiden Seiten ausströmen kann, oder einen kürzeren oder directeren Weg beschreibt; denn als er eine Seite des Kupfers und des Zinkes mit Wachs überzog, war der Effect nur um ein Geringes vermindert. Es muſste also die Ursache in der gröſseren Oberfläche des Kupfers überhaupt liegen. *Marianini* umwickelte eine Zinkplatte mit Kupfer, und eine Kupferplatte mit Zink, und fand, daſs das erstere Element ohne Vergleich stärker wirke als das zweite. Um wie viel die Kupferplatte die Zinkplatte an Gröſse übertreffen müsse, um die gröſste Wirkung hervorzubringen, lieſs sich nicht genau bestimmen; wenn einmal die Kupferplatte zehn Mal gröſser ist als die

Zinkplatte, so bringt auch eine unbedeutende Vergrösserung der ersteren eine bedeutende Erhöhung der Wirkung hervor; jedoch wird dieser Wachsthum immer geringer, je mehr man sich von dieser Grenze entfernt. Dieses gilt nicht blofs vom Kupfer, sondern überhaupt von jedem negativ-electrischen Theile eines Elementes; wenigstens haben Versuche mit Zink, Eisen, Blei, Zinn, Kupfer, Messing, Silber, Gold und Platin dieses bestätiget.

Marianini hat die Leitungsfähigkeit sehr vieler flüssiger Stoffe nach ihrem Range angegeben, wie er sie bei einer Temperatur von 3° — 6° mittelst eines Zink-Kupferelementes gefunden hatte. Von jedem Stoffe war 1 Theil in 100 Th. destillirtem Wasser aufgelöst, und die Leitungsfähigkeit des Meerwassers zu Venedig als Einheit angenommen. Hier folgen die Materien mit den ihnen entsprechenden Zahlen:

Blausaure Soda . .	10.96
Blausäure	18.27
Flüssiges Ammoniak	26.45
Soda.	32.06
Phosphorsaures Kali	44.74
Borax	45.31
Phosphorsaure Soda	46.00
Weinsteins. Kali und Spiesglanz . . .	50.07
Schwefelsaures Zink	51.64
Chlorsaurer Baryt .	53.23
Kali	55.68
Chloreisen im Min. .	56.53
Salpetersaurer Kalk .	57.00
Essigsaures Kali . .	59.02
Salpetersaurer Baryt	60.00
Schwefels. Eisen . .	62.26
Saur. weinsteins. Kali	62.04
Schwefels. Magnesie	62.64
Essigsaure Soda . .	64.09
Kohlensaures Kali .	66.07
Chlorsaures Kali . .	68.09
Kohlensäuerl. Soda .	69.02
Benzoesäure . . .	70.67
Mekons. Ammoniak .	71.15
Schwefelsaure Soda	74.02
Benzoesaures Kali .	76.56
Salpetersaures Kali .	78.03
Schwefelsaures Kali	80.00
Meersalz	84.79
Saure schwefelsaure Thonerde und Kali	85.00
Citronensäure . . .	85.71
Essigsäure	87.00
Weinsteinsaures Kali	92.00
Weinsteinsäure . .	98.66

Salzsaurer Kalk . .	110	Sauerkleesäure . .	179
Phosphors. und etwas phosphorige Säure	127	Schwefelsäure . .	239
Eisenhält. salzsaures Ammoniak	136	Schwefelsaures Kupferdeutoxyd . .	258
Sauerkleesaures Kali	149	Salpeters. Quecksilber	278
Salzs. Ammoniak .	150	Salpetersaures Silber	298
Essigsaures Kupfer .	154	Salzsaures Gold . .	307
Salzsäure	164	Salpetersäure . . .	358
		Salzsaures Platin . .	418

Das Leitungsvermögen einer Flüssigkeit wächst übrigens mit dem Concentrationsgrade.

D. Marianini, über *Ritters* Ladungssäule *).

Man kannte bis jetzt vorzüglich zwei Meinungen über die Ursache der Ladung einer nach *Ritters* Angabe gebauten Säule, die aus blofsen einfachen Metallplatten besteht, welche durch einen feuchten Leiter von einander getrennt sind. Eine rührt von *Ritter* selbst her, die andere hat *Volta* aufgestellt. Nach der ersteren kommt die Ladung einer solchen Säule blofs von dem Widerstande her, den die Electricität findet, wenn sie von den Polen einer thätigen *Volta*'schen Säule aus, durch die secundäre Säule, die als Polardraht dient, gehen will. Dieser Widerstand macht, nach *Ritter*, dafs die Electricität an dem Ende der secundären Säule selbst verweilt, und diese geladen erscheint. Nach der von *Volta* aufgestellten Ansicht bildet sich aus *Ritters* Säule, während sie die Kette schliefst, durch Zersetzung und Überführung der Flüssigkeit eine Säule der zweiten Art, die aus zwei flüssigen heterogenen Leitern und einem festen Körper besteht. *Marianini* widerlegt die Ansichten beider durch directe Versuche. Dafs die Ladung der *Ritter*'schen Säule nicht von einem Widerstande dersel-

*) Giornale di fisica ecc. 1826, p. 253 sq.

ben herrührt, schliefst er daraus, dafs eine solche Säule sich desto stärker und desto schneller ladet, je besser die dazu gebrauchte Flüssigkeit leitet. Auch folgender Versuch spricht gegen *Ritters* Ansicht: *Marianini* unterbrach einen aus funfzig Elementen bestehenden thätigen Becherapparat an fünf gleich weit von einander abstehenden Stellen mit feuchten Papieren, deren jedes zwischen zwei Kupferplatten stand. Wurden diese nach einiger Zeit vom Apparate getrennt, so zeigten sie dieselbe Ladung, als wenn sie vereint dem electrischen Strome ausgesetzt gewesen wären. Zur Widerlegung von *Volta's* Ansicht brachte *Marianini* zwischen zwei Metallscheiben einer frisch geladenen secundären Säule mehrere feuchte Scheiben; da konnte er ihre Ordnung wie immer verändern, ohne eine Änderung in der Richtung der Ladung hervorzubringen; wurden solche Scheiben von einer neu geladenen Ladungssäule zwischen die Metallplatten einer anderen gebracht, so bekam diese dadurch nicht die geringste Ladung; wurde hingegen der Versuch umgekehrt, und in eine geladene Säule Scheiben von einer nicht geladenen gebracht, so änderte die erstere dadurch ihre Ladung nicht, woraus sich wohl richtig der Schlufs ziehen läfst, dafs der flüssige Leiter in *Ritters* Säule nicht in zwei heterogene Theile theilt, wie die *Volta*'sche Ansicht voraussetzt. *Marianini* meint nun, die Phänomene der Ladungssäule aus dem Einflusse des electrischen Stromes auf die Matalle ableiten zu können, welche ihn erzeugen. Zur Unterstützung dieser Behauptung stellte er wieder Versuche an. Er nahm zwei mit einer wässerigen Salzauflösung gefüllte Gefäfse, tauchte in das erste eine Zinkplatte und das Ende einer Silberplatte, ins zweite eine zweite Silberplatte und ein Stück Graphit, so dafs sich die eingetauchten Körper nicht berührten. Wurden nun die aufserhalb der Flüssigkeit befindlichen Silberplatten mit ein-

ander in Berührung gebracht, und das Zinkende mit dem Graphit in Verbindung gesetzt, damit ein electrischer Strom Statt finde, hierauf aber die Verbindung aufgehoben, und jede Silberplatte mit einer neuen von demselben Metall, das dem electrischen Strome noch nicht ausgesetzt war, berührt, so erhielt man zwei electrische Ströme. Das Silber, welches dem Zink gegenüber stand, war gegen das ungebrauchte Silber positiv; und das, welches dem Graphit gegenüber war, gegen dasselbe Silber negativ-electrisch. Demnach bildet sich aus der Ladungssäule, während sie dem electrischen Strome ausgesetzt ist, eine wahre Säule aus einem flüssigen und zwei festen Leitern.

E. Bewegungen im electrischen Kreise.

Die wichtigsten Wirkungen des electrischen Stromes, der in der neuesten Zeit die Aufmerksamkeit mehrerer ausgezeichneter Gelehrten auf sich gezogen hat, ist die Erzeugung regelmäſsiger Bewegungen in Flüssigkeiten, die er über Quecksilber durchströmt, und die mit der Natur dieser Flüssigkeiten sich ändern. *Erman* hat sie zwar im Allgemeinen zuerst kennen gelehrt, aber *Serullas*, *Herschel*, *Pfaff* und *Runge* sind mehr ins Detail eingedrungen, und haben sie näher geprüft. Unter diesen sind die Untersuchungen von *Pfaff* und *Runge* die neuesten, die daher hier auch näher erwähnt werden sollen.

1. *Pfaff's Versuche.*

Pfaff *) machte die meisten seiner Versuche mit Säulen von 24 Plattenpaaren von Zink und Kupfer, die nur 2 Zoll im Durchmesser hatten, und bei denen in einer Kochsalzlösung getränkte Pappscheiben als feuchte Leiter dienten; hält aber auch Säulen von 10 Platten-

*) *Schweigger's* Journal, Bd. 18, S. 190.

paaren von $^1/_2$ Zoll Durchmesser zur Erzeugung der meisten Phänomene für hinreichend. Das Quecksilber, das mit irgend einer Flüssigkeit übergossen wurde, war in Uhrgläsern enthalten; und als Leitungsdrähte, welche die Pole der Säule mit den Flüssigkeiten und dem Quecksilber in Verbindung brachten, brauchte er Platindrähte. Das Quecksilber war bald ganz rein, bald mit etwas Zinn, Zink, Blei und Wismuth versetzt, und die Flüssigkeiten waren theils Auflösungen von Laugensalzen und alkalischen Erden, wie z. B. Kalilauge, Ammoniak, Strontian, Baryt; theils Säuren, wie Schwefelsäure, Salzsäure; theils Salzauflösungen, als z. B. schwefelsaures Natrum, Salpeter, Kochsalz, Salmiak, Chlorcalcium, endlich auch reines Wasser. Diese Versuche gaben folgende allgemeine Resultate. Wird reines Quecksilber mit einer der genannten Flüssigkeiten übergossen, und der electrische Strom durchgeleitet, indem die Polardrähte entweder die Flüssigkeit, oder auch nebst dieser das Quecksilber berühren, so treten in letzterem eigenthümliche Bewegungen ein, welche durch die Natur der Flüssigkeiten, und die Art der Schliessung bestimmt werden. Diese Bewegungen erfolgen bei Säuren und Alkalien auf entgegengesetzte Weise, und es lassen sich alle Flüssigkeiten in dieser Hinsicht in die Classe der sauren oder alkalischen bringen. Salze mit alkalischen Basen gehören zu den letzteren.

Wird der Kreis in einer alkalischen Flüssigkeit geschlossen, so wird das Quecksilber vom positiven Polardraht angezogen. Berührt der negative Schliefsungsdraht das Quecksilber, so plattet es sich merklich ab, und es beginnt eine sichtliche Strömung in der Flüssigkeit, die vom positiven Drahte aus über das Quecksilber hingeht, und gleichsam in zwei Strudeln nach dem positiven Drahte zurückkehrt. Wird die Berührung aufgehoben, so dauert diese Bewegung noch einige Zeit,

und zwar anfangs verstärkt fort. Berührt hingegen der positive Draht das Quecksilber, so erfolgt anfangs eine schwache Zusammenziehung, das Quecksilber überzieht sich mit einer Oxydhaut, wird zähflüssig, und breitet sich aus.

Wird die Kette in einer sauren Flüssigkeit geschlossen, so erfolgen alle Bewegungen nach entgegengesetzter Richtung. Die Anziehung geht in eine Abstoſsung, die Zusammenziehung in eine Ausdehnung etc. über. Die Lage der Polardrähte gegen einander und gegen das Quecksilber ändert die Strömungen. Im Quecksilber selbst erkennt man aber keine Strömung der Theile, auch ist es nicht wahrscheinlich, daſs die Flüssigkeiten vom Quecksilber ihre Bewegung erhalten. Verunreinigungen des Quecksilbers durch Zink oder Blei lassen sich durch diese Strömungen nicht entdecken, wie *Herschel* meint, wohl aber die mit Kalium, Sodium oder Zinn; denn die ersteren zwei machen, daſs die Strömungen bei Schlieſsung des Kreises in alkalischen Flüssigkeiten auch ohne vorhergegangene Berührung des Quecksilbers erfolgen, Zinn hingegen verräth sich durch Ausbreitung des Quecksilbers unter einer alkalischen Flüssigkeit, wenn es mit dem negativen Drahte berührt wird, und durch eine graue zähe Haut, mit der sich das Quecksilber überzieht.

2. *Runge's Versuche.*

Runge *) hat Erscheinungen entdeckt, die sehr wahrscheinlich in die Reihe der hier besprochenen gehören, aber davon nur einen Theil bekannt gemacht. Wird reines Quecksilber mit einer gesättigten Kochsalzauflösung $1/2$ L. hoch übergossen, und ein kleiner Kupfervitriolkrystall vorsichtig auf die Salzlösung gelegt, da-

*) *Poggendorff's* Annalen, Bd. 8, S. 106.

mit er auf ihr schwimme, so verliert das Quecksilber allmählich seinen Glanz, und überzieht sich mit einer Haut. Berührt man nun das Quecksilber durch die Flüssigkeit hindurch mit einem Stück blanken Eisen, so spaltet sich diese Haut, verliert sich schnell, und es beginnen wirbelnde Strömungen, die vom Krystall ausgehen; der Krystall vermindert sich, und verschwindet endlich ganz. Ist der Krystall mit der Flüssigkeit bedeckt, so erfolgt dasselbe, und er wird vom Quecksilber angezogen. Berührt der Krystall aber das Quecksilber, so geräth er, sobald das Eisen letzteres berührt, in eine kreisende Bewegung, wird scheinbar vom Eisen angezogen und abgestofsen, löset sich dabei schnell auf, und seine Bewegungen werden immer schneller, bis er verschwindet, oder das Eisen herausgezogen wird. Maschinen-Electricität und eine Magnetnadel haben darauf keinen Einflufs, wohl aber die *Volta*'sche Säule. Statt Eisen kann man auch Kupfer, Blei, Wismuth, Zink brauchen; Antimon, Gold, Silber, Platin taugen aber dazu nicht. Auflösungen von salzsaurem Kali, Ammoniak, Thonerde, Eisenoxydul, Chromoxydul wirken schwächer als Kochsalz; die vom salzsauren Eisenoxyd, Quecksilberoxyd, Platinoxyd, salzsaurem Baryt und Kalk wirken im verdünnten Zustande schwach, im concentrirten gar nicht. Auf Kupferamalgam, das mit Salzauflösung übergossen ist, geräth ein Kupfervitriolkrystall schon ohne Mitwirken des Eisens oder eines anderen Metalls in Bewegung.

F. Chemische Scheidungen mittelst Berührungs-Electricität.

Dafs man durch electrische Mittel Körper gegen chemische Angriffe schützen kann, ist seit *Davy's* schönen Untersuchungen über die Schützung des Kupferbeschlags der Schiffe gegen das Seewasser sattsam bekannt.

Einen merkwürdigen, dahin gehörigen Fall erzählt *Dumas* *). Die bleiernen Röhren in der Nähe von Paris, welche kohlensauren aufgelösten Kalk haltendes Wasser führen, werden häufig durch Kalk verstopft, der sich immer an den Stellen absetzt, wo die Bleiröhren zusammengelöthet sind. Dasselbe findet zu Sèvers Statt, wo man in bleiernen Behältnissen Wasser, das viel kohlensauren Kalk enthält, aufbewahrt. An den Bleiplatten ist fast nichts von einem Kalkabsatz wahrzunehmen, aber an den Stellen, wo zwei Platten zusammengelöthet sind, findet man nicht selten einige Linien dicke Lagen eines Absatzes, der durch kohlensäuerliches Eisen etwas ins Rothe spielt. Er brauset mit schwacher Salpetersäure auf. Man hat in diesem Behälter eine Eisenstange, mit der man eine am Boden desselben befindliche Klappe öffnet, und die daher auch im Wasser steht. Diese Stange ist oft 5—6 L. mit einem Überzuge bedeckt, von dem man an dem nahen Blei keine Spur wahrnimmt. Die Bleiröhren, von denen vorher die Rede war, verstopfen sich oft so stark, daſs sie den Zufluſs des Wassers verhindern. Wenn dieses der Fall ist, richten die Arbeiter ihr Augenmerk stets nach den Löthstellen hin, und treffen daselbst das Hinderniſs an. Auch die Kupferhähne sind mit solchen Incrustationen versehen.

Um nun bestimmt darzuthun, daſs diese Absonderung an den Löthstellen nicht durch ihre Rauheit oder eine andere mechanische Beschaffenheit, sondern durch einen rein electrischen Zustand bedingt werde, nahm *Dumas* ein Element einer *Volta*'schen Säule, und lieſs es zwei Tage lang in solchem Wasser liegen, das in einem eigens dazu bestimmten Gefäſse aufbewahrt wurde.

Nach dieser Zeit erschien das Kupfer des Elementes mit einem flockigen Absatze bedeckt, das Zink hingegen

*) Annales de Chim. et Phys. Tom. 32, p. 265.

zeigte Unebenheiten, wie Säuren an Metallen erzeugen. Das Wasser, welches früher durch sauerkleesaure Salze einen starken Niederschlag gab, wurde durch sie nun kaum mehr getrübt. In ein Bleigefäſs, das solches Wasser enthielt, wurde eine blanke Silberplatte mittelst eines Bleistreifens schwebend aufgehängt, und so sechs Monate lang gelassen. Nach Verlauf dieser Zeit war das Silber mit einem Absatze ganz überzogen, das Blei hingegen vollkommen rein.

Diese Erscheinungen sind nicht bloſs wegen ihrer theoretischen Bedeutung interessant, sondern auch wegen ihrer practischen Anwendbarkeit wichtig; denn sie geben zugleich ein Mittel an die Hand, dieses Absetzen zu verhüten. Man darf nur die Bleiröhren durch Berührung mit einem anderen Metalle in einen electrischen Zustand versetzen, bei dem sie die Säuren anziehen, und den anderen Erreger so einrichten, daſs er sich leicht wegnehmen, und durch einen neuen ersetzen läſst. *Dumas* räth, dazu an bestimmten Stellen verticale Röhrenansätze von Blei anzubringen, und sie mit einem Pfropf aus Eisen, Zinn oder Kupfer zu verschlieſsen, von dem eine Stange aus demselben Metall ins Wasser reicht.

Merkwürdig ist es, daſs Blei in Berührung mit Eisen negativ, in Berührung mit Kupfer und Zinn positiv-electrisch wirken muſs, um die genannten Erscheinungen eintreten zu lassen, während doch nach *Pouillet's* Versuchen das entgegengesetzte Statt findet. *Dumas* erklärt diese Anomalie aus dem Mitwirken der erregenden Kraft, der Flüssigkeit und der festen Leiter, und aus der Electricität, welche der chemische Proceſs erzeugt. Es scheint aber auch hier einer der Umstände mitzuwirken, deren Einfluſs auf den electromotorischen Rang eines Körpers *Marianini* nachgewiesen hat.

Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1. Electrische Wage von *Harris*.

(London Journal of arts a. scien. March. 1827.)

Die von *Harris* angegebene electrische Wage, deren sich *Partington* bei seinen Vorlesungen an der London Institution bedient, hat folgende Einrichtung: Auf einer horizontal stehenden Bodenplatte *LFE* (Fig. 4) befindet sich eine verticale Säule *Z*, die am oberen Ende eine Rolle *S* trägt, deren Zapfen sich auf vier Frictionsrädern bewegen, wovon man aber in der Zeichnung nur zwei, nämlich *s* und *s* sieht. An der Axe der Rolle ist der Zeiger *DA* befestiget, der über einem Kreisbogen *JB* spielt, welcher seinen Mittelpunct in der Axe der Rolle hat. Der Bogen *JB* ist eingetheilt und hat in *A* den Nullpunct dieser Theilung. Durch seine Bewegung gegen *J* zeigt er die Gröſse der electrischen Abstoſsung, durch die gegen *B* die Anziehung an. Über die Rolle geht ein biegsamer Faden, an dessen einem Ende eine kleine vergoldete hölzerne Kugel *T*, am andern hingegen ein Glasrohr befestiget ist, dessen Durchmesser etwa $^2/_{10}$ Zoll beträgt, und das am unteren Ende eine kleine Kugel *M* hat, welche zur Aufnahme von etwas Quecksilber oder Bleischrot bestimmt ist. Der Faden besteht bei Versuchen über electrische Abstoſsung ganz aus Seide, bei denen über electrische Anziehung hingegen ist der Theil gegen *T* aus Silber, der andere aus Seide. An dem andern Ende der Schnur ist eine leitende Kugel *T* befestiget, welcher eine andere gröſsere und isolirte *Q* gegenüber steht, die an einem Stiele befestiget ist, und sich mittelst desselben in einen Zugröhre *P* erheben oder senken läſst. Eine in 10tel Zoll getheilte Scala am Stiele von *P* gibt den Stand der Kugel *Q* und ihre Entfernung von *T* an.

An der anderen Seite befindet sich ein Gefäſs mit

reinem Wasser, in welchem *M* selbst nebst einem Theil der Glasröhre eingetaucht ist. Je gröfser dieser Theil ist, desto leichter wird das Gegengewicht in *M*. Es ist die Einrichtung getroffen, dafs der Zeiger *D* um 5 Grad auf der Scale weiter rückt, wenn sich die Länge des eingetauchten Stückes von *MO* um $^1/_{10}$ Zoll ändert. Daher kann man aus dem jedesmaligen Stande des Zeigers auf die Kraft nach Gewichten schliefsen, die ihn dahin versetzte.

Sollen nun Versuche über electrische Anziehung und Abstofsung gemacht werden, so bringt man den electrischen Körper mittelst eines Drathes mit der Kugel *Q* in Verbindung, beobachtet den Stand des Zeigers, wenn Gleichgewicht eingetreten ist, und schliefst daraus auf die Kraft, welcher diesem Stande entspricht.

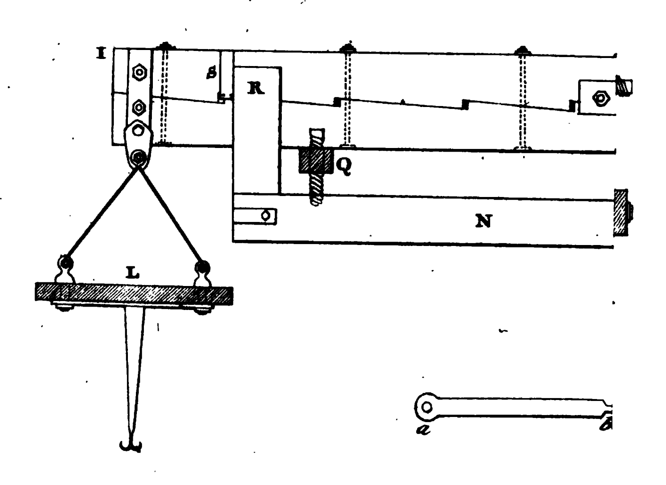
2. Luftpumpe ohne Hahn und Ventil, von *Buchanan*.

(Edinb. Journ. of Scien. N. XI.)

Buchanan hat die Vorrichtung, wodurch er den Wechselhahn und das Ventil bei den Luftpumpen ersetzen wollte, mehrmal abgeändert, und ist endlich auf jene Einrichtung gerathen, die in Fig. 5 abgebildet ist. Um aber das Prinzip seines Mechanismus deutlicher einsehen zu können, ist auch eine seiner früheren Einrichtungen in Fig. 6 dargestellt, aus der man sieht, dafs ein Hülfscylinder mit einem Kolben die Stelle der gewöhnlichen Hähne oder Ventile vertritt. Der zweite Stiefel oder der Hülfscylinder läuft mit dem Boden des Hauptstiefels parallel, und hat einen viel geringerenDurchmesser. Dieser Stiefel steht mit dem Recipienten und dem Hauptstiefel in unmittelbarer Communication. Während der Hauptkolben steigt, mufs der Hülfskolben etwa in *a* stehen, damit die Luft aus dem Recipienten in den Hauptstiefel gelangen kann; wenn er aber herabgedrückt wird, mufs er die in der Zeichnung angegebene Stel-

lung haben, damit die Luft herausgetrieben werden kann. Die Fig. 5 stellt nun diese Luftpumpe mit zwei Stiefeln vor, sammt einer Einrichtung, damit die Bewegung der Hülfskolben mit derselben Kraft bewerkstelliget werden kann, welche die Hauptkolben bewegt. *A* und *B* sind die zwei Hauptcylinder mit ihren Kolben, *a* und *b* die zwei Hülfskolben. Die Hauptkolben werden mittelst gezähnter Stangen durch ein Rad in Bewegung gesetzt, das nur an zwei einander entgegen gesetzten Quadranten Zähne hat. Die zwei Hülfskolben haben eine gemeinschaftliche Kolbenstange *c*, in deren Mitte eine Querstange *dd* angebracht ist, und die durch zwei Riemen oder Schnüre mit obigem Rade in Verbindung steht und durch selbes die Bewegung erhält. Zu diesem Behufe ist sowohl links als rechts vom Mittelpuncte des Rades etwa einen Zoll von der Stelle *g* und *h*, wo die Zähne desselben aufhören, ein Riemen *e* und *f* mit einem Ende befestigt, während dessen anderes Ende horizontal unter dem Hülfscylinder fortläuft, über eine Rolle geht und an *dd* befestiget ist.

In der Stellung, wie die Maschine gezeichnet ist, hat der Kolben in *B* den höchsten Stand erreicht, und der Riemen *f* ist da gerade ganz gespannt. Dreht man das Rad noch etwas weiter, nach der Richtung, die es haben müſste, um den Kolben in *B* zu heben, so zieht der Riemen *f* den Kolben *b* dahin, daſs er die Communication zwischen dem Recipienten *R* und dem Stiefel *B* aufhebt; wird hierauf das Rad *C* nach der entgegen gesetzten Richtung gedreht, so wird die Luft aus dem Cylinder *B* vertrieben, ohne in den Recipienten zurück gehen zu können. Während der Kolben *b* die Communication zwischen *B* und *R* aufhebt, stellt er die zwischen *A* und *R* her, und bei der Bewegung des Rades, wo der Kolben in *B* sinkt, steigt der in *A*, schöpft Luft aus dem Recipienten, und so geht das Spiel ohne Störung fort.



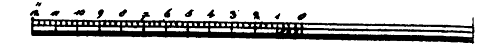
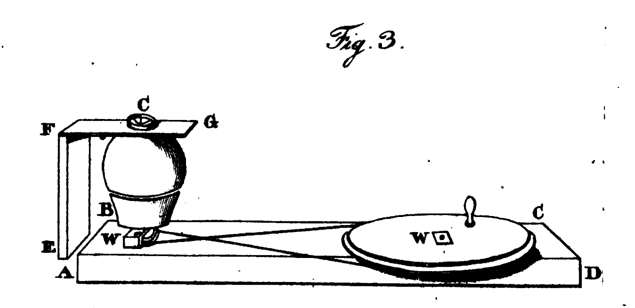


Fig. 3.



M. Bauer sc.

ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Ein Beitrag zur Berechnung achromatischer Fernröhre,

von

I. I. Littrow.

Um die Hindernisse, welche sich der Construction eines in allen Beziehungen vollkommenen Fernrohres entgegensetzen, leichter zu besiegen, hat man schon in den letzten Decennien des verflossenen Jahrhunderts diese Hindernisse zu theilen gesucht, und vor allem sich bemüht, das zusammengesetzte *Objectiv* des Fernrohres so vollkommen als möglich zu machen, oder die Bedingungen anzugeben, unter welchen das von dem Objectiv entworfene Bild eines Gegenstandes von aller Undeutlichkeit wegen den Farben der einzelnen Strahlen sowohl, als auch wegen der sphärischen Gestalt des Glases, frei angenommen werden kann. In der That ist dieses der schwerste Theil des ganzen Problemes, und zu einem in jener Bedeutung vollkommenen Objectiv ein angemessenes Ocular zu finden, wird nach dem gegenwärtigen Zustande dieser Kunst selbst einen mittelmäſsigen Optiker nicht leicht mehr in Verlegenheit setzen. Ich werde mich daher auch in dem Folgenden bloſs auf die Construction des Objectivs beschränken, und die Resultate meiner Untersuchungen dieses interessanten Gegenstandes mittheilen, zu welchen ich, wie

ich gern gestehe, durch die ersten schönen Versuche unseres geschickten Optikers *Plöſsl* geführt worden bin, und von denen ich wünsche, daſs sie auch ihm, dessen bisherige Leistungen zu groſsen Hoffnungen berechtigen, Gelegenheit geben mögen, sich mit gleichem Erfolge auch an Fernröhre von gröſseren Dimensionen zu versuchen.

Alle Versuche, welche man bisher angestellt hat, durch Rechnungen ein Objectiv zu bestimmen, dessen Bild sowohl frei von Farben als von der Abweichung wegen der Gestalt ist, lassen sich auf zwei wesentlich verschiedene Arten zurückführen, und diese Eintheilung bezieht sich vorzüglich auf die Methode, die Abweichung wegen der Gestalt zu vernichten oder doch so klein als möglich zu machen, da *diese* es ist, welche die meisten Schwierigkeiten darbietet, während im Gegentheile die Aufhebung der Farben, wenigstens für die der Achse nahen Strahlen, sehr leicht erhalten werden kann. Jene erste aber, die Abweichung wegen der Kugelgestalt der Linsen, wurde von den ersten und gröſsten optischen Schriftstellern, *Boscovich, Clairaut, d'Alembert, Euler* u. a. dadurch wegzubringen gesucht, daſs sie den *Zerstreuungsraum* der nahen und fernen Strahlen, oder daſs sie den analytischen Ausdruck desjenigen Theiles der Achse suchten, in welchem die Vereinigungspuncte der Central- sowohl als der Randstrahlen liegen, und daſs sie dann durch irgend eine Annahme der in diesem Ausdrucke enthaltenen Gröſsen diesen Zerstreuungsraum entweder vollkommen gleich Null, oder doch so klein als möglich zu machen sich bemühten. Dieses Verfahren blieb, wie man es, da solche Männer mit ihrem Beispiele vorausgegangen waren, nicht anders erwarten konnte, lange Zeit das einzige, weil man es zugleich für das möglich beste hielt, obschon es doch offenbar

nur für kleinere Fernröhre mit Sicherheit angewendet werden konnte, für andere aber, von gröſseren Öffnungen, nicht mehr die gewünschte Genauigkeit gewährte, weil jener oben erwähnte analytische Ausdruck überall von der cubischen Gleichung $\sin. a = a - \frac{1}{6} a^3$ ausging, und ausgehen muſste, wenn man nicht, durch die Aufnahme auch nur des ersten nächstfolgenden Gliedes $\frac{1}{120} a^5$, in äuſserst complicirte Ausdrücke verfallen wollte, deren Auflösung nach dem heutigen Zustande der Analysis auch die Geduld des beharrlichsten Rechners ermüdet, und vor der Zeit erschöpft haben würde. Da aber, bei etwas beträchtlichen Öffnungen der Objective, für solche Randstrahlen, welche unter einem Winkel von 10 bis 15 Graden mit ihrem Halbmesser der ersten brechenden Fläche einfallen, jene abgekürzte Gleichung schon bedeutend unrichtig ist, so konnten die nach dieser Methode construirten gröſseren Objective, welche Autoritäten sie auch für sich haben mochten, nie vollkommen seyn, so sehr sich auch die Künstler bemühten, die Vorschriften der Theoretiker auf das genaueste zu befolgen. Ohne Zweifel liegt hierin der vorzüglichste Grund, warum endlich auch die besseren Optiker wieder zu ihren mechanischen Tatonnemens zurückgingen, an welchen leider noch selbst in unseren Tagen der gröſste Theil derselben sclavisch hängt, und man darf selbst hinzusetzen, daſs auch der lange Stillstand der Wissenschaft selbst, die über ein Jahrhundert auf dem einmal von ausgezeichneten Männern eingeschlagenen Wege stehen blieb, aus derselben Quelle abgeleitet werden muſs.

Diesem Stillstande der Theorie, denn die Ausübung feiert ihn gröſstentheils noch, machte *Klügel* mit einer

kleinen, aber vortrefflichen Abhandlung ein Ende; welche er volle ein und zwanzig Jahre nach der Herausgabe seiner analytischen Dioptrik (Leipzig, 1778) in die Commentarien von Göttingen einrückte, nachdem er in diesem seinem gröſseren Werke auch jener ersten Methode unbedingt gehuldiget hatte, und er eröffnete dadurch eine neue Bahn, die eine viel reichere Ernte verspricht, wenn anders die Wissenschaft auf ihr fortgehen, und die ausübenden Künstler sich der neuen, besseren Einsicht bequemen, und ihr unsicheres Tappen im Finstern verlassen wollen.

Der vorzüglichste Unterschied der neuen Methode vor der alten besteht darin, daſs man hier den Weg des Strahles durch alle seine brechenden Flächen *genau trigonometrisch* berechnet, während man dort überall nur mit genäherten, mit bloſsen approximirten Ausdrücken spielte, die sich ihrer Natur nach von der Wahrheit desto mehr entfernten, je gröſser und vollkommener das Fernrohr seyn sollte, und daſs man sonach hier ein sicheres Mittel hat, die Genauigkeit je nach dem Bedürfniſs der Umstände so weit zu treiben, als man nur will, während dort dem Fortschreiten zur Wahrheit eine Grenze gesetzt war, die desto enger wurde, je mehr es darum zu thun war, sie zu erweitern.

Doch war dieser erste Versuch *Klügel's*, ohne seinem übrigen Verdienste im Geringsten nahe zu treten, als ein *erster Versuch* immer noch unvollkommen, und lieſs daher noch manches zu wünschen übrig. So war erstens sein Bemühen vorzüglich auf die Vernichtung der Abweichung wegen der Gestalt der Gläser gerichtet, während er, zwar nicht für die der Achse nahen, aber doch für die Randstrahlen noch eine kleine schädliche Farbenzerstreuung unberücksichtiget lieſs. So hob er zweitens diese Abweichung wegen der Gestalt für die

Strahlen nur nach ihrer *dritten* Brechung so viel möglich auf, da sie doch, wenn anders das Bild ganz rein seyn soll, nach der *vierten* Brechung aufgehoben werden muſs. Ja selbst diese Aufhebung nach der dritten Brechung gibt er nicht vollkommen, weil ihm die Rechnung zu verwickelt scheint, indem, wie er sagt, *hoc negotium ob imperfectionem formularum non nisi tentando perfici potest.* Auch braucht er viertens zu demselben Zwecke eine kubische Gleichung, die selbst nur genähert ist, und daher auch keine genauen Resultate geben kann. Die Farbenzerstreuung für die der Achse näheren Strahlen hätte sich ferner viel kürzer und wenigstens eben so genau auf eine andere Weise heben lassen, als auf die von ihm gewählte; und endlich ist das, was seiner ganzen Rechnung zu Grunde liegt, nämlich die Bestimmung seiner zwei ersten Halbmesser, gröſstentheils willkürlich, und der Zweck, den er dadurch zu erreichen sucht, nämlich kleinere Brechungswinkel, für die nothwendigen Eigenschaften eines wahrhaft guten Fernrohres im Allgemeinen nichts Wesentliches, vielmehr versperrte er sich, wenn ich so sagen darf, durch diese willkürliche Annahme den Weg zur Erreichung mehrerer anderer Zwecke, die viel wesentlicher sind, als der, welchen er erreichen wollte, wie z. B. die Aufhebung der Farben für die äuſsersten Randstrahlen, die gröſsere Öffnung, die vermehrte Lichtstärke des Objectivs etc., auf welches alles er keine Rücksicht genommen hat.

Wenn man, wie *er*, und beinahe alle Schriftsteller über die Optik, sich vornimmt, das Objectiv so einzurichten, daſs die mittleren, z. B. die gelben am Mittelpuncte und an dem Rande einfallenden Strahlen sich nach der vierten Brechung in demselben Puncte der Achse vereinigen, in welchem auch die der Achse na-

hen rothen und violetten Strahlen nach der vierten Brechung sich schneiden, so sind eigentlich nur diese *zwei* Bedingungen zu erfüllen, die ohne Zweifel von allen die wichtigsten sind. Da aber im Allgemeinen bei einem Doppelobjective *vier* Halbmesser zu bestimmen sind, so bleiben die beiden anderen gleichsam der Willkür des Rechners überlassen, und das Problem, ein in dieser Beziehung vollkommenes Objectiv zu construiren, ist daher eigentlich eine unbestimmte Aufgabe, die sich leicht mit aller nur wünschenswerthen Genauigkeit auflösen läfst, wie wir in der Folge sehen werden. Aus dieser Ursache haben auch die bisherigen Schriftsteller über die Optik für das Verhältnifs jener beiden unbestimmten Halbmesser sehr verschiedene Hypothesen in Vorschlag gebracht, um diese oder jene, ihnen vorzüglich erscheinende Absicht zu erreichen, oder auch wohl, um die hier meistens etwas umständlichen Rechnungen abzukürzen, und besonders für den practischen Gebrauch bequemer zu machen. So nahm *Klügel*, in der bereits erwähnten Abhandlung, um die Brechungen des Strahles in der ersten Linse von Kronglas so klein als möglich zu machen, das Verhältnifs der beiden Halbmesser dieser Linse sehr nahe wie 1 zu 3 an, *quia formula nostra, quae angulos refractionis mediocres supponit, hanc pro angulis majoribus non amplius satis accurate exprimere potest*, was also offenbar nicht in der Natur der Sache, sondern nur in der Art der Darstellung lag, und nicht dem Fernrohre selbst eine Verbesserung, sondern nur der Rechnung eine Erleichterung verschaffen sollte. Prof. *Bohnenberger* hielt es im Gegentheile für vortheilhafter, die Brechungswinkel der ersten Linse absichtlich etwas gröfser zu machen, weil, wie er sagt, dann die Abweichungen, welche von der zweiten Linse verursacht werden, sich leichter wegbringen lassen, und

er wählte deſshalb das Verhältniſs jener Halbmesser gleich dem von 2 zu 3. *Euler* zog es in seiner Dioptrik (Petersburg, 1771. III. Vol.) vor, die Kugelabweichung, welche die erste Linse erzeugt, völlig aufzuheben, zu welcher Absicht er jenes Verhältniſs wie 1 zu 7 annahm. *Klügel* in seiner anal. Dioptrik sucht die möglich gröſsten Öffnungen zu erhalten, und nimmt deſshalb die beiden Halbmesser gleich groſs an. *Herschel* in seiner neuesten Abhandlung: *On the aberrations of compound lenses and object-glasses* (London, 1821), nimmt die zwei Bedingungsgleichungen zu Hülfe, welche in dem analytischen Ausdrucke des Zerstreuungsraumes entstehen, wenn man die Glieder, welche $\frac{1}{a}$ und $\frac{1}{a^2}$ zum Factor haben, jedes für sich gleich Null setzt, wo a die Entfernung des Gegenstandes von dem Objectiv bezeichnet. *Gauſs* endlich schlägt, ohne Zweifel sehr vortheilhaft, vor, die Bestimmung jener beiden Halbmesser dazu zu benützen, daſs die Farbenzerstreuung auch für die Randstrahlen gleich Null werde, u. s. w.

Um zu sehen, welcher von diesen verschiedenen Vorschlägen der ausführbarste sey, fing ich meine Untersuchungen damit an, ein Mittel auszufinden, durch welches man jedes bereits, entweder durch die Theorie berechnete, oder aber auch schon practisch ausgeführte Fernrohr prüfen kann, ob es den an dasselbe zu machenden Bedingungen entspreche oder nicht. Dieses erste Problem muſs seiner Natur nach viel leichter seyn, als das andere, die Halbmesser der Linsen jenen Bedingungen gemäſs *a priori* zu bestimmen, und es ist zugleich wahrscheinlich, daſs die Auflösung der ersten Aufgabe eine bessere Übersicht der zweiten, und vielleicht auch mehrere Mittel zur eigentlichen Auflösung dieser zweiten Aufgabe darbieten wird.

Erstes Problem.

Prüfung eines jeden gegebenen Fernrohres.

Nennen wir, nach der bisher gewöhnlichen Bezeichnungsart, n und n' die Brechungsverhältnisse, und dn, dn' die Zerstreuungen der Farben der beiden gebrauchten Glasarten, wo der Kürze wegen $\varphi = \frac{dn}{dn'}$ gesetzt werden soll. Die beiden Halbmesser der ersten, gegen das Object gekehrten Linse sollen r und ρ seyn, und die der zweiten Linse r' und ρ', so dafs, von dem Objecte an gerechnet, r der Halbmesser der ersten, und ρ' der vierten oder letzten brechenden Fläche ist. Ich setze alle diese brechenden Flächen convex voraus, so dafs für concave Flächen der Halbmesser derselben negativ wird.

Ferner soll der mit der Achse der Doppellinse parallel einfallende Strahl (denn nur solche betrachtet man bei Fernröhren, wo der Gegenstand gegen die Länge des Rohrs als sehr weit entfernt angenommen wird) mit dem Lothe der ersten brechenden Fläche den Einfallswinkel α machen, und die Fortsetzungen dieses Strahles nach den verschiedenen Brechungen, welche er durch die Linsen leidet, sollen nach der 1., 2., 3., 4ten Brechung die Achse in den Puncten schneiden, deren Entfernungen von der 1., 2., 3. und 4ten brechenden Fläche respective A, B, A' und B' sind, und endlich sollen die Winkel des gebrochenen Strahles, welche er in diesen vier Puncten mit der Achse bildet, resp. (A), (B), (A') und (B') heifsen.

Noch wollen wir d die Dicke der ersten, d' die Dicke der zweiten Linse, und endlich Δ die Entfernung der zweiten brechenden Fläche von der dritten nennen.

um auch auf diese, übrigens meistens sehr kleine Gröfsen, gehörig Rücksicht zu nehmen.

Diefs vorausgesetzt, wird es kaum nöthig seyn, die Zeichnung des gebrochenen Strahles mit allen seinen verschiedenen Richtungen zu geben, welche Richtungen mit den verschiedenen Halbmessern der Linsen und mit der Achse die ebenen Dreiecke geben, auf deren Auflösung sich die nun folgenden Formeln beziehen, in welchen α, β, α' . . Hülfsgröfsen oder eigentlich die Winkel zwischen den Richtungen des Strahles und den Halbmessern der Linsen sind, die sich jeder ohne Mühe durch eine Entwerfung der Figur selbst erklären wird.

Für die erste Brechung des Strahles findet man die Gröfsen A und (A) durch folgende bekannte Ausdrücke der ebenen Trigonometrie:

$$\left.\begin{aligned} \sin.\,\alpha &= \frac{1}{n}\sin.\,a \\ (A) &= a - \alpha \\ A &= \frac{r\sin.\,\alpha}{\sin.(A)} + r \end{aligned}\right\} \ldots \text{I.}$$

Ganz eben so findet man für die zweite Brechung die Gröfsen B und (B) durch die Formeln

$$\left.\begin{aligned} \sin.\,b &= \frac{A+\rho-d}{\rho}\sin.(A) \\ \sin.\,\beta &= n\sin.\,b \\ (B) &= (A) + \beta - b \\ B &= \rho\,\frac{\sin.\,\beta}{\sin.(B)} - \rho \end{aligned}\right\} \ldots \text{II.}$$

Für die dritte Brechung ist ferner

$$\left.\begin{aligned} \sin.\,a' &= (r' - B + \Delta)\,\frac{\sin.(B)}{r'} \\ \sin.\,\alpha' &= \frac{1}{n}\sin.\,a' \\ (A') &= (B) + a' - \alpha' \\ A' &= r' - r'\,\frac{\sin.\,\alpha'}{\sin.(A')} \end{aligned}\right\} \ldots \text{III.}$$

und endlich für die vierte

$$\left.\begin{array}{l} \sin. b' = (\rho' - A' + d') \dfrac{\sin. (A')}{\rho'} \\ \sin. \beta' = n' \sin. b' \\ (B') = (A') + b' - \beta' \\ B' = -\rho' - \rho' \dfrac{\sin. \beta'}{\sin. (B')} \end{array}\right\} \ldots \text{IV.}$$

Diese Ausdrücke sind völlig strenge für jeden noch so grofsen ersten Einfallswinkel a des Strahles.

Um aber auch dieselben Gröfsen A, B, A' und B' unter der Voraussetzung zu finden, dafs der Strahl nur in einer sehr geringen Entfernung von der Achse auf die erste brechende Fläche einfällt, ein Fall, der uns in dem Folgenden sehr nützlich seyn wird, wollen wir in den so eben gegebenen Ausdrücken den Winkel a sehr klein annehmen, so dafs sin. $a = a$ und sin. $\alpha = \alpha$ ist. Diefs vorausgesetzt, geben die Gleichungen I. sofort die folgende:

$$A = \frac{nr}{n-1}.$$

Die Gleichungen II. aber geben

$$b = [A - d + \rho] \frac{(A)}{\rho},$$

$$\beta = n b \quad \text{und}$$

$$B = \frac{\rho\beta}{(A) + \beta - b} - \rho, \quad \text{also auch}$$

$$B = \frac{b\rho - \dfrac{a(n-1)}{n}\rho}{\dfrac{a(n-1)}{n} + (n-1)b};$$

oder, wenn man den obigen Werth von b substituirt:

$$B = \frac{(A-d)\rho}{n\rho + (n-1)(A-d)} \quad \text{oder} \quad \frac{\rho}{B} = \frac{n\rho}{A-d} + n - 1.$$

Fährt man so mit der Entwicklung der Gleichungen III. und IV. fort, und stellt man die so erhaltenen Glei-

chungen zusammen, so hat man endlich

$$\left.\begin{aligned}\frac{r}{A} &= \frac{n-1}{n}\\ \frac{\rho}{B} &= \frac{n\rho}{A-d}+n-1\\ \frac{r'}{A'} &= \frac{r'}{n'(B-\Delta)}+\frac{n'-1}{n'}\\ \frac{\rho'}{B'} &= \frac{n'\rho'}{A'-d'}+n'-1\end{aligned}\right\}\ldots \text{V.}$$

Da von den vier Gröſsen A, B, A' und B' vorzüglich die letzte, als die Vereinigungsweite der Strahlen nach der vierten Brechung, von der vierten brechenden Fläche an gerechnet, sehr wichtig ist, so wird es bequem seyn, den Ausdruck von B' bloſs als Function von n, n', d, d' und Δ' zu haben, einen Ausdruck, den man erhalten wird, wenn man aus den vier Gleichungen V. die drei Gröſsen A, B und A' eliminirt. Um diesen Ausdruck einfacher zu machen, wollen wir die zweiten und höheren Potenzen von den sehr kleinen Gröſsen d und d' als selbst bei den gröſsten Fernröhren ganz unbeträchtlich weglassen, und überdieſs die Gröſse Δ ganz gleich Null setzen, da man in der That die zwei mittleren brechenden Flächen bei allen Doppelobjectiven nur durch zwei sehr dünne Stanniolblättchen zu trennen pflegt, und da man sie selbst zur nöthigen Berührung bringen könnte, wenn nicht die durch diese Berührung entstehenden Farbenringe vermieden werden müſsten. Dieses vorausgesetzt, geben also die Gleichungen (V.)

$$\frac{1}{B'} = (n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\rho}\right)+(n'-1)\left(\frac{1}{r'}+\frac{1}{\rho'}\right)$$
$$+\frac{(n-1)^2 d}{nr^2}$$
$$+\left[(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\rho}\right)+\frac{(n'-1)}{r'}\right]^2\cdot\frac{d'}{n'}\ldots\ldots \text{VI.}$$

Diese Ausdrücke setzen uns in den Stand, jedes gegebene Doppelobjectiv nach allen seinen Beziehungen der schärfsten Prüfung zu unterwerfen. Kennt man nämlich die Gröfsen n, n', dn und dn', so wie die Dicken d und d' der beiden Linsen, so wird man zuerst nach der Gleichung VI den Werth von B' oder von der vierten Vereinigungsweite suchen. Setzt man in dieser Gleichung für n und n' ihre mittleren Werthe, so erhält man B' für die gelben Strahlen. Setzt man dann in derselben Gleichung für n und n' die Gröfsen $n + dn$ und $n' + dn'$, so erhält man B' für die violetten Strahlen, und setzt man endlich statt n und n' die Gröfsen $n - dn$ und $n' - dn'$, so erhält man B' für die rothen Strahlen, und wenn alle diese drei Werthe von B' unter einander gleich sind, so ist man versichert, dafs in dem gegebenen Doppelobjective die Farbenzerstreuung für die der Achse nahe einfallenden Strahlen vollkommen gehoben ist.

Um nun auch zu untersuchen, ob die Abweichung wegen der Gestalt gehoben ist, berechnet man mit den mittleren Werthen von n und n' den Werth von B' durch die Gleichungen I bis IV, und wenn dieser Werth von B' mit dem ersten von VI erhaltenen übereinstimmt, so ist man versichert, dafs die Abweichung wegen der Gestalt vollkommen weggebracht ist, oder mit andern Worten, dafs alle mittleren Strahlen, sowohl diejenigen, welche nahe am Mittelpuncte, als auch diejenigen, welche an dem äufsersten Rande des Objectivs, unter einem Winkel von a Graden auffallen, sich nach der vierten Brechung genau in einem und demselben Puncte der Achse vereinigen, was zum Deutlichsehen eine unerläfsliche Bedingung jedes guten Fernrohres ist.

Um ferner zu untersuchen, ob auch die Randstrahlen ein farbenloses Bild machen, wiederholt man die

Brechung der Gleichungen I bis IV, indem man in denselben statt den Grössen n und n', die für die violetten Strahlen $n + dn$ und $n' + dn'$, und zweitens die für die rothen $n - dn$ und $n' - dn'$ setzt, und wenn die so erhaltenen zwei Werthe von B' mit den vorigen übereinstimmen, so ist auch die Farbenzerstreuung für die Randstrahlen gehoben, und das Objectiv entspricht allen Bedingungen, welche zum Deutlichsehen nothwendig erfüllt werden müssen, wenn man von den anderen mehr mechanischen Eigenschaften, der völligen Durchsichtigkeit, der Streifen- und Wellenlosigkeit u. dgl. abstrahirt, die sich ohnehin verstehen, und die kein weiterer Gegenstand der Berechnung mehr sind.

Es wird vielleicht nicht überflüssig seyn, das Vorhergehende durch ein Beispiel deutlich zu machen.

Ich habe vor einiger Zeit folgende Construction eines Doppelobjectivs nach *D'Alembert's* Formeln gefunden. Mit $n = 1.53$, $n' = 1.60$, $dn = 0.01$ und $dn' = 0.04$ wurden mit $d = 0.01$ die Halbmesser der Linsen auf folgende Art bestimmt:

Halbm. der Kronglaslinse $r = 0.692810$, $\rho = 2.255319$

» » Flintglaslinse $r' = -1.543030$, $\rho' = 5.758005$.

Damit geben die Gleichungen V, oder was dasselbe ist, die Gleichung VI für die gelben Strahlen

$$n = 1.53,\ n' = 1.60,\ B' = 1.390782,$$

für die rothen

$n = 1.52$, $n' = 1.56$, $B' = 1.390817$, Differenz $- 0.000035$,

für die violetten

$n = 1.54$, $n' = 1.64$, $B' = 1.390819$, Differenz $- 0.000037$

Im Mittel $B = 1.390806$,

also ist bei diesem zusammengesetzten Objective die

Farbenzerstreuung für die der Achse nahen mittleren und heterogenen Strahlen sehr gut gehoben.

Um nun auch die Vereinigungsweite der mittleren *Randstrahlen* B' nach der vierten Brechung zu finden, sey der erste Einfallswinkel $a = 12$ Grade, und man erhält nach den Gleichungen I bis IV

$\alpha = 7^\circ\,48'\,36''3$, $b = 7^\circ\,52'\,12''2$, $\beta = 12^\circ\,5'\,34''6$
$a' = 13\;48\;28.87$, $\alpha' = 8\;34\;43.44$, $b' = -4\;37\;194$
$\beta' = -7\;24\;28.5$, $(B') = 5\;58\;\;9.8$, $B' = 1.383010$

und da die Differenz dieser B' von dem Vorhergehenden 1.390806 gleich 0.007796 beträgt, also bedeutend zu grofs ist, so ist bei diesem Objectiv die Abweichung wegen der Gestalt nur schlecht gehoben. In der That beträgt der Zerstreuungsraum für die mittleren Central- und Randstrahlen den 178sten Theil der Brennweite, also für ein Fernrohr von 5 Fufs schon 4 Linien, was offenbar für ein auf Vollkommenheit Anspruch machendes Objectiv schon zu viel ist.

Untersuchen wir noch eines der von *Herschel* in der oben erwähnten Abhandlung gegebenen Objective. Für $n = 1.524$, $n' = 1.585$, $dn = 0.02$, $dn' = 0.04$ und $d = d' = \Delta = 0$ findet *Herschel*

$$r = 0.67485,\quad r' = -0.41575,$$
$$\rho = 0.42827,\quad \rho' = +1.43697.$$

Zur Prüfung der Farbenlosigkeit hat man nach der Gleichung VI

$$\frac{1}{B'} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho'}\right)$$

also für die gelben Strahlen

$$n = 1.524,\quad n' = 1.585 \ldots B' = 0.999989,$$

für die rothen

$$n = 1.504,\quad n' = 1.545 \ldots B' = 1.008010,$$
$$\text{Differenz} - 1.008021,$$

für die violetten

$n = 1.544$, $n' = 1.625$, .. $B' = 0.992093$, Diff. $+ 0.007896$

Mittel 1.000030,

oder die Farbenzerstreuung ist in diesem Objective nicht gut gehoben.

Um auch die Abweichung wegen der Gestalt zu untersuchen, wollen wir den ersten Einfallswinkel $a = 10°$ annehmen, womit die Gleichungen I bis IV geben

$\alpha = 6° 32' 33''4$, $b = 19° 33' 54''8$, $\beta = 30° 41' 15''4$
$a' = 31\ 12\ 28.3$, $\alpha' = 19\ 4\ 51.7$, $b' = -7\ 10\ 50.2$
$\beta' = -11\ 25\ 37.6$, $(B) = 6°\ 41' 58''0$, $B' = 1.003383$

Die Differenz der vierten Vereinigungsweite für Central- und Randstrahlen ist daher 0.003353 oder 2.4 Linien auf 5 Fuſs Brennweite, also doch noch gröſser, als man für ein vollkommenes Objectiv wünschen sollte, so daſs das gegenwärtige weder in Beziehung auf die Abweichung wegen der Gestalt, noch in Beziehung auf die Farbenlosigkeit, als ein vorzügliches betrachtet werden kann.

Ich habe noch viele andere auf dieselbe Weise untersucht, und bei den meisten nicht mehr genügende Resultate gefunden, obschon sie von ihren Erfindern als sehr vollkommene Objective gepriesen wurden. Dieſs gilt besonders von beinahe allen denjenigen, welche von *Euler* in seiner Dioptrik und später aus diesem Werke von *Fuſs* in einem eigenen Werke (Anweisung alle Arten Fernröhre zu verfertigen. Leipzig 1778) gegeben wurden, so daſs bei weitem die meisten der früher selbst von den ersten Schriftstellern über Optik als vorzüglich gelobten achromatischen Doppelobjective, eigentlich in die Classe der sehr mittelmäſsigen zurückgewiesen werden müssen.

Zweites Problem.

Construction eines Doppelobjectives.

Meine Absicht ist, die vier Halbmesser eines Doppelobjectives zu suchen, welches die Eigenschaft hat, dafs

erstens, die Abweichung wegen der Gestalt für die mittleren Central- und Randstrahlen vollkommen gehoben wird, d. h., dafs die bei dem Mittelpuncte und an dem Rande einfallenden Strahlen von mittlerer Brechbarkeit sich nach der vierten Brechung genau in demselben Puncte der Achse schneiden, und dafs

zweitens, auch die der Achse nahen äufsersten, nämlich die rothen und violetten Strahlen, sich in demselben Puncte des Achse, wie zuvor die mittleren, begegnen.

Da dieses Problem, nach dem oben Gesagten, unter den zwei erwähnten Bedingungen, eine unbestimmte Aufgabe ist, indem noch das Verhältnifs der ersten beiden Halbmesser einer willkürlichen Annahme überlassen bleibt, so wollen wir

drittens, dieses Verhältnifs der beiden ersten Halbmesser r und ρ so bestimmen, dafs das auf diese Weise construirte Fernrohr zugleich die möglich gröfste Öffnung, also auch die möglich gröfste *Lichtstärke* habe, eine Bedingung, die überhaupt für jedes Fernrohr, aber besonders für die gröfseren, an welchen man starke Vergröfserungen anbringen will, mit zu den wesentlichen und nothwendigsten Eigenschaften gezählt werden mufs, wenn anders das Fernrohr auf die ehrenvolle Benennung eines Vorzüglichen Anspruch machen will.

Um die *dritte* dieser Bedingungen zu erfüllen, muss man bekanntlich die Halbmesser der ersten Stufe von Kronglas einander gleich machen, wodurch man nach den ebenfalls bekannten optischen Formeln sogleich erhält

$$r = \rho = 2\,(n-1),$$

vorausgesetzt, dafs die Brennweite dieser ersten Linse als die Einheit aller Dimensionen angenommen wird.

Differenziirt man ferner die Gleichung VI in Beziehung auf n, n' und B', und setzt dann $d.B' = 0$, so erhält man, wenn man, wie zuvor, die sehr kleine Dicke der zweiten, meistens biconcaven Linse wegläfst,

$$\frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho'} = -\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right)\varpi - (1-n^2)\,\frac{\omega d}{n^2\;r^2}$$

Substituirt man in der letzten Gleichung statt r und ρ die Gröfse $2\,(n-1)$, und setzt man der Kürze wegen

$$M = \frac{1}{n-1}\left[1 + \frac{(n+1)\,d}{4n^2}\right]$$

so geht die letzte Gleichung in folgende über,

$$\frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho'} = -M\varpi$$

und die Gleichung VI selbst wird seyn

$$\frac{1}{B'} = 1 - (n'-1).\ M\varpi + \frac{d}{4n}$$

Man sieht ohne meine Erinnerung, dafs die Gleichung

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho} = -M\varpi$$

die Bedingung der Farbenlosigkeit für die der Achse nahen Strahlen enthält, und dafs sie sonach der *zweiten* Forderung unserer Aufgabe entspricht.

Der ersten Bedingung dieses Problemes aber kann offenbar nur auf einem indirecten Wege Genüge geschehen, da eine directe Berechnung entweder wegen ihrer

Verwicklung und Weitläufigkeit ganz unbrauchbare, oder, wenn man sich Abkürzungen erlaubt, nur genäherte Ausdrücke gibt, während man im Gegentheile auf dem indirecten Wege sich, wie man bald sehen wird, ohne viele Mühe der Wahrheit so weit nähern kann, als man nur immer wünscht. Diese indirecte Behandlung fodert aber, um schneller zum Ziele zu führen, eine vorläufige genäherte Kenntnifs des Werthes des dritten Halbmessers r'. Zu dieser Kenntnifs kann man aber auf verschiedenen, den Optikern bekannten Wegen gelangen. Nimmt man z. B., um nur einen derselben anzuführen, die Gröfsen μ, λ, μ', γ', ρ', σ', τ' in der Bedeutung, welche ihnen *Euler* in dem ersten Bande seiner Dioptrik gibt, so findet man sofort diesen ersten genäherten Werth von r' durch die Gleichungen

$$\lambda' = \frac{\mu\lambda}{\mu'\omega^3} + \frac{\nu'(1-\omega)}{\omega^2}$$

$$\frac{1}{r'} = -\rho' + \sigma'(1-\varpi) - \tau'.\varpi.\sqrt{\lambda'-1}$$

Allein für unseren Fall wird man selbst die Berechnung dieser zwei einfachen Gleichungen meistens entbehren können, wenn man dafür den ersten genäherten Werth von r' gleich den beiden ersten Halbmessern, oder gleich $2(n-1)$ setzt, da in der That die Verschiedenheit dieser Halbmesser für alle Werthe von n und n' meistens so unbeträchtlich ist, dafs man sie für den Anfang der indirecten Rechnung ohne Nachtheil ganz vernachläfsigen kann.

Noch mufs bemerkt werden, dafs die sieben ersten der Gleichungen I bis IV von diesem dritten Halbmesser r' ganz unabhängig sind, und dafs man sie daher für constante Werthe von d und Δ, als blofse Functionen von der Gröfse n betrachten kann, daher man die Gröfsen B und (B) vortheilhafter in eine kleine Tafel brin-

gen wird, welche Tafel die ganze Berechnung des Objectivs sehr abkürzt.

Das Vorhergehende wird hinreichen, die nun folgende Auflösung unseres Problems zu erklären.

Auflösung I. Wenn die gegebenen Gröſsen n, n', dn, dn' und $\varpi = \frac{dn}{dn'}$ die oben angegebene Bedeutung haben, so suche man zuerst die Gröſse r oder ρ aus der einfachen Gleichung

$$r = \rho = 2(n-1).$$

Dann findet man für den gegebenen Werth von n die Gröſsen B und (B) aus folgender Tafel

n	B	(B)		
1.50	0.94613	10°	18′	23″8
1.51	0.94497	10	31	7.9
1.52	0.94380	10	43	53.0
1.53	0.94261	10	56	39.1
1.54	0.94141	11	9	26.5
1.55	0.94019	11	22	14.9
1.56	0.93895	11	35	4.6

wobei der erste Einfallswinkel $a = 10$ Grade, und die Dicke der ersten Linse $d = 0.01$, die Gröſse d' und Δ aber gleich Null vorausgesetzt wurde. Noch suche man die Gröſsen M und B' aus den Gleichungen

$$M = \frac{1}{n-1}\left[1 + \frac{(n+1)\,d}{4n^2}\right]$$

$$\frac{1}{B'} = 1 - (n'-1)\,M\varpi + \frac{d}{4n}.$$

Alles Vorhergehende ist, wie man sieht, eine einfache, directe und von jedem hypothetischen Werthe von r' unabhängige Rechnung.

II. Nun sucht man mit irgend einem genäherten Werthe von r', für welchen man, nach dem Vorherge-

henden, den Werth von r oder ρ nehmen kann, die Grössen ρ', a', α' ... (B') und B' aus den Gleichungen

$$\frac{1}{\rho'} = -\frac{1}{r'} - M\varpi, \quad \sin. a' = (r' - B)\frac{\sin.(B)}{r'},$$

$$\sin. \alpha' = \frac{1}{n'}\sin. a', \quad (A') = (B) + \alpha' - a',$$

$$\sin. b' = \left[\frac{r' \sin. \alpha'}{\sin.(A')} - (r' + \rho')\right] \cdot \frac{\sin.(A')}{\rho'}, \quad \sin. \beta' = n' \sin. b'$$

$$(B') = (A') + b' - \beta' \text{ und } B' = -\rho' - \rho' \frac{\sin. \beta'}{\sin.(B')}.$$

Ist dieser letzte Werth von B' gleich dem in (I.), so ist r' und ρ' richtig angenommen, und das Objectiv, unseren oben gemachten Forderungen an dasselbe gemäfs, vollkommen bestimmt. Sind aber diese beiden Werthe von B' noch von einander verschieden, so wird man mit einem etwas veränderten Werthe von r' die Rechnung in (II.) wiederholen, und so durch die Anwendung des bekannten indirecten Verfahrens leicht den wahren Werth von r', und dadurch auch von ρ' finden. Heifst nämlich R der erste Werth von r', und gibt dieser die Differenz der beiden B' gleich w, und ist $R' w'$ dasselbe für eine zweite Annahme von r', so hat man für den verbesserten Werth von r' den Ausdruck

$$r' = R - \frac{w(R - R')}{w - w'},$$

welches Verfahren man so oft wiederholen wird, bis man zu einer Bestimmung von r' gelangt, welche den Unterschied der beiden B' in (I.) und (II.) so klein macht, als man zu seiner Absicht für zweckmäfsig hält. Noch kann bemerkt werden, dafs, wenn das B' in II. gröfser ist, als jenes in I., der neue Werth von r' auch gröfser genommen werden mufs.

Wir wollen nun, um das Vorhergehende durch ein Beispiel zu erläutern, annehmen, dafs die gegebenen

Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse zweier Glasarten folgende seyen:

$$n = 1.53, \quad dn = 0.006,$$
$$n' = 1.58, \quad dn' = 0.009.$$

Die Dicke der ersten Linse soll $d = 0.01$, und der erste Einfallswinkel der Randstrahlen = 10 Grade seyn.

Sucht man mit diesen gegebenen Gröſsen die vier Halbmesser der Linsen, welche den drei Bedingungen unserer Aufgabe genügen, so findet man nach (I.),

$$r = \rho = 1.06,$$
$$(B) = 10^\circ\ 56'\ 39''1, \quad B = 0.94261,$$
$$M\varpi = 1.2612603, \quad B' = 3.702292.$$

Die nun in (II.) folgende indirecte Rechnung gibt schon nach zwei Versuchen, wenn in dem ersten $r' = -1.06$ angenommen wird, das verbesserte

$$r' = -1.04394, \text{ und daraus } \rho' = -3.296512.$$

Wir haben daher für die Construction des Fernrohres aus diesen beiden Glasarten, wenn die Brennweite der ersten Linse für die Einheit angenommen wird, die folgenden Halbmesser der beiden Linsen:

$$r = \rho = 1.06,$$
$$r' = -1.04394 \text{ und}$$
$$\rho' = -3.296512,$$

so daſs die erste Linse biconvex, und die zweite biconcav ist. Die Brennweite des Doppelobjectivs ist

$$B' = 3.702292,$$

so daſs man, wenn man, wie gewöhnlich, die Brennweite des Doppelobjectivs für die Einheit aller Abmessungen des Fernrohres annehmen will, die eben angeführten Halbmesser durch die Zahl 3.702292 dividiren muſs.

Wir wollen nun sehen, ob das so bestimmte Fern-

rohr auch den drei aufgestellten Hauptbedingungen in der That genug thut, und dazu die Prüfungsformeln unserer ersten Aufgabe anwenden.

Zu diesem Zwecke geben die Gleichungen I. bis IV. mit den gefundenen Werthen von r' und ρ'

$$(B) = 10^\circ\ 56'\ 39''1, \quad B = 0.94261,$$
$$a' = 21^\circ\ 10'\ 43''2, \quad \alpha' = 13^\circ\ 13'\ 4''8,$$
$$(A') = 2\ \ 59\ \ 0.7, \quad b' = 0\ \ 13\ \ 20.15,$$
$$\beta' = 0\ \ 21\ \ 4.28, \quad (B') = 2\ \ 51\ \ 16.57$$
$$\text{und} \quad B' = 3.702231.$$

Es ist also die Vereinigungsweite der unter dem Winkel von 10° einfallenden Randstrahlen von mittlerer Brechung gleich . . . . , 3.702231,
für die der Achse nahen Strahlen wurde oben gefunden , . . , ... , 3.702292,

Differenz . 0.000061,

woraus folgt, daſs für ein Fernrohr von 5 Fuſs Brennweite die Differenz der Vereinigungsweiten der mittleren centralen und der Randstrahlen nur 0.0001 Linien betrage, und daſs daher bei dieser Einrichtung die erste oben aufgestellte Bedingung erfüllt, oder daſs die Abweichung wegen der Gestalt sehr gut gehoben ist.

Zur Prüfung der Farbenzerstreuung des Fernrohres für die der Achse nahen Strahlen hat man nach der Gleichung (VI.)

$$\frac{1}{B'} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho'}\right) + \frac{(n-1)^2 \cdot d}{n\, r^2}.$$

Setzt man in diesem Ausdrucke nach der Substitution der oben gefundenen vier Halbmesser für die
mittleren Strahlen $n = 1.53$, $n' = 1.58$, so ist $B' = 3.70229$,
violetten » $n = 1.536$, $n' = 1.589$, » » $B' = 3.70229$,
rothen » $n = 1.524$, $n' = 1.571$, » » $B' = 3.70226$,
also ist auch die Farbenzerstreuung sehr gut gehoben,

und dadurch die zweite der oben aufgestellten Bedingungen erfüllt.

Für die dritte Bedingung endlich hat man, wenn x die Öffnung oder den Durchmesser des Objectivs bezeichnet:

$$x = 2 \,.\, B' \,.\, \text{tang.}(B');$$

oder, wenn man für (B') den oben gefundenen Werth $2^0\ 51'\ 16''57$ substituirt:

$$x = 0.09973\ B',$$

so dafs die Öffnung des Doppelobjectivs beinahe $^1/_{10}$ der Brennweite desselben, und daher viel gröfser ist, als man bisher bei den Fernröhren anzubringen pflegte. Für eine Brennweite von 5 Fufs z. B. ist die Öffnung schon 5.984 Zoll, da sie bei solchen Focallängen bisher höchstens 4 Zoll war. Da aber durch diese Vergröfserung der Öffnung die Lichtstärke des Fernrohres sehr viel gewinnt, so ist klar, dafs durch diese Einrichtung des Doppelobjectivs auch die dritte und letzte Bedingung genügend erfüllt ist.

Für ein zweites Beispiel nahm ich die zwei Glasarten so an, dafs man hat

$$n = 1.53, \quad dn = 0.004,$$
$$n' = 1.60, \quad dn' = 0.008.$$

Mit diesen gegebenen Gröfsen und $d = 0.01$ und $a = 10$ Graden, findet man durch die letzten Gleichungen die vier Halbmesser der Doppellinse

$$r = \rho = 1.06,\ r' = -1.04266 \text{ und } \rho' = +76.100952,$$

so dafs die erste Linse biconvex, und die andere concavconvex ist.

Mit diesen Halbmessern findet man nach unserem ersten Probleme die Vereinigungsweite nach der vierten Brechung

für die Centralstrahlen v. mittlerer Brechung $B' = 2.30379$,
für die äufsersten Randstrahlen 2.30375,

Differenz . 0.00004,

also ist die Abweichung wegen der Gestalt gut gehoben.

Nach der Gleichung VI. findet man für die der Achse nahen Strahlen, und zwar für die mittleren $B' = 2.30379$,
violetten 2.30379,
rothen 2.30378,
also ist auch die Farbenzerstreuung gehoben.

Der Durchmesser des Objectivs ist endlich gleich

$$2\,(2.30375)\ \text{tang.}\ 4^{\circ}\ 34'\ 58''5,$$

also ungemein grofs, so dafs er für eine Brennweite des Doppelobjectivs von 5 Fufs schon über 9 Zoll beträgt.

Diese und mehrere andere Beispiele, welche ich der Kürze wegen hier übergehe, scheinen mir zu zeigen, dafs diese von mir vorgeschlagene Art der Berechnung einer Doppellinse es verdienen mag, von den Künstlern beachtet, und mit der gehörigen Sorgfalt ausgeführt zu werden.

II.

Etwas über das Lithon,

von

Dr. *Královanszky.*

Ich habe mich seit einem Jahre viel mit Lithon beschäftiget, gröfstentheils unter den Augen meines hochverehrten Lehrers, Freiherrn v. *Jacquin*, und im Verlaufe dieser Arbeiten manche Entdeckungen gemacht, welche für den Chemisten nicht ganz uninteressant seyn dürften, und welche ich daher als Beiträge zur Kennt-

nifs der chemischen Natur dieses Körpers bekannt machen zu müssen glaubte, — um so mehr, da dieses Alkali noch bei weitem nicht in allen seinen Verhältnissen und Eigenschaften bekannt ist, obwohl uns *Arfwedson*, *Vauquelin*, und vorzüglich Prof. *C. G. Gmelin* wirklich classische Arbeiten hierüber lieferten.

Ich stellte das Lithon aus dem pfirsichblüthrothen Lepidolithe vom Berge Hradisko bei Rožena in Mähren dar, welchen ich vorläufig analysirte, und in 100 Theilen aus 49,08 Kiesel,
34,01 Thon,
0,41 Kalk,
4,19 Kali,
3,58 Lithon,
1,08 Manganoxyd,
3,50 Flufssäure, und aus einer Spur Phosphorsäure
———
95,85

zusammengesetzt fand. Die abgehenden 4,15 sind Glühungsverlust. — Eisenoxyd konnte ich durchaus nicht ausscheiden, nicht einmal durch die empfindlichsten Reagentien auch nur eine Spur davon entdecken, obwohl Prof. *C. G. Gmelin* darin eine, freilich höchst unbeträchtliche, Menge von diesem Metalloxyde fand, wie diefs aus seiner, in *Schweigger's* Journal XXX. 172 mitgetheilten Analyse des Lepidolithes von eben daher hervorgeht. Ich mufs daher vermuthen, dafs einzelne Partien des Hradiskoer Lepidolithes ganz eisenfrei gefunden werden, wie diefs mit dem von mir untersuchten Stücke der Fall war, das auch wirklich nicht nur eine weit lichtere Farbe hatte, als alle Lepidolithstücke, welche mir zu Gesichte kamen, sondern an einzelnen Stellen auch fast ganz weifs erschien. — Übrigens stimmt

meine Analyse mit der von Prof. *C. G. Gmelin* gelieferten sehr nahe überein.

Ich erhielt 3,12 Procente Lithon bei der Bearbeitung mehrerer Pfunde dieses Lepidolithes, aus welchem ich dieses Alkali auf folgende, kurz angedeutete Art ausschied. Das geschlämmte Lepidolithpulver wurde mit Schwefelsäure gekocht, die ausgelaugten schwefelsauren Salze mit kohlensaurem Ammoniak versetzt, aus der, auf diese Art von der Alaunerde befreiten, schwefelsaures Lithon, Kali, Ammoniak und Manganoxyd haltenden Flüssigkeit durch hinzugetropftes schwefelwasserstoffsaures Ammoniak das Manganoxyd entfernt, und die zur Trockne gebrachten schwefelsauren Salze durch Glühen mit Kohlenpulver und Terpentinöhl anoxydirt. Das so gebildete Lithium und Kalium-Sulfurid wurde sodann durch Auflösen in Essigsäure in essigsaures Lithon und Kali umgestaltet, und diese durch heftiges Glühen in kohlensaure Salze verwandelt, welche in siedendem Wasser aufgelöst wurden, worauf das schwerlösliche kohlensaure Lithon nach Abdampfung der Lauge im reinen Zustande herauskrystallisirte, indeſs das leicht lösliche Kalisalz in derselben zurückblieb. Das auf diese Weise erhaltene kohlensaure Lithon wurde sodann durch Kochen mit reinem Kalkhydrate in Lithonhydrat, mit einem Atome Wasser, umgestaltet.

Zur Berechnung der stöchiometrischen Zahl des Lithiummetalles unternahm ich zwei Analysen des schwefelsauren Lithons, deren eine, welche ich für die richtigere zu halten geneigt bin, die Zahl 12,71 für das Lithiummetall gab (die des Sauerstoffes = 10,00 angenommen). Sie stimmt mit der von *Arfwedson* aus dem salzsauren Lithon berechneten (= 12,78) sehr nahe überein.

Von reinem Lithonhydrate lösen, meinen Versuchen zu Folge, 100 Theile Wasser auf

bei + 14° R. 1,6,
» + 40° R. 1,7,
» + 80° R. 1,9.

Die Auflöslichkeit dieses Alkali nimmt daher mit Erhöhung der Temperatur nur geringe zu.

Das schwefelsaure Lithon fand ich zusammengesetzt in 100 Theilen aus:

31,09	Lithon, und
68,91	Schwefelsäure,
100,00	

und aus dieser Analyse wurde die oben angezeigte stöchiometrische Zahl des Lithiummetalles berechnet.

Lithon-Alaun habe ich in schönen Krystallen erzeugt, indem ich eine Auflösung der schwefelsauren Alaunerde mit schwefelsaurem Lithon versetzte, und die gelinde abgedampfte Flüssigkeit dem Krystallisiren überliefs. — Es steht diese Angabe im Widerspruche mit den Erfahrungen *C. G. Gmelin's*, der durchaus keine krystallisirte Verbindung dieser beiden Salze, sondern nur eine weifse, undurchsichtige Salzmasse erhielt, obwohl *Arfwedson* vor ihm krystallisirten Lithon-Alaun dargestellt und beschrieben hatte. Mir gelang es aus der, schwefelsaure Alaunerde und schwefelsaures Lithon haltenden Lauge, durch freiwilliges, sehr langsames Verdampfen derselben (denn es geschah im November, an einem Orte, an welchem die Temperatur nie über + 9° R. stieg) dieses Doppelsalz krystallisirt darzustellen, in Form kleiner Octaëder und Rhomboidal-Dodecaëder, welche mitunter einen Durchmesser von 3 — 3 ½''' hatten, und in ihrer Bildung ungemein viel Regelmäfsigkeit zeigten. — Von dem Kali-Alaun, welchem sie übrigens sehr ähnlich sind, unterscheiden sie sich im Wesentlichen durch folgende Merkmale: Sie bilden nicht nur Octaëder, son-

dern, wie schon gesagt, auch Dodecaëder, haben einen ausgezeichneten Diamantglanz, welchen sie an der atmosphärischen Luft nicht einbüfsen, denn ich liefs sie mehrere Wochen der Einwirkung der Atmosphäre ausgesetzt liegen, und bemerkte dabei nicht den geringsten Verlust oder Änderung ihres Glanzes noch ihrer Durchsichtigkeit. Ihr Geschmack scheint mir weniger zusammenziehend zu seyn, als der des Kali-Alauns, so wie auch ihre Auflöslichkeit im Wasser etwas geringer ist, denn ich fand sie in 24 Theilen kalten, und in 0,87, also ungefähr in 7/8 Theilen heifsen Wassers auflöslich. — Die Resultate meiner Untersuchung über die Zusammensetzung des Lithon-Alauns bestehen in Folgendem:

100 Theile wasserfreies Salz bestehen aus
27,47 schwefelsaurem Lithon, und
72,53 schwefelsaurer Alaunerde;
100,00
oder aus 8,21 Lithon,
21,98 Alaunerde,
69,81 Schwefelsäure,
100,00

welches Verhältnifs der Formel $L\dot{S} + 3\,Al\dddot{S}$ ziemlich nahe kommt.

100 Theile krystallisirtes Salz bestehen aus
13,56 schwefelsaurem Lithon,
35,83 schwefelsaurer Alaunerde,
50,61 Wasser,
100,00

welche Verbindung die Formel $L\dot{S} + 3\,Al\dddot{S} + 24\,Aq$ erhalten kann, und hierin gänzlich mit der des Kali-Alauns übereinstimmt.

Kohlensaures Lithon erhielt ich ebenfalls in ziemlich grofsen, sehr regelmäfsigen kubischen Krystallen,

mit ausgezeichnetem Perlmutterglanze. Sie bildeten sich durch freiwilliges Verdünsten der Lauge, und manche unter ihnen hatten 3 — 4'' im Quadrate. Meine Analyse dieses Salzes gab folgendes Verhältniſs seiner Bestandtheile:

45,8 Lithon,
54,2 Kohlensäure,

100,0.

* * *

Dieſs ist ein Theil meiner bisher über das Lithon und seine Verbindungen gemachten Erfahrungen, welche von *Arfwedson's*, *Vauquelin's* und *C. G. Gmelin's* Angaben abweichen, und an welche ich Alles anreihen werde, was sich mir im Verlaufe meiner noch nicht beendigten Bearbeitung dieses Stoffes als neu, oder als abweichend von dem, durch den Fleiſs der genannten Chemisten bereits bekannten, darbieten wird.

III.

Über die Schwingungen der Magnetnadeln im Sonnenlichte und im Schatten,

von

A. Baumgartner.

---

1. Unter allen Agentien, mit denen es der Physiker zu thun hat, ist der sogenannte Magnetismus in das undurchdringlichste Dunkel gehüllt. Er bringt nicht, wie das Licht, die Wärme und die Electricität, verschiedene Wirkungen an Körpern hervor, läſst sich nicht durch einen eigenen Sinn wahrnehmen, und beurkundet sein Daseyn durch das einzige Phänomen der Anzie-

hung und Abstofsung; und selbst dieses zeigt er nur in einem merklichen Grade und ohne besondere Hülfsmittel in Beziehung auf wenige Körper. Diesem, und dem Umstande, dafs er nach sehr einfachen Gesetzen wirkt, mag es zuzuschreiben seyn, dafs man zur Erklärung seiner Natur ungleich wenigere Hypothesen aufgestellt hat, als über die in vielen Stücken ihm analoge, aber dabei sich vielfach äufsernde Electricität. Mit *Oersted's* glänzender Entdeckung schien zwar auch dem Magnetismus ein neues Licht aufgehen zu wollen, allein bis jetzt ist man dadurch in der eigentlichen Kenntnifs der Natur des Magnetes um keinen Schritt weiter gekommen, wenn man nicht etwa *Ampères* Hypothese als erwiesen ansehen will, welches wohl etwas zu voreilig seyn dürfte.

2. *Arago's* Entdeckung über den Einflufs rotirender Körper auf eine Magnetnadel, und den eines ruhenden, unter einer oscillirenden Magnetnadel befindlichen Körpers auf die Verminderung ihres Schwingungsbogens, haben uns um einen guten Schritt weiter gebracht, indem man wenigstens so viel daraus abnehmen konnte, dafs nicht blofs Eisen, Nickel, Kobalt etc. des Magnetismus fähig sind, sondern man diese Fähigkeit keinem Körper ganz absprechen kann, wiewohl sie in den meisten so gering ist, dafs man sie nur durch künstliche Mittel, nämlich durch die von *Arago* selbst angegebenen, erkennen kann.

3. Unter diesen Umständen mufste es für Freunde des Fortschreitens in schwierigen Puncten des Wissens erfreulich seyn, zu sehen, dafs *Christie* im directen Lichte dieselbe Wirkung auf eine oscillirende Magnetnadel gefunden haben will, welche *Arago* in so vielen Körpern darthat. Die Leser dieser Zeitschrift kennen aus dem I. Hefte dieses Bandes *Christie's* Versuche, und wissen auch, dafs ich bei Wiederholung derselben das Haupt-

factum bestätiget gefunden habe. Seit der Zeit, als ich die erste Wiederholung derselben vornahm, habe ich sie auf das mannigfaltigste abgeändert, und sehr viele Umstände berücksichtiget, die *Christie* überging; und wenn auch der Schluſs, den ich daraus ziehen zu müssen glaube, den Freunden rascher Fortschritte und eines innigen Zusammenhanges zwischen den sogenannten Imponderabilien, unerwartet und vielleicht gar unangenehm seyn wird, so glaube ich doch deſshalb weder die Versuche, welche ihm zum Grunde liegen, noch ihn selbst unterdrücken zu müssen. Ich werde deſshalb zuerst von den Versuchen sprechen, dann die wahrscheinliche Ursache der dabei Statt findenden Phänomene zu erörtern suchen.

I. Schwingungsversuche.

4. Eine neue Erscheinung kann man nicht leicht zu oft hervorbringen, um sich von der Wirklichkeit ihres Stattfindens möglichst zu überzeugen, besonders wenn sie von der Art ist, daſs leicht Irrungen vorgehen können. Ich wiederholte daher den Grundversuch, fern von allen Einflüssen, die störend auf die Magnetnadel wirken könnten, auf einem ganz freien Platze unter freiem Himmel. Die Magnetnadel war 3 Zoll lang, wog 97.5 Gran, und hing an einer sehr feinen Leinfaser in einem gläsernen eingetheilten Cylinder mit einer Fassung aus Buxbaumholz, die auf einem Postamente von gelb gebeitztem Ahornholze ruhte, welches mittelst drei hölzernen Stellschrauben so gestellt wurde, daſs der Faden genau in der Achse des Glascylinders hing, und durch den Mittelpunct der in das Glas mittelst Diamant eingeschnittenen sehr guten Theilung ging. Die Entfernung der Magnetnadel vom Boden betrug 1 Z. Vor den Versuchen hing die Magnetnadel ganz ruhig, ihr Nordpol

zeigte auf den Nullpunct der Theilung, und wenn ich seitswärts durch den Glascylinder in horizontaler Richtung durchsah, und der 0te und 180°, so wie der 90ste und 270ste Theilstrich der Scale nicht in einerlei Ebene mit dem Faden lag, an dem die Nadel hing, so wurde die Lage der Basis so lange mittelst der Stellschrauben verändert, bis dieses Statt fand, und darauf gesehen, dafs die Nadel wieder mit ihrem Nordpole auf 0 einspielte. Ein Magnet, den ich von aufsen an der Westseite der Nadel näherte, brachte sie aus der Lage ihres Gleichgewichtes; hatte der Schwingungsbogen die beabsichtigte Gröfse, so wurde obiger Magnet weit weggeworfen, und wenn die innere Magnetnadel genau an einem bestimmten Theilstriche umlenkte, der Versuch begonnen. Oft traf es sich, dafs sie bei keiner Schwingung genau an der Stelle dieses Theilstriches umkehrte, dann wurde der vorhin weggeworfene Magnet wieder herbeigeholt, und der Ausschlagwinkel durch ihn wieder vergröfsert, bis endlich die Absicht erreicht war. Ein gutes Chronometer, das $^1/_3$ Secunde schlägt, wurde durch einen Druck an einem feinen Stifte in dem Augenblicke in Bewegung gesetzt, wo der Versuch begann, und wenn 20 Schwingungen vorüber waren, augenblicklich gehemmt, und zugleich die Gröfse des Ausschlagwinkels bei der letzten Schwingung beobachtet, so dafs zugleich die Zeit von 20 Oscillationen und die Gröfse der zwei äufsersten Schwingungsbögen bekannt war. Da der Cylinder nur in Grade getheilt war, so konnte ich höchstens Viertelgrade messen. Eine gröfsere Präcision kann man selbst bei vieler Übung an einer nur etwas schnell oscillirenden Nadel nicht wohl erreichen. Jeder Versuch wurde sowohl im Schatten als im directen Sonnenlichte zwei Mal hinter einander gemacht. Den Schatten erzeugte ich mir mittelst eines Schirmes aus Pappen-

deckel. Die folgende Tafel gibt die Resultate der Versuche. Die erste Spalte enthält die westliche Hälfte des Ausschlagwinkels beim Beginne der Beobachtung, und nachdem 20 Oscillationen gemacht waren; die zweite gibt die Zeit dieser Schwingungen an; die dritte sagt, ob der Versuch im directen Sonnenlichte oder im Schatten gemacht wurde.

Der Ausschlagwinkel nahm ab von	Zeit von 20 Schwingungen.	
20° auf 14½° 20° — 14½°	1 M. 21.5 S. 1 M. 22 S.	Im Sonnenlichte.
40° auf 24° 40° — 24°	1 M. 23 S. 1 M. 23 S.	detto.
60° auf 40° 60° — 40°	1 M. 25 S. 1 M. 25 S.	detto.
20° auf 15° 20° — 15°	1 M. 21.5 S. 1 M. 22 S.	Im Schatten.
40° auf 32° 40° — 32°	1 M. 23½ S. 1 M. 23½ S.	detto.
60° auf 44° 60° — 44°	1 M. 25½ S. 1 M. 25 S.	detto.

5 Diese Versuche wurden unmittelbar hinter einander gemacht, die Sonne schien dabei hell; es war 8 Uhr Morgens. Sie zeigen deutlich die Verminderung des Schwingungsbogens durch den Einfluſs des Sonnenlichtes, und zugleich die Wirkung, welche diese Verminderung auf die Zeit der Schwingungen hervorbringt.

Ich wollte dieselben Versuche an demselben Tage Nachmittags um 3 Uhr wiederholen, fand aber zu mei-

nem Erstaunen ungemein grofse Variationen in der Schwingungszeit. So wurde bei zwei zunächst auf einander folgenden Versuchen im Sonnenlichte der Schwingungsbogen von 40° auf 30° herabgebracht, und die Zeit von 20 Schwingungen war wieder wie oben 1 M. 23 S.; im Schatten war bei zwei Versuchen der Schwingungsbogen von 40° auf 31 1/2° vermindert, beim dritten unmittelbar darauf folgenden hingegen von 40° auf 30°, allein in der Schwingungszeit fand ich ungemeine Variationen.

Der erste Versuch gab für 20 Oscillationen 1 Min. 36 Sec., der zweite 1 M. 53 S., der dritte 1 M. 43 S. Ich weifs bestimmt, dafs weder der Gang der Uhr, noch eine Fahrläfsigkeit im Beobachten oder Zählen daran Schuld ist; ich hatte ähnliche Unterschiede schon früher bei Versuchen im Museum an gröfseren und kleineren Nadeln bemerkt, glaubte aber, es sey die Erschütterung daran Schuld, welche durch die häufig vorbeifahrenden Wägen veranlafst wurde; ich wählte darum sehr massive Nadeln, fand aber dieselben Differenzen, so dafs nun nichts übrig blieb, als die ferneren Versuche weit aufser der Stadt im Freien zu machen. Da nun auch hier keine Übereinstimmung in der Schwingungszeit zu erzielen war, so glaubte ich mit Grund die Ursache in der Beschaffenheit der gebrauchten Magnetnadeln suchen zu müssen. Diese waren absichtlich aus ganz weichem Stahl verfertigt, um die Einwirkung des Lichtes auf den Magnetismus derselben besser sichtbar zu machen, welcher Stahl bekanntlich die magnetische Kraft nicht festhält. Bei allen späteren Versuchen wählte ich aber sehr harte Magnetnadeln, und fand da auch nie wieder eine solche Variation in der Schwingungszeit.

6. Es war zu erwarten, dafs das Sonnenlicht auf Magnetnadeln von verschiedener Stärke, aber übrigens

ganz gleicher Beschaffenheit, auch verschieden einwirken werde. Um dieses zu prüfen, wurden mit der vorher gebrauchten Nadel neuerdings Versuche gemacht, hierauf ihr Magnetismus verstärkt, und wieder gebraucht. Da erhielt ich folgende Resultate:

Der Ausschlagwinkel nahm ab von	Dauer von 20 Oscillationen.	
40° auf 28°	1 M. 24 S.	Im Sonnenlichte.
20° — 15°	1 M. 22½ S.	detto.
40° auf 29°	1 M. 23½ S.	Im Schatten.
20° — 15½°	1 M. 22 S.	detto.

Als die Nadel mittelst eines mäſsig starken Magnetes 5 Mal gestrichen war:

Der Ausschlagwinkel nahm ab von	Dauer von 20 Oscillationen.	
40° auf 30½°	1 M. 6⅔ S.	Im Sonnenlichte.
20° — 15½°	1 M. 6 S.	detto.
40° auf 31½°	1 M. 7 S.	Im Schatten.
20° — 16°	1 M. 6 S.	detto.

Fünf abermals angebrachte Striche konnten den Magnetismus der Nadel nicht mehr steigern. Da sich die Stärke des Lichtes während dieser Versuche gar nicht geändert hat, auch das Thermometer im Schatten unverändert auf 23° C. stand, so muſs man wohl annehmen, daſs eine stärkere Magnetnadel weniger afficirt wird, als eine schwächere.

7. Ich wünschte auch zu erfahren, ob eine schwerere Nadel im Sonnenlichte denselben Einfluſs erleidet,

wie eine leichtere, und machte deſshalb eine Reihe von Versuchen, bei denen zuerst eine leichtere (von 60 Gran) Magnetnadel, und dann eine schwerere (von 532,5 Gran) im directen Sonnenlichte oscillirte. Der Schwingungsbogen der leichteren wurde bedeutend vermindert, an der schwereren konnte ich aber keinen Unterschied bemerken, sie mochte in einem von der Sonne direct beschienenen Orte oder im Schatten oscilliren.

8. Da es nun keinem Zweifel unterworfen ist, daſs die Schwingungsbögen einer oscillirenden Magnetnadel im Sonnenlichte schneller abnehmen, als im Schatten, so konnte man doch wohl mit einigem Grunde vermuthen, daſs diese Einwirkung sich mit der Intensität des auffallenden Sonnenlichtes ändern wird, selbst wenn diese Einwirkung nicht magnetischer Natur seyn sollte. Um hierüber Gewiſsheit zu erlangen, schlug ich mehrere Wege ein. Erstens reflectirte ich mittelst eines Spiegels das directe Sonnenlicht an einen Ort, wohin es auf directem Wege nicht gelangen konnte, und untersuchte dann in diesem so beleuchteten Platze die Abnahme der Schwingungsbögen der Magnetnadel, und verglich sie mit der an demselben Orte, wenn ihm diese künstliche Beleuchtung nicht zu Theil ward. Dann stellte ich dasselbe Instrument in ein ganz verfinstertes Zimmer, das nur bei der ersten und zwanzigsten Schwingung so viel Licht durch die geöffnete Thür bekam, daſs man die Coincidenz der Magnetnadel mit einem Theilstriche der Scale am Glase beobachten konnte; hierauf wurde in dasselbe Zimmer reflectirtes, und endlich directes Sonnenlicht geleitet.

Endlich stellte ich das Instrument mit der Magnetnadel in einen vom Sonnenlichte direct getroffenen Platz, und deckte dasselbe successiv mit einem, dann mit zwei, und so fort bis zu fünf Glasstürzen, deren je-

der die Lichtstärke am Platze der Magnetnadel etwas verminderte, und beobachtete dann das beabsichtigte Phänomen. Ich will die Resultate beider Verfahrungsarten näher angeben.

9. Eine möglichst gehärtete Stahlnadel von 4 Z. Länge und 60 Gr. Gewicht in dem oben beschriebenen eingetheilten Cylinder oscillirte im Schatten, und der Ausschlagwinkel verminderte sich von 60° auf 49° bei zwei auf einander folgenden Versuchen. Ward aber durch zwei Planspiegel dem einfallenden Sonnenlichte eine Richtung gegeben, wodurch es auf die Magnetnadel gelangte, so verminderten sich die angegebenen 60° auf 47.5°. Die Zeit von 20 Oscillationen betrug im Lichte 1 M. 4²/₃ S., im Schatten 1 M. 4¹/₂ S., also nahe dasselbe in beiden Fällen. Die Richtung des einfallenden Lichtes hatte auf das hier besprochene Phänomen nicht den mindesten Einfluſs; denn ich fand genau dieselben Resultate, ich mochte dem Lichte eine horizontale Richtung von SO. nach NW., oder eine Richtung von SW. nach NO. geben, oder es gar vertical abwärts auf die Magnetnadel leiten.

10. In dem gänzlich verfinsterten Zimmer nahm der Ausschlagwinkel der Magnetnadel innerhalb 20 Schwingungen von 60° auf 42° ab; dasselbe war der Fall, wenn an einem Fensterladen eine runde, etwa 6 Zoll im Durchmesser haltende Öffnung angebracht war, durch welche so viel Licht eindrang, daſs man allenthalben gut sehen konnte, jedoch ohne daſs die Magnetnadel direct vom Strahlenkegel, der in das Zimmer drang, getroffen wurde. Erhielt dieser aber mittelst eines Planspiegels eine Richtung, wodurch er auf die Magnetnadel geleitet wurde, so trat alsogleich eine Verminderung des Ausschlagwinkels von 60° auf 40° ein.

11. Der Versuch mit den Glasstürzen schien mir am

ersten entscheiden zu können. Er wurde daher auch mit der gröſsten Sorgfalt angestellt, und nicht nur bei jedem einzelnen Sturz der Ausschlagwinkel beim Beginne des Versuches und nach vollbrachter 20sten Oscillation beobachtet, sondern auch die Zeit dieser 20 Oscillationen und zugleich die Temperatur der Luft innerhalb des ersten Cylinders, und der Stand eines *Leslie*'schen Photometers, der sich auſser der Stürze, aber nahe an ihnen befand. Letzteres fand ich deſshalb sehr nothwendig, weil der Himmel nicht ganz rein, und nicht selten auf ein paar Augenblicke die Sonne mit einer dünnen Wolke bedeckt war. Die Zahl, welche den Stand des Photometers angibt, ist die Anzahl hunderttheiliger Grade, um welche die Flüssigkeit in der mit der geschwärzten Kugel verbundenen Röhre tiefer stand, als in der anderen. Die Glasstürze, welche mir zu Gebote standen, konnten das vorhin beschriebene Instrument nicht fassen, darum wählte ich ein anderes, auf gleiche Weise eingerichtetes. Die Magnetnadel, welche darin hing, hatte 4 Z. Länge, und 50 Gr. Gewicht. Sie bestand aus hartem Stahl, und war seit Jänner dieses Jahres magnetisirt. Folgende Tabelle enthält die Resultate der Versuche:

Ausschlagwinkel		Temperatur.	Stand des Photometers.	Anzahl der Glasstürze.	Dauer von 20 Oscillationen.
am Anfang.	am Ende.				
60	40	23° C.	16	keiner.	1 M. 9 S.
—	—	22	7	—	1 M. 10 S.
—	—	23	17	—	1 M. 10 S.
60	40	43	5.2	einer.	1 M. 10 S.
—	—	42	6	—	1 M. 10 S.
—	—	41	5	—	1 M. 10½ S.

Ausschlagwinkel		Temperatur.	Stand des Photometers.	Anzahl der Glasstürze.	Dauer von 20 Oscillationen.
am Anfang.	am Ende.				
60	40	47° C.	15	zwei.	1 M. 10 S.
—	—	43	16.2	—	1 M. 10 S.
—	39	42	14.5	—	1 M. 10½ S.
60	40	42	14	drei.	1 M. 10 S.
—	40.5	44	19	—	1 M. 11 S.
—	40	49	12	—	1 M. 10 S.
60	40	41	14	vier.	1 M. 10 S.
—	40.5	42	14	—	1 M. 10½ S.
—	40	40	13.8	—	1 M. 10 S.
60	40	40	15	fünf.	1 M. 10 S.
—	40	40.4	15	—	1 M. 10½ S.
—	39	42	14	—	1 M. 10 S.

Nimmt man alle Versuche zusammen, die, den Zusammenhang zwischen der Intensität des Lichtes und der Stärke seiner Einwirkung nachzuweisen, angestellt wurden, so findet man, daſs eine bedeutende Steigerung seiner Intensität wohl auch diese Wirkung erhöht, daſs aber geringe Unterschiede in der Lichtstärke durch diese Wirkung nicht bemerklich werden. Eine oscillirende Magnetnadel würde daher in dieser Beziehung ein sehr wenig empfindliches Photometer abgeben.

12. Ich wünschte auch die Einwirkung irgend eines künstlichen, sehr intensiven Lichtes auf eine oscillirende Magnetnadel kennen zu lernen, um diese mit der durch das Sonnenlicht bewirkten vergleichen zu können. Ich bediente mich zu diesem Zwecke einer sogenannten Leuchtkerze, die aus einer cylindrischen, papierenen Röhre mit einem feinen Pulver, aus Salpeter, Schieſs-

pulver und Spiefsglanz, besteht, zündete sie in der Nähe der oben gebrauchten Magnetnadel an einem dunklen Orte an, und liefs letztere oscilliren. Ich konnte nicht die mindeste Einwirkung bemerken, die Magnetnadel kam sowohl in dieser Beleuchtung als ohne dieselbe stets nach 20 Oscillationen genau von 60° auf 44°.

13. Nun blieb mir, meinem Plane gemäfs, noch übrig, die Magnetnadel von verschiedenfärbigem Lichte beleuchten zu lassen, und zu sehen, ob sich hierin keine Verschiedenheit zeigte. Das verschiedenfärbige Licht erzeugte ich durch ein dreiseitiges gläsernes Prisma auf die gewöhnliche Weise, und suchte durch Veränderung des Einfallswinkels bald diesen, bald jenen Theil des Farbenbildes auf die Magnetnadel zu leiten. In Folgendem ist wieder das Ergebnifs der Versuche enthalten.

Der Ausschlagwinkel nahm nach 20 Oscillationen ab von	Beschaffenheit des Lichtes.
60° auf 41° 60° — 40° 60° — 40°	Roth.
60° auf 40° 60° — 40° 60° — 40°	Gelb.
60° auf 40° 60° — 40° 60° — 40°	Grün.
60° auf 40.5° 60° — 40.5° 60° — 41°	Blau.
60° auf 41.5° 60° — 41° 60° — 41°	Violett.

Dieselben Versuche wurden an einem der folgenden Tage angestellt, und gaben nahe dasselbe Resultat. Es scheint demnach, als wenn im violetten und blauen Lichte diese Einwirkung geringer wäre, als im rothen und gelben. Wer diese Einwirkung als solche ansieht, die magnetischer Natur ist, wird sich über dieses Ergebnifs wundern, da man gewohnt ist, den violetten und blauen Strahlen einen gröfseren Einflufs auf den Magnetismus zuzuschreiben, als den übrigen, während sich hier gerade das Gegentheil zeigt. Die folgenden Betrachtungen werden aber über diesen Punct näheren Aufschlufs geben, oder wenigstens ihn mit einer anderen Eigenschaft des farbigen Lichtes in Einklang zu bringen suchen.

II. Versuch, die Resultate dieser Experimente zu erklären.

14. Wiewohl die Regelmäfsigkeit der Schwingungen einer Magnetnadel in der Beschaffenheit der magnetischen Kraft ihren Grund hat, und Störungen dieser Kraft auch auf die Schwingungen solcher Nadeln einwirken, so gibt es doch auch unzählige Fälle, wo eine nicht magnetische Einwirkung die Beschaffenheit der Bewegungen stört, die eigentlich nur magnetischen Kräften ihren Ursprung verdanken. Als *Coulomb* in einer nach seiner Angabe aufgehängten ungemein empfindlichen Magnetnadel bemerkt hatte, dafs sie häufigen Variationen ihrer Richtung ausgesetzt sey, von denen er vermuthete, dafs sie nicht durchaus von magnetischen Kräften herrühren, glaubte er diese Variationen an besonders starken, und dann auch an besonders schwachen beobachten zu müssen. Eine schwache Magnetnadel mufs durch nicht magnetische Einwirkungen stärker afficirt werden, als eine starke, während bei solchen Einflüs-

sen, die im Magnetismus ihre Wurzel haben, gerade das Gegentheil Statt findet. Die in 6. angeführten Versuche zeigen, daſs die Verminderung des Schwingungsbogens im Sonnenlichte bei stärkeren Magnetnadeln minder bedeutend sey, als bei schwachen, und scheinen daher anzudeuten, daſs diese Erwartung nicht von einer magnetischen Kraft des Sonnenlichtes herzuleiten sey.

15. Ein anderer Grund, welcher den magnetischen Ursprung der hier besprochenen Phänomene verdächtig macht, liegt in den in 13. angeführten Versuchen. Wenn es auch nicht jedem Physiker gelungen ist, durch violettes und blaues Licht so auffallende magnetische Wirkungen hervorzubringen, wie *Morichini* und *Sommerville*, so muſs es doch befremden, daſs gerade dieses Licht die mindeste Einwirkung auf eine Magnetnadel zeigt, und man kann nur dadurch diesem Widerspruche begegnen, wenn man diese Einwirkung auf Rechnung nicht magnetischer Kräfte setzt.

16. Alles dieses begründet aber noch keinen völligen Beweis für obigen Satz. Kräftiger spricht dafür folgende Erfahrung: Ich wollte unter andern auch bei den früher besprochenen Versuchen die Einwirkung des Bodens auf den Ausschlagwinkel der oscillirenden Magnetnadel vermeiden, und befestigte daher den Apparat, worin die Nadel ihre Schwingungen machte, frei an einem Gestelle, das vom Fuſsboden des Zimmers, in welchem ich den Versuch machte, ganz isolirt, und unten ganz offen war. Die hölzerne Platte eines darunter befindlichen Tisches mochte 1 ½ Fuſs von der Magnetnadel entfernt seyn. Die Sonne beschien zwar den Tisch, aber weder die Magnetnadel noch überhaupt das Gefäſs, worin sie aufgehängt war. Es wurde dieselbe Magnetnadel gebraucht, mit welcher die letztern Versuche (13.) angestellt worden waren. Ich traf alle Vorkehrungen,

wie bei den früheren Versuchen, um ein genaues Resultat zu erhalten, fand aber zu meinem Erstaunen, dafs die Magnetnadel in 20 Oscillationen von 60° auf 36° zurückkam, wiewohl sie bei dem früheren Verfahren in dem geschlossenen Gefäfse unter derselben Beleuchtung selbst im directen Sonnenlichte nur von 60° auf 40° kam. Ich leitete hierauf das Sonnenlicht mittelst eines Spiegels von oben auf die Magnetnadel herab, und fand, dafs die Verminderung des Bogens genau dieselbe sey, wie vorhin, mithin das Licht gar keinen merklichen Einflufs ausübe. Brachte ich am Glascylinder einen Boden von Glas an, der etwa $^1/_2$ Zoll von der Magnetnadel abstand, so wurde der Bogen während eben so vielen Schwingungen im Schatten von 60° auf $40^1/_2$°, im directen Lichte hingegen von 60° auf 40° vermindert.

17. Ich vermuthete, dafs die Verminderung des Schwingungsbogens von Luftströmen herrühre, welche von unten aufsteigen, und glaubte meine Vermuthung am besten dadurch zu rechtfertigen, wenn ich absichtlich einen solchen Strom erregte, und unter seinem Einflusse eine neue Beobachtung machte. Defshalb zündete ich gerade unter dem offenen Glascylinder eine Weingeistflamme an, die so weit von ihm entfernt war, dafs man an der Stelle, wo die Nadel hing, fast nichts von einer Erwärmung bemerkte. Da wurde die Magnetnadel bedeutender in ihrem Gange gestört, als durch den Einflufs des Sonnenlichtes; denn ihr Schwingungsbogen sank während 20 Schwingungen von 60° auf 31° herab.

18. Ich mache mir demnach von dem eigentlichen Verlaufe der Sache bei den Schwingungen einer Magnetnadel in einem von der Sonne direct beschienenen oder beschatteten Platze folgende Vorstellung: Wenn die Magnetnadel in einer horizontalen Ebene ihre Schwingun-

gen macht, wie es in allen vorhergehenden Versuchen der Fall ist, so muſs sie die Luft, welche ihr im Wege steht, in einer horizontalen Richtung vor sich her schieben. Sobald sie die Richtung ihres Gleichgewichtes verläſst, ertheilt sie so der Luft nach der Richtung ihrer Bewegung eine gewisse Geschwindigkeit; diese Geschwindigkeit macht, daſs die Magnetnadel, wenn sie schon in Bewegung ist, einen kleineren Widerstand findet, als wenn sie von der Ruhe in Bewegung übergeht. Dieses ist aber natürlich nur so lange der Fall, als die schon bewegte Luft in der horizontalen Ebene bleibt, in welcher sich die Magnetnadel bewegt. Wird aber entweder die Nadel oder der Boden des Gefäſses, worin sie sich befindet, durch die Sonne beschienen, so steigen beständig Luftströme in die Höhe, und die Luft, welche schon eine Geschwindigkeit nach der Richtung der Oscillation der Magnetnadel hat, wird durch eine andere ersetzt, die nur nach aufwärts, nicht aber in horizontaler Richtung eine Bewegung hat, mithin nach dieser erst wieder durch die Magnetnadel bewegt werden muſs. Dieses bringt also dieselbe Wirkung hervor, als wenn der Luftwiderstand überhaupt gröſser geworden wäre, und vermindert demnach die Gröſse des Ausschlagwinkels.

19. Dieser Ansicht steht keines der vorhin angeführten Phänomene im Wege, ja einige derselben sprechen deutlich dafür. Die in 4. angegebenen Erscheinungen zeigen, daſs die Verminderung des Ausschlagwinkels im Lichte desto bedeutender sey, je gröſser die absolute Gröſse dieses Winkels ist. Allein bekanntlich muſs die Geschwindigkeit der ausweichenden Luft mit der Geschwindigkeit der Magnetnadel wachsen; wird die schon mit der gehörigen Geschwindigkeit versehene Luft durch eine andere ersetzt, welcher diese Geschwindigkeit man-

gelt, so braucht man eine desto gröſsere Kraft, diese Geschwindigkeit wieder zu erzeugen, je gröſser sie ist. Die Vergröſserung dieser Wirkung durch Vermehrung der Intensität des Magnetismus einer Nadel nach 6., oder durch Vergröſserung ihrer Masse nach 7., stellt sich von selbst als eine obiger Ansicht sehr günstige Thatsache dar. Es wird hiernach auch deutlich, warum nur directes Licht obige Wirkung ausübt, und warum sie im rothen und gelben Lichte, das intensiver ist und mehr Wärme entwickelt, bedeutender ausfällt, als im minder hellen blauen und violetten, dessen Wärme erregende Kraft so gering ist. Der einzige widrige Umstand ist, daſs nach den in 1. angegebenen Versuchen innerhalb mehrerer Glasstürze, wo doch die Temperatur so sehr erhöht war, die Einwirkung des Lichtes auf die Magnetnadel nicht mit der Temperatur stieg. Allein ich glaube, die Ursache liege darin, daſs innerhalb mehrerer Glasstürze die Luftströmungen nicht gröſser sind, als innerhalb eines einzigen, weil die Erwärmung nicht bloſs am Boden und an der Magnetnadel, sondern am ganzen inneren Raume vor sich geht. Hierin mag auch der Grund liegen, daſs *Christie* (Bd. III. S. 99) an einer Magnetnadel keine Änderung des Ausschlagwinkels bemerkte, die in einem Gehäuse hing, welches über Feuer stark erwärmt war; denn derselbe sagt ausdrücklich, daſs er das Gehäuse so stark erhitzte, daſs er es kaum mehr in der Hand halten konnte, und dann den Versuch machte. Da hatte sich die Wärme in der inneren Luft schon ins Gleichgewicht gesetzt, und die Strömungen konnten nur sehr gering seyn. Die gröſste Stütze findet obige Ansicht wohl darin, daſs ein ohne Licht erregter aufsteigender Luftstrom eine ihrer Art nach gleiche, ihrer Gröſse nach aber noch bedeutendere Wirkung hervorbrachte, wie Sonnenlicht. Auſser diesem fand ich noch

darin eine Stütze für meine Ansicht. Ich liefs eine der vorhin benannten Magnetnadeln im Sonnenlichte oscilliren, und beobachtete die Gröfse des Ausschlagwinkels am Anfange der ersten, und am Ende der zwanzigsten Oscillation. Hierauf hielt ich das Sonnenlicht durch einen papierenen Schirm von der Magnetnadel ab, machte schnell darauf wieder denselben Versuch, und fand nahe dasselbe Resultat wie im Lichte; allein, als ich abermals den Versuch wiederholte, nachdem der Schirm schon einige Zeit an seinem Platze gestanden hatte, und daher die Strömungen aufgehört haben mochten, bemerkte ich, dafs der letztere Ausschlagwinkel gröfser sey, als vorhin im Lichte. Der Boden des Gefäfses, worin die Magnetnadel oscillirte, war da absichtlich mit schwarzem Papier bedeckt.

Man sieht wohl ein, dafs nach dieser Ansicht die hier besprochene Wirkung des Lichtes bei jedem leichten oscillirenden Körper eintreten wird, wie auch *Christie* wirklich durch Versuche gefunden hatte. Durch Versuche im luftleeren Raume würde sich die Sache mit noch mehr Bestimmtheit ausmachen lassen; in blofs verdünnter Luft dürfte nicht sehr viel zu erwarten seyn, weil da nicht blofs der Einflufs der aufsteigenden Luft, sondern auch der der ruhenden geringer wird, und daher selbst, wenn auch hier das Licht eine ähnliche Wirkung ausübte, wie in der gewöhnlichen Luft, doch daraus keineswegs die Unrichtigkeit obiger Ansicht folgen würde.

IV.

Beweis eines Satzes zur Vergleichung der Differenzialquotienten mit Combinationen für eine bestimmte Zeiger-Scale,

von

Dr. *Joseph Knar*,

öffentl. ordentl. Professor der Mathematik an der k. k. Universität zu Grätz.

---

§. 1.

In einem vorhergehenden Aufsatze *) habe ich mich des Satzes bedient, dafs

$$\mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} = \frac{n-r}{n\,.\,r!}\,.\,(a^n)_r$$

sey, unter Voraussetzung der Zeiger-Scale

$$\left\{\begin{matrix} \frac{a}{1}, & \frac{(a^2)_1}{2!}, & \frac{(a^3)_2}{3!}, & \ldots\ldots & \frac{(a^m)_{m-1}}{m!}, & \ldots \\ 1, & 2, & 3, & \ldots\ldots\ldots & m, & \ldots\ldots \end{matrix}\right\},$$

wobei a was immer für eine Function von y bezeichnet, und

$$(a^2)_1 = \frac{d\,(a^2)}{d\,y},\ (a^3)_2 = \frac{d^2\,(a^3)}{d\,y^2},\ \ldots\ (a^m)_{m-1} = \frac{d^{m-1}\,(a^m)}{d\,y^{m-1}}$$

ist. Der Beweis dieses Satzes konnte am genannten Orte nicht hinzugefügt werden, indem er mich von dem Hauptzwecke jenes Aufsatzes zu sehr abgeleitet haben würde. Ich halte mich daher für verpflichtet, diesen Beweis, obgleich er keine besonderen Schwierigkeiten darbietet, hier nachzutragen, vorzüglich defswegen, weil der Satz

---

*) Zeitschrift für Physik und Mathematik. Zweiten Bandes, zweites Heft.

meines Wissens noch nirgends angeführt und erwiesen worden ist.

§. 2.

Aus der Gleichung

$$x = y + z \cdot \frac{a}{1} + z^2 \cdot \frac{(a^2)_1}{2!} + z^3 \cdot \frac{(a^3)_2}{3!} + \ldots + z^m \cdot \frac{(a^m)_{m-1}}{m!} + \ldots$$

findet man

$$x - y = z \cdot \frac{a}{1} + z^2 \cdot \frac{(a^2)_1}{2!} + z^3 \cdot \frac{(a^3)_2}{3!} + \ldots + z^m \cdot \frac{(a^m)_{m-1}}{m!} + \ldots,$$

und hieraus nach dem bekannten polynomischen Lehrsatze

$$(x-y)^m = z^m \cdot \overset{m}{\underset{m}{\mathfrak{p}\mathfrak{C}\mathfrak{w}}} + z^{m+1} \cdot \overset{m+1}{\underset{m}{\mathfrak{p}\mathfrak{C}\mathfrak{w}}} + z^{m+2} \cdot \overset{m+2}{\underset{m}{\mathfrak{p}\mathfrak{C}\mathfrak{w}}} + \ldots$$
$$\ldots + z^{m+n} \cdot \overset{m+n}{\underset{m}{\mathfrak{p}\mathfrak{C}\mathfrak{w}}} + \ldots,$$

wobei sich die combinatorischen Zeichen auf die in §. 1. angegebene Zeiger-Scale beziehen.

Man sieht hieraus, daſs $\overset{m+n}{\underset{m}{\mathfrak{p}\mathfrak{C}\mathfrak{w}}}$ für die obige Zeiger-Scale der Coefficient von z^{m+n} in der Entwicklung von $(x-y)^m$ nach Potenzen von z ist, wenn zwischen x, y und z die obige Gleichung als geltend vorausgesetzt wird. Es kommt daher nur darauf an, daſs man den Coefficienten von z^{m+n} noch auf eine andere Art ohne combinatorische Zeichen darstellen könne, um aus der Gleichheit beider Coefficienten den Werth von $\overset{m+n}{\underset{m}{\mathfrak{p}\mathfrak{C}\mathfrak{w}}}$ zu finden.

§. 3.

Zu dieser zweiten Darstellung von $(x-y)_m$ gibt uns die bekannte *Lagrange*'sche Reihe das Mittel an die Hand, indem man vermöge derselben aus der Gleichung

$$x = y + z \cdot \varphi x$$

erhält

$$Fx = Fy + \frac{z}{1} \cdot \varphi y \cdot \frac{dFy}{dy} + \frac{z^2}{2!} \cdot \frac{d\left((\varphi y)^2 \cdot \frac{dFy}{dy}\right)}{dy} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{z^n}{n!} \cdot \frac{d^{n-1}\left((\varphi y)^n \cdot \frac{dFy}{dy}\right)}{dy^{n-1}} + \ldots,$$

wobei φ und F was immer für Functionen der nachstehenden Zahlen bezeichnen.

Bevor jedoch der vorliegende Fall mit Hülfe dieser Reihe behandelt wird, möge es erlaubt seyn, über die Anwendung derselben im Allgemeinen eine Bemerkung zu machen. die dann sogleich wird gebraucht werden können.

In der *Lagrange*'schen Reihe hat es den Anschein, als ob y eine veränderliche Zahl seyn müfste, indem verschiedene Differenzialquotienten für y darin vorkommen. Allein vermöge der zwischen x, y und z ursprünglich gegebenen Gleichung $x = y + z \cdot \varphi x$ sind nur x und z die beiden veränderlichen Zahlen, indem aus derselben eine Function von x nach Potenzen von z entwickelt werden soll: hingegen ist y nur der Werth, welchen x erhält, wenn in jener Gleichung $z = 0$ gesetzt wird, und dieser Werth kann nicht nur eine *beständige*, sondern auch sogar eine *bestimmte* Zahl seyn. Diese Bemerkung, verbunden mit der Betrachtung des Zusammenhanges der *Lagrange*'schen Reihe mit dem allgemeinen Entwicklungsprobleme, wie er sich aus meinem, früher angeführten Aufsatze ergibt, zeigt deutlich, dafs der Coefficient von $\frac{z^n}{n!}$ in der *Lagrange*'schen Reihe eigentlich

$$\frac{d^{n-1}\left((\varphi x)^n \cdot \frac{dFx}{dx}\right)}{dx^{n-1}}$$

seyn solle, worin nach Vollendung der Differenziirungen noch $z = 0$ oder $x = y$ gesetzt werden mufs. Hier-

aus erklärt sich zugleich, warum sowohl φx, als Fx auch y enthalten dürfen, ohne daſs dadurch die Richtigkeit der Reihe gestört wird, wenn man nur, wie *Laplace* *) vorschreibt, vor dem Differenziiren statt y irgend einen anderen Buchstaben setzt, und erst hernach wieder y an seiner Stelle einführt.

Diese doppelte Substitution wird vermieden, wenn man, da φx und Fx ohnehin unmittelbar durch x ausgedrückt sind, den obigen Differenzialquotienten für x entwickelt, und hernach darin $x = y$ setzt, wodurch der Coefficient von $\frac{z^n}{n!}$ erhalten wird, es mögen φx und Fx auch y enthalten oder nicht, und wobei y auch eine bestimmte Zahl seyn kann.

§. 4.

Kehren wir nunmehr zu dem vorgelegten Gegenstande zurück.

Sucht man aus der Gleichung

$$x = y + z \cdot \varphi x$$

bloſs den Werth von x; so findet man mittelst der *Lagrange*'schen Reihe, wenn darin $Fx = x$, und daher $Fy = y$, $\frac{dFy}{dy} = 1$ gesetzt wird:

$$x = y + \frac{z}{1} \cdot \varphi y + \frac{z^2}{2!} \cdot \frac{d((\varphi y)^2)}{dy} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{z^n}{n!} \cdot \frac{d^{n-1}((\varphi y)^n)}{dy^{n-1}} + \ldots;$$

oder, wenn man $\varphi y = \alpha$ setzt, und die Differenzialquotienten durch die rechts unten angesetzten Differenzialexponenten bezeichnet:

$$x = y + z \cdot \frac{\alpha}{1} + z^2 \cdot \frac{(\alpha^2)_1}{2!} + \ldots + z^n \cdot \frac{(\alpha^n)_{n-1}}{n!} + \ldots$$

*) Traité de Mécanique céleste. Paris, chez Ve Courcier.

Diefs ist, wie man sieht, gerade der Werth, welcher im Anfange des §. 2. für x angenommen wurde: es ist daher auch einerlei, ob man erst aus dem eben gefundenen Werthe von x, oder gleich unmittelbar aus der zwischen x und z gegebenen Gleichung die Reihe für $(x-y)^m$ ableiten will. Das Erstere ist bereits in §. 2. geschehen; das Letztere läfst sich vermöge der *Lagrange*'schen Reihe ebenfalls bewerkstelligen. Da wir jedoch nicht der vollständigen Reihe, sondern nur des Coefficienten von z^{m+n} bedürfen, so soll auch nur dieser Coefficient allein gesucht werden. Der Coefficient von z^{m+n} in der *Lagrange*'schen Reihe ist im Allgemeinen

$$\frac{1}{(m+n)!} \cdot \frac{d^{m+n-1}\left((\varphi x)^{m+n} \cdot \frac{dFx}{dx}\right)}{dx^{m+n-1}},$$

wenn darin vermöge des in §. 3. Gesagten nach den vollendeten Differenziirungen $x=y$ gesetzt wird. Nimmt man nun hierin

$$Fx = (x-y)^m, \quad \text{und daher} \quad \frac{dFx}{dx} = m(x-y)^{m-1};$$

so erhält man den Coefficienten von z^{m+n} in der Entwicklung von $(x-y)^m$

$$\frac{m}{(m+n)!} \cdot \frac{d^{m+n-1}\left((\varphi x)^{m+n} \cdot (x-y)^{m-1}\right)}{dx^{m+n-1}}.$$

Nun ist, wenn u und v Functionen von x, und die denselben rechts unten beigesetzten Zahlen die eben so vielten Differenzialquotienten für x bezeichnen, bekanntlich

$$(uv)_p = u_p \cdot v + \frac{p}{1} \cdot u_{p-1} \cdot v_1 + \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2} \cdot u_{p-2} \cdot v_2 + \dots$$
$$\dots + \frac{p!}{r!(p-r)!} \cdot u_{p-r} \cdot v_r + \dots$$

Setzt man hierin $v = (x-y)^{m-1}$, so wird für $r > m-1$ nothwendig $v_r = 0$ seyn, und es fallen da-

her in $(u\,v)_p$ alle Glieder von selbst weg, worin $r > m - 1$ ist; mithin ist für diesen Werth von v:

$$(u\,v)_p = u_p \,.\, v + \frac{p}{1} \,.\, u_{p-1} \,.\, v_1 + \frac{p\,(p-1)}{1\,.\,2} \,.\, u_{p-2} \,.\, v_2 + \ldots$$

$$\ldots + \frac{p\,!}{(m-1)\,!\,(p-m+1)\,!} \,.\, u_{p-m+1} \,.\, v_{m-1} + \ldots ;$$

oder, wenn $v = (x-y)^{m-1}$, $v_1 = (m-1)\,(x-y)^{m-2}$, $v_2 = (m-1)\,(m-2)\,(x-y)^{m-3}$, ... $v_{m-1} = (m-1)\,!$ gesetzt wird:

$$(u\,.\,(x-y)^{m-1})_p =$$

$$= u_p \,.\, (x-y)^{m-1} + \frac{p}{1}\,(m-1) \,.\, u_{p-1} \,.\, (x-y)^{m-2}$$

$$+ \frac{p\,(p-1)}{1\,.\,2}\,(m-1)\,(m-2) \,.\, u_{p-2} \,.\, (x-y)^{m-3} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{p\,!}{(m-1)\,!\,(p-m+1)\,!} \,.\, (m-1)\,! \,.\, u_{p-m+1}.$$

In dem eben gefundenen Ausdrucke haben alle Glieder, mit alleiniger Ausnahme des letzten, den Factor $x-y$; wird daher $x=y$ angenommen, so ist $x-y=0$, und es müssen alle Glieder, bis auf das letzte, wegfallen. Es ist also für $x=y$

$$(u\,.\,(x-y)^{m-1})_p = \frac{p\,!}{(m-1)\,!\,(p-m+1)\,!} \,.\, (m-1)\,!\; u_{p-m+1},$$

oder nach gehöriger Abkürzung

$$(u\,.\,(x-y)^{m-1})_p = \frac{p\,!}{(p-m+1)\,!} \,.\, u_{p-m+1}.$$

Setzt man hierin $u = (\varphi\,x)^{m+n}$ und $p = m+n-1$, mithin $p-m+1 = n$, so erhält man

$$((\varphi x)^{m+n} \,.\, (x-y)^{m-1})_{m+n-1} = \frac{(m+n-1)\,!}{n\,!} \,.\, ((\varphi\,x)^{m+n-1})_n,$$

wobei noch $x=y$ gesetzt werden muſs. Diesen Werth von

$$((\varphi x)^{m+n} \,.\, (x-y)^{m-1})_{m+n-1} = \frac{d^{m+n-1}\,((\varphi x)^{m+n} \,.\, (x-y)^{m-1})}{d\,x^{m+n-1}}$$

substituire man in dem oben gefundenen Coefficienten

von z^{m+n} in der Entwickelung von $(x-y)^m$, so wird derselbe

$$\frac{m}{(m+n)!} \cdot \frac{(m+n-1)!}{n!} \cdot ((\varphi x)^{m+n})_n ;$$

oder nach geschehener Abkürzung

$$\frac{m}{(m+n) \cdot n!} \cdot ((\varphi x)^{m+n})_n .$$

In diesem Werthe muſs noch $x=y$ gesetzt werden; enthält nun φx kein y, so kann man schon vor dem Differenziiren $x=y$ annehmen, und dann den Differenzialquotienten für y entwickeln. Thut man dieſs, und läſst nunmehr wieder, wie es schon in §. 2. der Fall war, die rechts unten angehängten Zahlen Differenzialquotienten für y bezeichnen, so erhält man endlich

$$\frac{m}{(m+n) \cdot n!} \cdot ((\varphi y)^{m+n})_n ,$$

oder, für $a = \varphi y$,

$$\frac{m}{(m+n) \cdot n!} \cdot (a^{m+n})_n$$

als Coefficienten von z^{m+n} in der Entwickelung von $(x-y)^m$.

§. 5.

Wir haben nunmehr zwei Werthe für den Coefficienten von z^{m+n} gefunden, von welchen der eine in §. 2. durch combinatorische Zeichen dargestellt, der andere aber in §. 4. ohne solche Zeichen ausgedrückt ist. Setzt man nun diese beiden Werthe des nämlichen Coefficienten einander gleich, so ergibt sich

$$\mathfrak{p}\overset{m+n}{\underset{m}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} = \frac{m}{(m+n) \cdot n!} \cdot (a^{m+n})_n .$$

Nimmt man in dieser Gleichung zuerst $m = t - r$ und $n = r$ an, so verwandelt sie sich in

$$\mathfrak{p}\overset{t}{\underset{t-r}{\mathfrak{C}}}\ddot{\mathfrak{w}} = \frac{t-r}{t \cdot r!} \cdot (a^t)_r,$$

und, wenn n statt t gesetzt wird, in

$$\mathfrak{p}\overset{n}{\underset{n-r}{\mathfrak{C}}}\mathfrak{w} = \frac{n-r}{n \cdot r!} \cdot (a^n)_r;$$

was, wie man sieht, gerade der in §. 1. angeführte Satz ist, dessen Beweis wir uns zu liefern vorgesetzt hatten.

V.

Gesetze des Gleichgewichtes, auf eine neue Art entwickelt,

vom

Professor *Nörrenberg.*

(Dritte Fortsetzung.)

Schwerpunct der Körper.

106. Es seyen $z = f(x, y)$, $z = f'(x, y)$ die Gleichungen zweier Flächen, welche nach der Richtung der z einen Körper begrenzen, so ist das Volumen S' eines Stückes desselben, welches nach zwei Richtungen von Ebenen begrenzt wird, die in den Abständen x und y mit den Ebenen der yz und xz parallel laufen, eine Function von x und y, und die Coordinaten X, Y, Z des Schwerpunctes dieses Stückes sind folglich auch Functionen von x und y.

Um diese Functionen zu finden, braucht man nur in Nro. 88 bis 92 überall S' statt S, und $F'(x, y)$ statt $F(x, y)$ zu setzen, weil mit folgender Modification in Beziehung auf ψ'', alles dort in Beziehung auf das Flä-

chenstück S Gesagte, eben so gut auf das Körperstück S' paſst.

Die in Beziehung auf w'' nöthige Modification rührt daher, daſs sich bei dem gleichzeitigen Verschwinden von h und i, das Körperstück W nicht wie das Flächenstück W auf den Punct $x, y, f(x, y)$, sondern auf die zwischen den beiden Puncten $x, y, f(x, y)$ und $x, y, f'(x, y)$ liegende Gerade reducirt, deren Schwerpunct, nach Nro. 87, um die Gröſse

$$\tfrac{1}{2}[f(x, y) + f'(x, y)]$$

von der Ebene der xy absteht. Da sich nun w'' für $h = i = 0$ auf diesen Ausdruck reduciren muſs, so stellt derselbe das erste Glied der nach h und i geordneten Entwickelung von w'' dar, und man hat daher statt des letzten Ausdruckes in Nro. 91

$$\tfrac{1}{2}[f(x, y) + f'(x, y)] \frac{d^2 S'}{dx\, dy},$$

und folglich statt der letzten Gleichung in Nro. 92

$$S'Z = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2}[f(x, y) + f'(x, y)] \frac{d^2 S'}{dx\, dy}.$$

107. Es ist aber (Francoeur, Nro. 754)

$$\frac{d^2 S'}{dx\, dy} = f(x, y) - f'(x, y);$$

folglich hat man

$$S' = \int dx \int dy [f(x, y) - f'(x, y)];$$
$$S'X = \int dx\, dy \,.\, x[f(x, y) - f'(x, y)];$$
$$S'Y = \int dx\, dy \,.\, y[f(x, y) - f'(x, y)];$$
$$S'Z = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2}[f(x, y)^2 - f'(x, y)^2];$$

oder auch, weil

$$f(x, y) - f'(x, y) = \int dz \,.\, 1;$$
$$\tfrac{1}{2}[f(x, y)^2 - f'(x, y)^2] = \int dz \,.\, z$$

ist, wenn die Integrale $\int dz \,.\, 1$ und $\int dz \,.\, z$ zwischen den Grenzen $z = f(x, y)$ und $z = f'(x, y)$ genommen

werden,

$$S' = \int dx \int dy \int dz \,.\, 1;$$
$$X = \frac{\int dx \int dy \int dz \,.\, x}{S'};$$
$$Y = \frac{\int dx \int dy \int dz \,.\, y}{S'};$$
$$Z = \frac{\int dx \int dy \int dz \,.\, z}{S'}.$$

108. Beispiele. Für einen Körper, welcher unten von der Ebene der xy, und oben von einer mit dieser in dem Abstande C parallelen Ebene begrenzt wird, verwandeln sich die Gleichungen $z = f(x, y)$ und $z = f'(x, y)$ in $z = C$ und $z = 0$. Man hat daher für diesen Fall

$$S' = \int dx \int dy \,.\, C = \int dx \,.\, Cy + Fx;$$
$$S'X = \int dx \int dy \,.\, xC = \int dx \,.\, Cxy + F'x;$$
$$S'Y = \int dx \int dy \,.\, yC = \int dx \,.\, \tfrac{1}{2} Cy^2 + F''x;$$
$$S'Z = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2} C^2 = \int dx \,.\, \tfrac{1}{2} C^2 y + F'''x.$$

Wird nun ferner der Körper durch zwei zu der Ebene der xy senkrechte cylindrische Flächen begrenzt, welche durch die Gleichungen $y = \chi x$, $y = \psi x$ gegeben sind, so müssen die gefundenen Integrale zwischen diesen Grenzen genommen werden, und man hat

$$S' = C \int dx (\psi x - \chi x);$$
$$X = \frac{\int dx \,.\, x (\psi x - \chi x)}{\int dx (\psi x - \chi x)};$$
$$Y = \frac{1}{2} \frac{\int dx (\psi x^2 - \chi x^2)}{\int dx (\psi x - \chi x)};$$
$$Z = \frac{\tfrac{1}{2} C^2 \int dx (\psi x - \chi x)}{C \int dx (\psi x - \chi x)} = \frac{C}{2}.$$

Vergleicht man diese Resultate mit den in Nro. 103 gefundenen, welche sich auf die Grundfläche des hier betrachteten Körpers beziehen, so sieht man aus der ersten Gleichung, daſs man den Inhalt desselben findet, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multiplicirt;

aus der zweiten und dritten, daſs der Schwerpunct des Körpers in der durch den Schwerpunct seiner Grundfläche gehenden und zu ihr senkrechten Geraden liegt; und aus der vierten, daſs der Schwerpunct um die halbe Höhe des Körpers von der Grundfläche entfernt ist.

109. Es folgt hieraus, mit Hülfe der in Nro. 101 gefundenen Resultate, daſs man für ein senkrechtes, dreiseitiges Prisma von der Höhe z_1, dessen Grundfläche in der Ebene der xy durch die Coordinaten

$$x_1, y_1; \quad x_2, y_2; \quad x_3, y_3$$

gegeben ist, den Inhalt

$$S_1 = \frac{1}{2}[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)].z_1,$$

und die Coordinaten des Schwerpunctes

$$X_1 = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3);$$
$$Y_1 = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3);$$
$$Z_1 = \frac{1}{2} z_1$$

hat.

110. Wenn man die Oberfläche eines von lauter Ebenen begrenzten Körpers in Dreiecke zerlegt, und jedes dieser Dreiecke als die eine Grundfläche eines Prisma betrachtet, dessen zweite Grundfläche die Projection der erstern in der Ebene der xy ist, so läſst sich der ganze Körper aus diesen Prismen, die theils positiv, theils negativ seyn können, zusammensetzen. Die Aufgabe, die Coordinaten des Schwerpunctes eines solchen Körpers aus den Coordinaten seiner Eckpuncte zu finden, reducirt sich also darauf, den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes eines auf der Ebene der xy senkrecht stehenden, durch die Coordinaten seiner Eckpuncte gegebenen Prisma zu finden.

Um die Rechnung weniger mühsam zu machen, kann man zuerst den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes desjenigen Stückes bestimmen, welches von dem

oben schief abgeschnittenen Prisma getrennt werden mufs, damit das übrig bleibende Stück zu dem in Nro. 109 betrachteten Prisma mit parallelen Grundflächen wird. Aus den Inhalten und den Coordinaten der Schwerpuncte dieser beiden Theile des Prisma lassen sich dann leicht nach Nro. 80 und 77 jene Gröfsen für das ganze Prisma finden.

Nimmt man diejenige Ecke des abgetrennten Körpers, welche den beiden zur Trennungsfläche senkrechten Kanten gegenüber liegt, zum Ursprunge der Coordinaten, und die Ebene der Trennungsfläche zur Ebene der xy, so ist der Körper durch die Coordinaten x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2 der oberen Endpuncte der eben genannten Kanten bestimmt; er liegt alsdann zwischen dem in Nro. 95 betrachteten Dreiecke und der Projection dieses Dreieckes in der Ebene der xy, so dafs sich die in Nro. 106 und 107 vorausgesetzten Gleichungen $z = f(x, y)$, $z = f'(x, y)$ für diesen Fall in $z = Ax + By$ und $z = 0$ verwandeln.

Es ist also, vermöge Nro. 107,

$$S' = \int dx \int dy \,.\, z = \int dx \int dy \,(Ax + By);$$
$$S'X = \int dx \int dy \,.\, xz = \int dx \int dy \,.\, x\,(Ax + By);$$
$$S'Y = \int dx \int dy \,.\, yz = \int dx \int dy \,.\, y\,(Ax + By);$$
$$S'Z = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2} z^2 = \int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2}(Ax + By)^2,$$

wo die Integrale zwischen den in Nro. 96 angegebenen Grenzen zu nehmen sind. Man hat demnach für den ersten Theil des Körpers,

von $y = \frac{y_2}{x_2} x$ bis $y = \frac{y_1}{x_1} x$,

$$\int dy \,.\, z = \frac{1}{2B}\left[\left(Ax + B\frac{y_1}{x_1}x\right)^2 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}x\right)^2\right],$$

und von $x = 0$ bis $x = x_1$,

$$\int dx \int dy \,.\, z = \frac{1}{2.3B}\left[\left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^2 - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2\right] x_1^3,$$

Für den zweiten Theil des Körpers hat man

$$\text{von } y = \frac{y_2}{x_2}\, x \quad \text{bis} \quad y = ax + b,$$

$$\int dy \,.\, z = \frac{1}{2B}\left[(Ax + B(ax+b))^2 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}\, x\right)^2\right],$$

und von $x = x_1$ bis $x = x_2$,

$$\int dx \int dy \,.\, z = \frac{1}{2\,.\,3B}\left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3}{A + Ba} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 (x_2^3 - x_1^3)\right],$$

folglich ist für den ganzen Körper

$$S' = \frac{1}{2\,.\,3B}\left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3}{A + Ba} - (Ax_2 + By_2)^2 x_2 + (Ax_1 + By_1)^2 x_1\right].$$

111. Es ist aber, weil die Coordinaten der Puncte x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2 in die Gleichungen der durch sie gehenden Ebenen passen müssen,

$$Ax_1 + By_1 = z_1; \quad Ax_2 + By_2 = z_2;$$
$$ax_1 + b = y_1; \quad ax_2 + b = y_2.$$

Aus den beiden ersten Gleichungen erhält man

$$A(x_2 - x_1) + B(y_2 - y_1) = z_2 - z_1,$$

und hieraus, weil aus den beiden letzten

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \quad \text{folgt},$$

$$A + Ba = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1}.$$

Man hat also durch Substitution dieser Werthe

$$S' = \frac{1}{2\,.\,3B}\left[(z_2^3 - z_1^3)\frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} - z_2^2 x_2 + z_1^2 x_1\right]$$

$$= \frac{1}{2\,.\,3B}\left[(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1) - z_2^2 x_2 + z_1^2 x_1\right]$$

$$= \frac{1}{2\,.\,3B}\left[(z_2 + z_1)\, z_1 x_2 - (z_2 + z_1)\, z_2 x_1\right]$$

$$= \frac{1}{2\,.\,3B}(z_2 + z_1)(z_1 x_2 - z_2 x_1),$$

und endlich, wenn man statt B seinen Werth aus Nro. 95 setzt,

$$S' = \tfrac{1}{2}(x_2 y_1 - x_1 y_2)\,\frac{z_2 + z_1}{3}.$$

112. In Beziehung auf das Moment des Körpers hat man für den ersten Theil,

$$\text{von } y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis} \quad y = \frac{y_1}{x_1}\,x,$$

$$\int dy \,.\, xz = \frac{x}{2B}\left[\left(Ax + B\frac{y_1}{x_1}\,x\right)^2 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}\,x\right)^2\right],$$

und von $x = 0$ bis $x = x_1$,

$$\int dx \int dy \,.\, xz = \frac{1}{2 \,.\, 4B}\left[\left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^2 - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2\right] x_1^4.$$

Für den zweiten Theil hat man,

$$\text{von } y = \frac{y_2}{x_2}\,x \quad \text{bis} \quad y = ax + b,$$

$$\int dy \,.\, xz = \frac{x}{2B}\left[(Ax + B(ax+b))^2 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}\,x\right)^2\right],$$

und hieraus

$$\begin{aligned}
\int dx \int dy \,.\, xz &= \frac{1}{2B}\int dx\,(Ax + B(ax+b))^2\,x \\
&\quad - \frac{1}{2 \,.\, 4B}\left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 x^4 \\
&= \frac{1}{2 \,.\, 4B}\left[\frac{(Ax + B(ax+b))^3\,x}{A + Ba}\right. \\
&\quad - \frac{(Ax + B(ax+b))^3\,Bb}{3(A + Ba)^2} \\
&\quad \left. - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 x^4\right] + Const.
\end{aligned}$$

Dieses Integral von $x = x_1$ bis $x = x_2$ genommen, gibt für das Moment des zweiten Theils des Körpers

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2 \,.\, 4B}\left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3\,x_2 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3\,x_1}{A + Ba}\right. \\
&\quad - \frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^3 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^3}{3(A + Ba)^2}\,Bb \\
&\quad \left. - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 (x_2^4 - x_1^4)\right].
\end{aligned}$$

Addirt man hierzu das zu Anfange dieser Nummer gefundene Moment des ersten Theils, so hat man das Moment des ganzen Körpers:

$$S'X = \frac{1}{2.4B}\left[\frac{(Ax_2+B(ax_2+b))^3\,x_2-(Ax_1+B(ax_1+b))^3\,x_1}{A+Ba}\right.$$

$$-\frac{(Ax_2+B(ax_2+b))^3-(Ax_1+B(ax_1+b))^3}{3\,(A+Ba)^2}\,Bb$$

$$\left.-\left(A+B\frac{y_2}{x_2}\right)^2 x_2^4+\left(A+B\frac{y_1}{x_1}\right)^2 x_1^4\right].$$

Dieser Ausdruck reducirt sich aber durch die nämlichen Substitutionen, welche in Nro. 111 angewandt wurden, auf

$$\frac{1}{2.4B}\Big[(z_2^3\,x_2-z_1^3\,x_1)\,\frac{x_2-x_1}{z_2-z_1}$$

$$-(z_2^3-z_1^3)\left(\frac{x_2-x_1}{z_2-z_1}\right)^2.\frac{Bb}{3}$$

$$-(z_2^2\,x_2^2-z_1^2\,x_1^2)\Big];$$

und dann weiter, weil

$$B=\frac{z_1\,x_2-z_2\,x_1}{x_2y_1-x_1y_2};\quad b=\frac{x_2y_1-x_1y_2}{x_2-x_1}$$

ist, auf

$$\frac{1}{2.3.4B}\cdot\frac{1}{z_2-z_1}\Big[3\,(z_2^3\,x_2-z_1^3\,x_1)\,(x_2-x_1)$$

$$-(z_2^2+z_2z_1+z_1^2)\,(x_2-x_1)\,(z_1x_2-z_2x_1)$$

$$-3\,(z_2^2\,x_2^2-z_1^2\,x_1^2)\,(z_2-z_1)\Big].$$

Es ist aber

$$(z_2^3\,x_2-z_1^3\,x_1)(x_2-x_1)-(z_2^2\,x_2^2-z_1^2\,x_1^2)(z_2-z_1)$$

$$=-z_1^3\,x_1\,x_2-z_2^3\,x_2\,x_1+z_2\,z_1^2\,x_1^2+z_1\,z_2^2\,x_2^2$$

$$=z_1\,x_2\,(z_2^2\,x_2-z_1^2\,x_1)-z_2\,x_1\,(z_2^2\,x_2-z_1^2\,x_1)$$

$$=(z_2^2\,x_2-z_1^2\,x_1)\,(z_1\,x_2-z_2\,x_1);$$

folglich auch

$$S'X = \frac{1}{2.3.4B} \cdot \frac{z_1 x_2 - z_2 x_1}{z_2 - z_1} \left[3\left(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1\right) - \left(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2\right)\left(x_2 - x_1\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2.3.4} \cdot \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{z_2 - z_1} \left[3\left(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1\right) - \left(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2\right)\left(x_2 - x_1\right)\right];$$

und endlich, weil

$$3\left(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1\right) - \left(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2\right)\left(x_2 - x_1\right)$$
$$= x_2\left(2 z_2^2 - z_2 z_1 - z_1^2\right) + x_1\left(z_2^2 + z_2 z_1 - 2 z_1^2\right)$$
$$= x_2\left[z_2^2 - z_1^2 + z_2\left(z_2 - z_1\right)\right] + x_1\left[z_2^2 - z_1^2 + z_1\left(z_2 - z_1\right)\right]$$
$$= \left(z_2 - z_1\right)\left[x_2\left(2 z_2 + z_1\right) + x_1\left(z_2 + 2 z_1\right)\right]$$

ist,

$$S'X = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{2.3.4}\left[x_2\left(2 z_2 + z_1\right) + x_1\left(z_2 + 2 z_1\right)\right];$$

$$X = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{x_2\left(2 z_2 + z_1\right) + x_1\left(z_2 + 2 z_1\right)}{z_2 + z_1}.$$

113. Da die Lage des Körpers in einer andern Beziehung zu der Ebene der xy steht, als zu den Ebenen der xz und yz, so läſst sich Z nicht, wie Y, durch Vertauschung der Coordinaten, von X ableiten; sondern es muſs wirklich berechnet werden. Man hat

von $y = \frac{y_2}{x_2} x$ bis $y = \frac{y_1}{x_1} x$,

$$\int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 = \frac{1}{2.3B}\left[\left(Ax + B\frac{y_1}{x_1}x\right)^3 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}x\right)^3\right]$$

und von $x = 0$ bis $x = x_1$,

$$\int dx \int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 =$$
$$= \frac{1}{2.3.4B}\left[\left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^3 - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^3\right] x_1^4.$$

Man hat ferner,

von $y = \frac{y_2}{x_2} x$ bis $y = ax + b$,

$$\int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 = \frac{1}{2.3B}\left[\left(Ax + B(ax + b)\right)^3 - \left(Ax + B\frac{y_2}{x_2}x\right)^3\right]$$

und von $x = x_1$ bis $x = x_2$,

$$\int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2} z^2 =$$

$$= \frac{1}{2.3.4B}\left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^4 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^4}{A+Ba} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^3 (x_2^4 - x_1^4)\right].$$

Das Moment $S'Z$ des ganzen Körpers ist also

$$\frac{1}{2.3.4B}\left[\frac{(Ax_2 + B(ax_2+b))^4 - (Ax_1 + B(ax_1+b))^4}{A+Ba} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^3 x_2^4 + \left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^3 x_1^4\right]$$

$$= \frac{1}{2.3.4B}\left[(z_2^4 - z_1^4)\frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)\right]$$

$$= \frac{1}{2.3.4B} \cdot \frac{(z_2^4 - z_1^4)(x_2 - x_1) - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)(z_2 - z_1)}{z_2 - z_1}.$$

Es ist aber

$$(z_2^4 - z_1^4)(x_2 - x_1) - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)(z_2 - z_1)$$
$$= - z_1^4 x_2 - z_2^4 x_1 + z_2 z_1^3 x_1 + z_1 z_2^3 x_2$$
$$= z_1 x_2 (z_2^3 - z_1^3) - z_2 x_1 (z_2^3 - z_1^3)$$
$$= (z_2^3 - z_1^3)(z_1 x_2 - z_2 x_1)$$
$$= (z_2 - z_1)(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(z_1 x_2 - z_2 x_1),$$

und folglich

$$S'Z = \frac{z_1 x_2 - z_2 x_1}{2.3.4B}(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)$$

$$= \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{2.3.4}(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2);$$

$$Z = \frac{1}{4} \cdot \frac{z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2}{z_2 + z_1}.$$

114. Es mögen nun $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3$ die Coordinaten der oberen Eckpuncte eines zu der Ebene der xy senkrechten Prisma seyn, so sind, für neue Achsen, welche durch den Punct x_1, y_1, z_1 mit den alten parallel gelegt werden,

$$x_2 - x_1,\quad y_2 - y_1,\quad z_2' - z_1;$$
$$x_3 - x_1,\quad y_3 - y_1,\quad z_3 - z_1$$

die Coordinaten des durch die neue Ebene der xy von dem Prisma getrennten Körpers, und folglich ist, nach Nro. 111, der Inhalt dieses Körpers

$$S'_2 = \tfrac{1}{2}[(x_3-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y_3-y_1)]\,\frac{z_3-z_1+z_2-z_1}{3}$$

oder, wenn man die Grundfläche

$$\tfrac{1}{2}[(x_3-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y_3-y_1)]$$

mit D bezeichnet,

$$S'_2 = \frac{D}{3}(z_3+z_2-2z_1).$$

Ferner ist, nach Nro. 112, wenn man die Coordinaten des Schwerpunctes dieses Körpers in Beziehung auf die neuen Achsen mit X', Y', Z', und in Beziehung auf die alten mit X_2, Y_2, Z_2 bezeichnet,

$$X' = \frac{1}{4}\left[(x_3-x_1)\frac{2(z_3-z_1)+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1} + (x_2-x_1)\frac{z_3-z_1+2(z_2-z_1)}{z_3-z_1+z_2-z_1}\right];$$

$$\begin{aligned}X_2 &= X'+x_1\\ &= \frac{1}{4}\left[(x_3-x_1)\frac{2(z_3-z_1)+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1} + (x_2-x_1)\frac{z_3-z_1+2(z_2-z_1)}{z_3-z_1+z_2-z_1} + 4x_1\frac{z_3-z_1+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1}\right]\\ &= \frac{1}{4(z_3-z_1+z_2-z_1)}\times\\ &\quad[x_3(z_3-z_1+z_2-z_1)+x_3(z_3-z_1)\\ &\quad+x_2(z_3-z_1+z_2-z_1)+x_2(z_2-z_1)\\ &\quad+x_1(z_3-z_1+z_2-z_1)]\\ &= \frac{1}{4(z_3+z_2-2z_1)}[(z_3+z_2-2z_1)(x_3+x_2+x_1)\\ &\quad+x_3(z_3-z_1)+x_2(z_2-z_1)],\end{aligned}$$

und folglich das Moment

$$S'_2 X_2 = \frac{D}{3.4} [(z_3 + z_2 - 2z_1)(x_3 + x_2 + x_1) + x_3(z_3 - z_1) + x_2(z_2 - z_1)].$$

Nach Nro. 109 ist das Moment des andern Stückes

$$S'_1 X_1 = \frac{D}{3} z_1 (x_3 + x_2 + x_1)$$
$$= \frac{D}{3.4} [3 z_1 (x_3 + x_2 + x_1) + z_1 (x_3 + x_2 + x_1)];$$

folglich das Moment des ganzen Prisma

$$S' X = S'_2 X_2 + S'_1 X_1$$
$$= \frac{D}{3.4} [(z_3 + z_2 + z_1)(x_3 + x_2 + x_1) + x_3 z_3 + x_2 z_2 + x_1 z_1].$$

Da nun der Inhalt des ganzen Prisma

$$S' = S'_2 + S'_1$$
$$= \frac{D}{3} (z_3 + z_2 - 2z_1) + D z_1$$
$$= \frac{D}{3} (z_3 + z_2 + z_1)$$

ist, so hat man

$$X = \frac{1}{4} \left[x_3 + x_2 + x_1 + \frac{x_3 z_3 + x_2 z_2 + x_1 z_1}{z_3 + z_2 + z_1} \right].$$

115. Nach Nro. 113 hat man

$$Z' = \frac{1}{4} \cdot \frac{(z_3 - z_1)^2 + (z_3 - z_1)(z_2 - z_1) + (z_2 - z_1)^2}{z_3 - z_1 + z_2 - z_1},$$

und folglich

$$Z_2 = Z' + z_1$$
$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} [(z_3 - z_1)(z_3 - z_1 + z_2 - z_1) + (z_2 - z_1)(z_2 - z_1) + 4 z_1 (z_3 - z_1 + z_2 - z_1)]$$

$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} \times$$
$$[(z_3 - z_1)(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)$$
$$+ (z_2 - z_1)(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1) - (z_2 - z_1)(z_3 - z_1)$$
$$+ 3z_1(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)$$
$$+ z_1(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)]$$
$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} [(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 2z_1(z_3 + z_2 + z_1)$$
$$- z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1 - z_1^2 - 3z_1^2]$$
$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} [(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 6z_1^2$$
$$- z_3 z_2 - z_3 z_1 - z_2 z_1];$$
$$S_2' Z_2 = \frac{D}{3 \cdot 4} [(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 6z_1^2$$
$$- z_3 z_2 - z_3 z_1 - z_2 z_1];$$
$$S_1' Z_1 = D z_1 \cdot \frac{z_1}{2} = \frac{D}{3 \cdot 4} \cdot 6z_1^2;$$
$$S' Z = S_2' Z_2 + S_1' Z_1$$
$$= \frac{D}{3 \cdot 4} [(z_3 + z_2 + z_1)^2$$
$$- (z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1)];$$
$$Z = \frac{1}{4} \left[z_3 + z_2 + z_1 - \frac{z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1}{z_3 + z_2 + z_1} \right].$$

116. Man hat also, wenn man die gefundenen Resultate zusammenstellt, für den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes eines dreiseitigen, oben schief abgeschnittenen, senkrechten Prisma folgende Ausdrücke:

$$S' = \tfrac{1}{2} [(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)] \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3};$$
$$X = \frac{1}{4} \left[x_1 + x_2 + x_3 + \frac{x_1 z_1 + x_2 z_2 + x_3 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right];$$
$$Y = \frac{1}{4} \left[y_1 + y_2 + y_3 + \frac{y_1 z_1 + y_2 z_2 + y_3 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right];$$
$$Z = \frac{1}{4} \left[z_1 + z_2 + z_3 - \frac{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right];$$

oder, wenn man $z_1 + z_2 + z_3 = s$ setzt:

$$S' = \tfrac{1}{2}\left[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)\right]\frac{s}{3};$$

$$X = \frac{1}{4s}\left[x_1(s + z_1) + x_2(s + z_2) + x_3(s + z_3)\right];$$

$$Y = \frac{1}{4s}\left[y_1(s + z_1) + y_2(s + z_2) + y_3(s + z_2)\right];$$

$$Z = \frac{1}{4s}\left[z_1(s - z_2) + z_2(s - z_3) + z_3(s - z_1)\right].$$

117. Da sich ein von lauter Ebenen begrenzter Körper aus dreiseitigen Pyramiden zusammensetzen läſst, welche ihre Spitzen im Ursprunge der Coordinaten, und die Ecken ihrer Grundflächen in den Ecken des Körpers haben, so reducirt sich die Aufgabe in Nro. 110 auch darauf, den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes einer solchen Pyramide zu finden, und hierzu gelangt man sehr leicht durch Anwendung der eben gefundenen Resultate.

Sind nämlich die Ecken der Grundfläche einer solchen Pyramide durch die Coordinaten x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 gegeben, so läſst sich die Pyramide aus folgenden vier Prismen zusammensetzen:

$$\begin{array}{lll} x_1, y_1, z_1; & x_2, y_2, z_2; & x_3, y_3, z_3; \\ 0, 0, 0; & x_2, y_2, z_2; & x_1, y_1, z_1; \\ 0, 0, 0; & x_1, y_1, z_1; & x_3, y_3, z_3; \\ 0, 0, 0; & x_2, y_2, z_2; & x_3, y_3, z_3; \end{array}$$

wobei man sich die Figur so vorstellen kann, daſs das letzte von der Summe der drei vorhergehenden weggenommen werden muſs, um die Pyramide übrig zu lassen. Man hat alsdann für den Inhalt der Pyramide, vermöge der ersten Gleichung in Nro. 116,

$$\left[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)\right]\frac{z_1 + z_2 + z_3}{2 \cdot 3}$$
$$+ (x_1 y_2 - x_2 y_1)\frac{z_1 + z_2}{2 \cdot 3}$$

$$S' X = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4B} \cdot \frac{z_1 x_2 - z_2 x_1}{z_2 - z_1} \Big[3(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1)$$
$$- (z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1)\Big]$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{z_2 - z_1} \Big[3(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1)$$
$$- (z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1)\Big];$$

und endlich, weil

$$3(z_2^2 x_2 - z_1^2 x_1) - (z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(x_2 - x_1)$$
$$= x_2 (2 z_2^2 - z_2 z_1 - z_1^2) + x_1 (z_2^2 + z_2 z_1 - 2 z_1^2)$$
$$= x_2 [z_2^2 - z_1^2 + z_2 (z_2 - z_1)] + x_1 [z_2^2 - z_1^2 + z_1 (z_2 - z_1)]$$
$$= (z_2 - z_1) [x_2 (2 z_2 + z_1) + x_1 (z_2 + 2 z_1)]$$

ist,

$$S' X = \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{2 \cdot 3 \cdot 4} [x_2 (2 z_2 + z_1) + x_1 (z_2 + 2 z_1)];$$

$$X = \tfrac{1}{4} \cdot \frac{x_2 (2 z_2 + z_1) + x_1 (z_2 + 2 z_1)}{z_2 + z_1}.$$

113. Da die Lage des Körpers in einer andern Beziehung zu der Ebene der xy steht, als zu den Ebenen der xz und yz, so läſst sich Z nicht, wie Y, durch Vertauschung der Coordinaten, von X ableiten; sondern es muſs wirklich berechnet werden. Man hat

von $y = \frac{y_2}{x_2} x$ bis $y = \frac{y_1}{x_1} x$,

$$\int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 = \frac{1}{2 \cdot 3B} \Big[\Big(Ax + B \frac{y_1}{x_1} x\Big)^3 - \Big(Ax + B \frac{y_2}{x_2} x\Big)^3\Big]$$

und von $x = 0$ bis $x = x_1$,

$$\int dx \int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 =$$
$$= \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4B} \Big[\Big(A + B \frac{y_1}{x_1}\Big)^3 - \Big(A + B \frac{y_2}{x_2}\Big)^3\Big] x_1^4.$$

Man hat ferner,

von $y = \frac{y_2}{x_2} x$ bis $y = ax + b$,

$$\int dy \cdot \tfrac{1}{2} z^2 = \frac{1}{2 \cdot 3B} \Big[(Ax + B(ax + b))^3 - \Big(Ax + B \frac{y_2}{x_2} x\Big)^3\Big]$$

und von $x = x_1$ bis $x = x_2$,

$$\int dx \int dy \,.\, \tfrac{1}{2} z^2 =$$

$$= \frac{1}{2.3.4B}\Bigg[\frac{(Ax_2 + B(ax_2 + b))^4 - (Ax_1 + B(ax_1 + b))^4}{A + Ba} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^3 (x_2^4 - x_1^4)\Bigg].$$

Das Moment $S'Z$ des ganzen Körpers ist also

$$\frac{1}{2.3.4B}\Bigg[\frac{(Ax_2 + B(ax_2 + b))^4 - (Ax_1 + B(ax_1 + b))^4}{A + Ba} - \left(A + B\frac{y_2}{x_2}\right)^3 x_2^4 + \left(A + B\frac{y_1}{x_1}\right)^3 x_1^4\Bigg]$$

$$= \frac{1}{2.3.4B}\left[(z_2^4 - z_1^4)\,\frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)\right]$$

$$= \frac{1}{2.3.4B} \cdot \frac{(z_2^4 - z_1^4)(x_2 - x_1) - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)(z_2 - z_1)}{z_2 - z_1}.$$

Es ist aber

$$(z_2^4 - z_1^4)(x_2 - x_1) - (z_2^3 x_2 - z_1^3 x_1)(z_2 - z_1)$$
$$= - z_1^4 x_2 - z_2^4 x_1 + z_2 z_1^3 x_1 + z_1 z_2^3 x_2$$
$$= z_1 x_2 (z_2^3 - z_1^3) - z_2 x_1 (z_2^3 - z_1^3)$$
$$= (z_2^3 - z_1^3)(z_1 x_2 - z_2 x_1)$$
$$= (z_2 - z_1)(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)(z_1 x_2 - z_2 x_1),$$

und folglich

$$S'Z = \frac{z_1 x_2 - z_2 x_1}{2.3.4B}(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2)$$
$$= \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{2.3.4}(z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2);$$
$$Z = \frac{1}{4} \cdot \frac{z_2^2 + z_2 z_1 + z_1^2}{z_2 + z_1}.$$

114. Es mögen nun x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 die Coordinaten der oberen Eckpuncte eines zu der Ebene der xy senkrechten Prisma seyn, so sind, für neue Achsen, welche durch den Punct x_1, y_1, z_1 mit den alten parallel gelegt werden,

$$x_2 - x_1,\quad y_2 - y_1,\quad z_2 - z_1;$$
$$x_3 - x_1,\quad y_3 - y_1,\quad z_3 - z_1$$

die Coordinaten des durch die neue Ebene der xy von dem Prisma getrennten Körpers, und folglich ist, nach Nro. 111, der Inhalt dieses Körpers

$$S'_2 = \tfrac{1}{2}[(x_3-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y_3-y_1)]\,\frac{z_3-z_1+z_2-z_1}{3}$$

oder, wenn man die Grundfläche

$$\tfrac{1}{2}[(x_3-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y_3-y_1)]$$

mit D bezeichnet,

$$S'_2 = \frac{D}{3}(z_3+z_2-2z_1).$$

Ferner ist, nach Nro. 112, wenn man die Coordinaten des Schwerpunctes dieses Körpers in Beziehung auf die neuen Achsen mit X', Y', Z', und in Beziehung auf die alten mit X_2, Y_2, Z_2 bezeichnet,

$$X' = \frac{1}{4}\Big[(x_3-x_1)\frac{2(z_3-z_1)+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1} + (x_2-x_1)\frac{z_3-z_1+2(z_2-z_1)}{z_3-z_1+z_2-z_1}\Big];$$

$$\begin{aligned} X_2 &= X'+x_1 \\ &= \frac{1}{4}\Big[(x_3-x_1)\frac{2(z_3-z_1)+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1} + (x_2-x_1)\frac{z_3-z_1+2(z_2-z_1)}{z_3-z_1+z_2-z_1} + 4x_1\frac{z_3-z_1+z_2-z_1}{z_3-z_1+z_2-z_1}\Big] \\ &= \frac{1}{4(z_3-z_1+z_2-z_1)}\times \\ &\quad [x_3(z_3-z_1+z_2-z_1)+x_3(z_3-z_1) \\ &\quad + x_2(z_3-z_1+z_2-z_1)+x_2(z_2-z_1) \\ &\quad + x_1(z_3-z_1+z_2-z_1)] \\ &= \frac{1}{4(z_3+z_2-2z_1)}[(z_3+z_2-2z_1)(x_3+x_2+x_1) \\ &\quad + x_3(z_3-z_1)+x_2(z_2-z_1)], \end{aligned}$$

und folglich das Moment

$$S'_2 X_2 = \frac{D}{3 \cdot 4} [(z_3 + z_2 - 2z_1)(x_3 + x_2 + x_1)$$
$$+ x_3 (z_3 - z_1) + x_2 (z_2 - z_1)].$$

Nach Nro. 109 ist das Moment des andern Stückes

$$S'_1 X_1 = \frac{D}{3} z_1 (x_3 + x_2 + x_1)$$
$$= \frac{D}{3 \cdot 4} [3 z_1 (x_3 + x_2 + x_1)$$
$$+ z_1 (x_3 + x_2 + x_1)];$$

folglich das Moment des ganzen Prisma

$$S' X = S'_2 X_2 + S'_1 X_1$$
$$= \frac{D}{3 \cdot 4} [(z_3 + z_2 + z_1)(x_3 + x_2 + x_1)$$
$$+ x_3 z_3 + x_2 z_2 + x_1 z_1].$$

Da nun der Inhalt des ganzen Prisma

$$S' = S'_2 + S'_1$$
$$= \frac{D}{3} (z_3 + z_2 - 2z_1) + D z_1$$
$$= \frac{D}{3} (z_3 + z_2 + z_1)$$

ist, so hat man

$$X = \frac{1}{4} \left[x_3 + x_2 + x_1 + \frac{x_3 z_3 + x_2 z_2 + x_1 z_1}{z_3 + z_2 + z_1} \right].$$

115. Nach Nro. 113 hat man

$$Z' = \frac{1}{4} \cdot \frac{(z_3 - z_1)^2 + (z_3 - z_1)(z_2 - z_1) + (z_2 - z_1)^2}{z_3 - z_1 + z_2 - z_1},$$

und folglich

$$Z_2 = Z' + z_1$$
$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} [(z_3 - z_1)(z_3 - z_1 + z_2 - z_1)$$
$$+ (z_2 - z_1)(z_2 - z_1)$$
$$+ 4 z_1 (z_3 - z_1 + z_2 - z_1)]$$

$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)} \times$$

$$[(z_3 - z_1)(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)$$
$$+ (z_2 - z_1)(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1) - (z_2 - z_1)(z_3 - z_1)$$
$$+ 3z_1(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)$$
$$+ z_1(z_3 + z_2 + z_1 - 3z_1)]$$

$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)}[(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 2z_1(z_3 + z_2 + z_1)$$
$$- z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1 - z_1^2 - 3z_1^2]$$

$$= \frac{1}{4(z_3 + z_2 - 2z_1)}[(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 6z_1^2$$
$$- z_3 z_2 - z_3 z_1 - z_2 z_1];$$

$$S'_2 Z_2 = \frac{D}{3 \cdot 4}[(z_3 + z_2 + z_1)^2 - 6z_1^2$$
$$- z_3 z_2 - z_3 z_1 - z_2 z_1];$$

$$S'_1 Z_1 = D z_1 \cdot \frac{z_1}{2} = \frac{D}{3 \cdot 4} \cdot 6z_1^2;$$

$$S' Z = S'_2 Z_2 + S'_1 Z_1$$
$$= \frac{D}{3 \cdot 4}[(z_3 + z_2 + z_1)^2$$
$$- (z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1)];$$

$$Z = \frac{1}{4}\left[z_3 + z_2 + z_1 - \frac{z_3 z_2 + z_3 z_1 + z_2 z_1}{z_3 + z_2 + z_1}\right].$$

116. Man hat also, wenn man die gefundenen Resultate zusammenstellt, für den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes eines dreiseitigen, oben schief abgeschnittenen, senkrechten Prisma folgende Ausdrücke:

$$S' = \tfrac{1}{2}[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)]\frac{z_1 + z_2 + z_3}{3};$$

$$X = \frac{1}{4}\left[x_1 + x_2 + x_3 + \frac{x_1 z_1 + x_2 z_2 + x_3 z_3}{z_1 + z_2 + z_3}\right];$$

$$Y = \frac{1}{4}\left[y_1 + y_2 + y_3 + \frac{y_1 z_1 + y_2 z_2 + y_3 z_3}{z_1 + z_2 + z_3}\right];$$

$$Z = \frac{1}{4}\left[z_1 + z_2 + z_3 - \frac{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}{z_1 + z_2 + z_3}\right];$$

oder, wenn man $z_1 + z_2 + z_3 = s$ setzt:

$$S' = \tfrac{1}{2}\left[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)\right]\frac{s}{3};$$

$$X = \frac{1}{4s}\left[x_1(s + z_1) + x_2(s + z_2) + x_3(s + z_3)\right];$$

$$Y = \frac{1}{4s}\left[y_1(s + z_1) + y_2(s + z_2) + y_3(s + z_2)\right];$$

$$Z = \frac{1}{4s}\left[z_1(s - z_2) + z_2(s - z_3) + z_3(s - z_1)\right].$$

117. Da sich ein von lauter Ebenen begrenzter Körper aus dreiseitigen Pyramiden zusammensetzen läſst, welche ihre Spitzen im Ursprunge der Coordinaten, und die Ecken ihrer Grundflächen in den Ecken des Körpers haben, so reducirt sich die Aufgabe in Nro. 110 auch darauf, den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes einer solchen Pyramide zu finden, und hierzu gelangt man sehr leicht durch Anwendung der eben gefundenen Resultate.

Sind nämlich die Ecken der Grundfläche einer solchen Pyramide durch die Coordinaten x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 gegeben, so läſst sich die Pyramide aus folgenden vier Prismen zusammensetzen:

$$\begin{array}{lll} x_1,\ y_1,\ z_1; & x_2,\ y_2,\ z_2; & x_3,\ y_3,\ z_3; \\ 0,\ 0,\ 0; & x_2,\ y_2,\ z_2; & x_1,\ y_1,\ z_1; \\ 0,\ 0,\ 0; & x_1,\ y_1,\ z_1; & x_3,\ y_3,\ z_3; \\ 0,\ 0,\ 0; & x_2,\ y_2,\ z_2; & x_3,\ y_3,\ z_3; \end{array}$$

wobei man sich die Figur so vorstellen kann, daſs das letzte von der Summe der drei vorhergehenden weggenommen werden muſs, um die Pyramide übrig zu lassen. Man hat alsdann für den Inhalt der Pyramide, vermöge der ersten Gleichung in Nro. 116,

$$\left[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)\right]\frac{z_1 + z_2 + z_3}{2 \cdot 3}$$
$$+ (x_1 y_2 - x_2 y_1)\frac{z_1 + z_2}{2 \cdot 3}$$



$$
\begin{aligned}
&+ (x_3 y_1 - x_1 y_3) \frac{z_1 + z_3}{2 \cdot 3} \\
&- (x_3 y_2 - x_2 y_3) \frac{z_2 + z_3}{2 \cdot 3} \\
= \frac{1}{2 \cdot 3} \big[(&x_3 y_2 - x_2 y_3 \\
&+ x_1 y_3 - x_3 y_1 \\
&+ x_2 y_1 - x_1 y_2)(z_1 + z_2 + z_3) \\
&- (x_2 y_1 - x_1 y_2)(z_1 + z_2) \\
&- (x_1 y_3 - x_3 y_1)(z_1 + z_3) \\
&- (x_3 y_2 - x_2 y_3)(z_2 + z_3) \big] \\
= \frac{1}{2 \cdot 3} \big[&(x_3 y_2 - x_2 y_3) z_1 \\
&+ (x_1 y_3 - x_3 y_1) z_2 \\
&+ (x_2 y_1 - x_1 y_2) z_3 \big] = S'.
\end{aligned}
$$

118. Für die Summe der Momente in Beziehung auf die Ebene der xy hat man, vermöge der ersten und vierten Gleichung in Nro. 116,

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \big[(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) \big] \times \\
&\qquad \big[(z_1 + z_2 + z_3)^2 - (z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3) \big] \\
+ &\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} (x_1 y_2 - x_2 y_1) \big[(z_1 + z_2)^2 - z_1 z_2 \big] \\
+ &\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} (x_3 y_1 - x_1 y_3) \big[(z_1 + z_3)^2 - z_1 z_3 \big] \\
- &\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} (x_3 y_2 - x_2 y_3) \big[(z_2 + z_3)^2 - z_2 z_3 \big] \\
= &\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \big[(x_3 y_2 - x_2 y_3 \\
&\quad + x_1 y_3 - x_3 y_1 \\
&\quad + x_2 y_1 - x_1 y_2)(z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3 \\
&\qquad\qquad + z_1^2 + z_2^2 + z_3^2) \\
&\quad - (x_2 y_1 - x_1 y_2)(z_1^2 + z_2 z_2 + z_2^2) \\
&\quad - (x_1 y_3 - x_3 y_1)(z_1^2 + z_1 z_3 + z_3^2) \\
&\quad - (x_3 y_2 - x_2 y_3)(z_2^2 + z_2 z_3 + z_3^2) \big]
\end{aligned}
$$

$$= \frac{1}{2.3.4}[(x_3y_2 - x_2y_3)(z_1^2 + z_1z_2 + z_1z_3)$$
$$+ (x_1y_3 - x_3y_1)(z_1z_2 + z_2^2 + z_2z_3)$$
$$+ (x_2y_1 - x_1y_2)(z_1z_3 + z_2z_3 + z_3^2)]$$
$$= \frac{z_1 + z_2 + z_3}{2.3.4}[(x_3y_2 - x_2y_3)z_1$$
$$+ (x_1y_3 - x_3y_1)z_2$$
$$+ (x_2y_1 - x_1y_2)z_3] = S'Z;$$

folglich

$$Z = \frac{S'Z}{S'} = \tfrac{1}{4}(z_1 + z_2 + z_3).$$

119. **Aus der Form dieses Ausdruckes und der Lage der Pyramide gegen die coordinirten Ebenen geht hervor, dafs man in Z nur x oder y statt z zu setzen braucht, um X oder Y zu erhalten. Man hat demnach für den Inhalt und die Coordinaten des Schwerpunctes einer dreiseitigen Pyramide, wovon sich eine Ecke im Ursprunge der Coordinaten befindet, folgende Ausdrücke:**

$$S' = \frac{1}{2.3}[(x_3y_2 - x_2y_3)z_1$$
$$+ (x_1y_3 - x_3y_1)z_2$$
$$+ (x_2y_1 - x_1y_2)z_3];$$
$$X = \tfrac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3);$$
$$Y = \tfrac{1}{4}(y_1 + y_2 + y_3);$$
$$Z = \tfrac{1}{4}(z_1 + z_2 + z_3).$$

120. Die Gleichungen der Geraden, welche durch die Spitze der Pyramide und den in Nro. 101 gefundenen Schwerpunct der Grundfläche geht, sind

$$y = \frac{\frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)}{\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)}x, \quad z = \frac{\frac{1}{3}(z_1 + z_2 + z_3)}{\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)}x.$$

Diese Gleichungen werden aber durch die eben gefundenen Coordinaten des Schwerpunctes der Pyramide identisch, folglich liegt derselbe in der von der Spitze nach dem Schwerpuncte der Grundfläche gezogenen Ge-

raden, und zwar, weil sich die Coordinaten dieser Schwerpuncte wie $\frac{1}{4}$ zu $\frac{1}{3}$ verhalten, um $\frac{3}{4}$ dieser Geraden von der Spitze entfernt.

121. Befindet sich die Spitze der Pyramide nicht im Ursprunge der Coordinaten, sondern in dem Puncte x, y, z: so erhält man aus Nro. 119, durch das in Nro. 101 angewandte Verfahren,

$$X = \tfrac{1}{4}(x + x_1 + x_2 + x_3);$$
$$Y = \tfrac{1}{4}(y + y_1 + y_2 + y_3);$$
$$Z = \tfrac{1}{4}(z + z_1 + z_2 + z_3).$$

Es folgt hieraus, vermöge Nro. 75 und 76, dafs der Schwerpunct einer dreiseitigen Pyramide der Mittelpunct von vier gleichen, parallelen Kräften ist, die in den vier Ecken der Pyramide angebracht sind.

Einen ähnlichen Satz enthalten die in Nro. 101 gefundenen Resultate in Beziehung auf das Dreieck.

122. Wenn die in Nro. 106 vorausgesetzten Grenzflächen $z = f(x, y)$, $z = f'(x, y)$ zusammen genommen nur eine Rotationsfläche um die Achse der x bilden, so hat man, weil $y^2 + z^2 = \psi x^2$ die Gleichung derselben ist,

$$z = f(x, y) = \sqrt{(\psi x^2 - y^2)},$$
$$z = f'(x, y) = -\sqrt{(\psi x^2 - y^2)};$$

und folglich, nach Nro. 107,

$$S' = \int dx \int dy \, . \, 2\sqrt{(\psi x^2 - y^2)};$$
$$S'X = \int dx \int dy \, . \, 2x\sqrt{(\psi x^2 - y^2)};$$
$$S'Y = \int dx \int dy \, . \, 2y\sqrt{(\psi x^2 - y^2)};$$
$$S'Z = \int dx \int dy \, . \, 0.$$

Nun ist

$$\int dy \, . \, 2\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} =$$
$$y\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} + 2\psi x^2 \text{ arc.}\left(\text{tang.} = \sqrt{\frac{\psi x + y}{\psi x - y}}\right) + Fx;$$
$$\int dy \, . \, 2y\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} = -\tfrac{2}{3}(\psi x^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} + F'x,$$

Sollen sich diese Integrale über den ganzen Körper erstrecken, so müssen sie, weil $y = \pm \psi x$, $z = 0$ die Gleichungen der Durchschnittslinie der Oberfläche des Körpers mit der Ebene der xy sind, von $y = -\psi x$ bis $y = \psi x$ genommen werden, wodurch man

$$\int dy \,.\, 2\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} = 2\psi x^2\,[\text{arc.}(\text{tang.} = \tfrac{1}{0}) - \text{arc.}(\text{tg.} = 0)]$$
$$= 2\psi x^2 \left(\frac{\pi}{2} - 0\right)$$
$$= \pi\psi x^2;$$
$$\int dy \,.\, 2y\sqrt{(\psi x^2 - y^2)} = 0 \quad \text{erhält.}$$

Man hat also

$$S' = \pi\int dx \,.\, \psi x^2;\ S'X = \pi\int dx \,.\, x\psi x^2,\ S'Y = 0;\ S'Z = 0.$$

123. Für den von der Rotationsfläche $y^2 + z^2 = \chi x^2$ begrenzten Körper hat man

$$S' = \pi\int dx \,.\, \chi x^2;\quad S'X = \pi\int dx \,.\, x\chi x^2;$$

folglich, für den zwischen beiden Rotationsflächen liegenden Körper

$$S' = \pi\int dx \,.\, \psi x^2 - \pi\int dx \,.\, \chi x^2$$
$$= \pi\int dx\,(\psi x^2 - \chi x^2);$$
$$S'X = \pi\int dx \,.\, x\psi x^2 - \pi\int dx \,.\, x\chi x^2$$
$$= \pi\int dx \,.\, x\,(\psi x^2 - \chi x^2).$$

124. Aus der ersten und dritten Gleichung in Nro. 103 folgt

$$2YS = \int dx\,(\psi x^2 - \chi x^2),$$

folglich hat man auch vermöge der ersten Gleichung in Nro. 123

$$S' = 2\pi YS;$$

eine Gleichung, welche den Satz ausdrückt, daſs der Inhalt S' eines Rotationskörpers erhalten wird, wenn man die mit der Rotationsachse in einer Ebene liegende Erzeugungsfläche S mit dem von ihrem Schwerpuncte zurückgelegten Wege $2\pi Y$ multiplicirt.

125. Für eine Linie, deren Gleichungen $y = \varphi x$, $z = 0$ sind, folgt aus der vorletzten Gleichung in Nro. 85

$$Ys = \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx},$$

und aus Nro. 105 für die durch eine vollständige Rotation dieser Linie erzeugte Fläche

$$S = 2\pi \int dx \,.\, \varphi x \frac{ds}{dx},$$

folglich hat man auch

$$S = 2\pi Ys,$$

und diese Gleichung enthält den Satz, daſs der Inhalt S einer Rotationsfläche gleich ist der mit der Rotationsachse in einer Ebene liegenden Erzeugungslinie s, multiplicirt mit dem Wege $2\pi Y$ ihres Schwerpunctes.

126. Die beiden Sätze Nro. 124 und 125 sind unter dem Namen der *Guldin*'schen Regel bekannt. Ihre unbedingte Anwendung setzt voraus, daſs sich die ganze Erzeugungsfläche oder Erzeugungslinie auf einer Seite der Rotationsachse befinde. Daſs übrigens der Satz in Nro. 125 auch für vielästige Erzeugungscurven gilt, läſst sich auf folgende Art zeigen.

Man denke sich die Curve in solche Stücke $s, s_1, s_2, \ldots$ getheilt, für welche die Richtigkeit des Satzes dargethan ist, so hat man

$$\begin{aligned} S + S_1 + \ldots &= 2\pi Ys + 2\pi Y_1 s_1 + \ldots \\ &= 2\pi (Ys + Y_1 s_1 + \ldots) \\ &= 2\pi \frac{Ys + Y_1 s_1 + \ldots}{s + s_1 + \ldots} (s + s_1 + \ldots). \end{aligned}$$

Da nun $\dfrac{Ys + Y_1 s_1 + \ldots}{s + s_1 + \ldots}$ der Abstand des Schwerpunctes der ganzen Curve $s + s_1 + \ldots$ von der Rotationsachse ist, so drückt die letzte Gleichung den in Rede stehenden Satz in Beziehung auf die ganze Curve aus.

VI.
Einige merkwürdige Regenbögen,
beobachtet von
W. Scoresby.

(Phil. journ. Nro. 4. pag. 235.)

Scoresby beobachtete zu Bridlingon Quay am 12. August 1826 einen sehr merkwürdigen Regenbogen. Die Sonne schien hell, und eine leichte abgesonderte Regenwolke befand sich an der Ostseite der Stadt, und hatte eine Bewegung von Nord nach Süd. In dieser erschien der Haupt- und der Nebenregenbogen vollständig, ihr linker Arm stand auf dem festen Lande auf, und der rechte reichte bis auf die Oberfläche der See. Die Farben erschienen ungemein glänzend. Innerhalb des Hauptregenbogens befanden sich aber nicht weniger als drei, wenn nicht vier überzählige Bögen nahe an einander und in regelmäſsiger Ordnung, allein ihre Intensität war nach der Ordnung immer schwächer, so daſs man den letzten kaum mehr unterscheiden konnte. Die Farben des Hauptregenbogens erschienen in der gewöhnlichen Ordnung von auſsen roth, dann folgte orange, gelb, grün, blau, indigoblau und violett. Unmittelbar auf den violetten Theil folgten die überzähligen Streifen mit verschiedenen Farben, die hauptsächlich aus Grün, Purpurroth oder Violett bestanden. Diese folgten aber nicht in der Ordnung, wie im prismatischen Farbenbilde. Das ganze Phänomen glich einem prachtvollen Thronhimmel mit verticalen Bögen, die von innen heraus angesehen an Deutlichkeit desto mehr abnehmen, je weiter sie entfernt sind.

Ein anderes noch merkwürdigeres Phänomen, wel-

ches derselbe Gelehrte am 3. September 1821 kurz vor Sonnenuntergang zur See in der Nähe der Nordküste von Irland beobachtete, bestand aus zwei schönen Stücken von einem Haupt- und einem Nebenregenbogen, von der Art, wie diejenigen, welche man Regengallen nennt, mit mehreren überzähligen Bogen innerhalb jenen, und zugleich, worin eigentlich die Merkwürdigkeit besteht, ein anderes Farbenbild, das fast vertical von der Basis jedes gewöhnlichen Bogens an der Oberfläche der See aufstieg, und zwei Figuren bildete, die einem griechischen *v* ähnlich waren.

Die Segmente *a* und *b* (Fig. 7) stellen Theile des Haupt- und Nebenregenbogens vor, *e* sind die überschüssigen Bögen, *c* und *d* die zwei verticalen Farbenbilder. *Scoresby* meint, er irre, wenn er diese Spectra verticale nennt, da sie wie Theile eines Kreises erscheinen, wie gewöhnliche Regenbögen; er sagt aber zugleich, da er keine Mittel zur Hand hatte, sich von der genauen Gestalt zu überzeugen, so konnte er weder die Krümmung noch ihre Abweichung von der verticalen Richtung genau ausmitteln.

Die Farben der verticalen Farbenbilder *c* und *d* befolgten dieselbe Ordnung wie in den Regenbögen, mit denen sie verbunden waren, auch hatten sie mit diesen einerlei Lichtstärke, und stimmten mit ihnen in der Breite überein. Zur Zeit, wo dieses Phänomen beobachtet wurde, war die See ungewöhnlich ruhig, kein Wind regte sich, die Atmosphäre voll schwerer Regenwolken mit Ausnahme der Stelle, wo man die Sonne sah, und von verschiedenen Seiten fiel Regen.

Scoresby gibt von diesem merkwürdigen Phänomen folgende Erklärung: Die See war zur Zeit dieser Beobachtung ungemein ruhig, und ihre Oberfläche war glatt wie ein Planspiegel; die Sonne stand sehr niedrig, ihre

Höhe mochte 7° — 8° betragen haben. Unter diesen Umständen konnte eine bedeutende Reflexion der Sonnenstrahlen an der Oberfläche des Meeres Statt finden. Da nach *Newton* $^1/_{13}$ — $^1/_{14}$ der Strahlen, die unter $7^1/_2{}^\circ$ von der Luft auf das Wasser auffallen, reflectirt wird, so kann wohl dieses reflectirte Licht hinreichen, um einen Regenbogen zu zeigen, dessen Intensität halb so groſs ist, als die des gewöhnlichen. Nimmt man an, daſs wirklich ein solcher reflectirter Regenbogen erscheint, so muſs er eine andere Lage haben, als der directe, indem die Mittelpuncte beider von einander abstehen müssen. Der reflectirte Bogen muſs gröſser seyn, als ein Halbkreis, und zwar um so viel gröſser, als der directe Bogen kleiner ist, als ein Halbkreis. Der Mittelpunct eines gewöhnlichen Regenbogens liegt so viele Grade unter dem Horizont, als die Sonne ober demselben sich befindet; das Centrum des reflectirten hingegen liegt eben so hoch über dem Horizont, als das des directen unter demselben sich befindet, welches aus der Gleichheit zwischen dem Einfalls- und Reflexionswinkel unmittelbar folgt. Daher muſs auch die im Horizont befindliche Chorde beider Bogen einander gleich seyn, und sie schneiden sich daselbst. Alles dieses fand bei obiger Erscheinung wirklich Statt, und daher kann man die überzähligen Bögen wohl als Stücke eines reflectirten Regenbogens ansehen.

Fig. 8 stellt die Erscheinung dar, wie sie erfolgen muſs, wenn obige Ansicht richtig ist. Sie stimmt mit der beobachteten wirklich überein, nur daſs man die höheren Theile des reflectirten Bogens nicht sah. *Scoresby* sagt, viele Physiker bezweifeln die Wirklichkeit solcher umgekehrter Regenbögen, andere betrachten sie als optische Täuschung. Obiges Factum setzt aber die Sache ganz auſser allen Zweifel.

Der einzige Umstand, welcher dieser Erklärung im

Wege zu stehen scheint, ist, dafs die Anzahl der Strahlen, die vom Wasser reflectirt werden, gegen die der absorbirten sehr gering ist. Jedoch hat man guten Grund, dafs diese Licht-Intensität zur Erzeugung eines sichtbaren Bogens grofs genug sey, indem das Mondlicht hinreichend stark ist, um einen bemerkbaren Regenbogen hervorzubringen, welches doch nach Dr. *Smith* nur etwas mehr als $^1/_{90000}$, und nach *Bouguer* nicht über $^1/_{300000}$ des Sonnenlichtes beträgt.

VII.
Über die Flamme,

von

Libri.

(Memoria sopra la flamma, letta alla società dei georgofili. Firenze, 1827.)

Der Verfasser dieser Abhandlung schickt ihr eine kleine Einleitung voraus, worin er den Nutzen der *Davy*'schen Sicherheitslampe zeigt, hierauf geht er auf die Theorie derselben über, und sagt: Viele Versuche, die *Davy* angestellt hat, um die Ursache der schützenden Wirkung des Drahtgeflechtes zu erklären, brachten ihm die Überzeugung bei, dafs dieses die Leitungsfähigkeit des Drahtes für die Wärme sey; diese begünstiget das schnelle Abfliefsen der Wärme, und bewirkt dadurch die Abkühlung in den Theilen der Flamme innerhalb der Lampe, welche dem Drahte nahe liegen, woher es dann kommt, dafs es dem Gasgemenge aufserhalb der Lampe nicht die zum Verbrennen nöthige Temperatur mittheilen kann. Diese Theorie war bald als strenger

Beweis angesehen, und wiewohl ihr einige Versuche stark im Wege standen, so wurden diese doch von den meisten Physikern nicht in Betrachtung gezogen, weil ihnen das Ansehen des berühmten englischen Chemikers zu sehr imponirte.

Murray bemerkte, daſs nicht bloſs Netze aus gut leitenden Metallen eine Flamme abstumpfen, in die man sie hält, sondern daſs jedes Metallgewebe, es mag die Wärme so wenig leiten als man will, denselben Effect hervorbringt; er dachte darum, es müsse die Entzündung der Gase durch etwas anders gehindert werden, als durch Verminderung der Temperatur. Da er aber sah, eine Metallplatte, so gut sie auch die Wärme leiten mag, verlösche eine sehr nahe Flamme nicht, so glaubte er, daſs in der Gestalt des Metallkörpers und in einer besonderen Beschaffenheit desselben der Grund obiger Wirkung liege, und faſste die Überzeugung, daſs eine Flamme so wie einige andere Flüssigkeiten gleichsam mit einem Häutchen überzogen sey, das sie nicht durch kleine Öffnungen gehen läſst. Jedoch diese Meinung ist schon für sich etwas sonderbar und nicht hinreichend begründet, und wurde überdieſs bald durch eine neue Beobachtung bekämpft, die zugleich der *Davy*'schen und der *Murray*'schen Theorie im Wege steht. *Deuchan* wollte nämlich Knallpulver zum Losschieſsen der Artilleriegeschütze benützen, und sah, daſs die Flamme desselben ungehindert durch zwölf Metallnetze ging, darin einen Weg von nahe drei Fuſs zurücklegte, und das Schieſspulver entzündete. Später fand man auch, daſs nicht bloſs diese Flamme, sondern auch jede andere ein Metallgewebe durchdringen kann.

Unter diesen Umständen halte ich es für nothwendig, eine andere Ursache aufzusuchen, die mit der von *Davy* angegebenen vereint obiges Phänomen erklärt;

denn wiewohl man zugeben muſs, daſs die Leitungsfähigkeit des Netzes etwas dazu beiträgt, so kann man ihr doch nicht die ganze Wirkung zuschreiben.

Als ich untersuchen wollte, ob eine Flamme durch die Gestalt des zum Netze verwendeten Körpers, oder durch seine Natur gehindert wird, durch dieses Netz zu gehen, fand ich zu meinem Erstaunen, daſs weder das eine noch das andere darauf Einfluſs habe; denn als ich einen Metalldraht, den ich als Element eines Netzes ansehe, einer Flamme nahe brachte, bemerkte ich, daſs ér an ihr eine kleine Ablenkung hervorbrachte. Dieses fand Statt, der Faden mochte aus was immer für einem Stoffe bestehen, ein guter oder ein schlechter Leiter seyn. Diese Ablenkung wuchs, wenn der Draht an Masse zunahm, oder seine Entfernung von der Flamme kleiner wurde. Wenn man auch nach der *Davy*'schen Ansicht zuläſst, daſs der dem Drahte nahe Theil der Flamme verlischt, weil ihm die Wärme entzogen wird, und so eine scheinbare Ablenkung der Flamme hervorbringt, so zweifle ich doch an ihrer Richtigkeit deſshalb, weil schlecht leitende Körper keine kleinere Ablenkung bewirken, als gute Leiter, und diese Ablenkung mit der Masse des Drahtes wächst, während doch dünne und zarte Körper bei übrigens gleichen Umständen die Wärme am besten ableiten. Um allen Zweifel zu beseitigen, näherte ich der Flamme einen Körper von der Temperatur der umgebenden Luft, erwärmte ihn hierauf stufenweise, bis er sehr heiſs wurde, näherte ihn bei jedem Wärmegrade der Flamme, und bemerkte, daſs in jedem Falle dieselbe Ablenkung Statt fand, wiewohl der heiſse Draht der Flamme kaum einige Wärme entziehen konnte. Selbst als ich zwei Flämmchen einander stark näherte, stieſsen sie sich ab, wiewohl dadurch ihre Temperatur statt vermindert, gesteigert werden muſste.

Diese Beobachtungen erregten in mir den Wunsch, mehr in die Natur der Flamme einzudringen, und ich nahm mir vor, zuerst ihr Äufseres genau zu untersuchen.

Die Flamme einer Kerze ist in ruhiger Luft immer conisch, an der Spitze etwas dunkel, gegen die Basis hinab aber immer heller und lebhafter, endlich unten durchsichtig und etwas blau. Diesen Lichtkegel umgibt ein weifsliches schwaches Licht; wird er durch ein Metallnetz abgestumpft, so sieht man ihn von innen mit Rauch erfüllt. Die Eigenthümlichkeit haben die Physiker schon seit Langem erkannt; allein da die Veränderungen in der Farbe und Durchsichtigkeit nicht immer mit freiem Auge so leicht verfolgt werden können, und man auch beim längeren Ansehen in grofser Nähe durch die Lebhaftigkeit des Lichtes dem Auge schadet: so mufste ich auf ein Mittel denken, diese Beobachtungen mit mehr Sicherheit und Bequemlichkeit anstellen zu können. Dieses fand ich darin, dafs ich die Flamme der Sonne aussetzte. Die Stellen, wo ihre Strahlen sie leichter und minder leicht durchdringen, konnte ich von einander leicht an ihrer Projection auf einem weifsen Papiere erkennen. Da konnte ich auch um den Hauptschatten der Flamme einen anderen minder dunklen bemerken, der eine geringere Ausdehnung hat, und eine cylindrische Gestalt, aus dessen beständiger Bewegung von unten nach oben ich abnahm, dafs er von elastischen Flüssigkeiten herrührt, die in die Höhe steigen, ohne zu verbrennen, und die Flamme umgeben.

Diese Beobachtungen standen mit der Betrachtung der Phänomene der Repulsion in Verbindung; denn nähert man einen Körper dem oberen röthlichen Theil der Flamme, so sieht man, dafs sie wächst, sich verlängert, und die nahen Gegenstände stärker beleuchtet; taucht man einen Metalldraht hinein, so steigt die Flamme, der

Draht aber überzieht sich mit Rufs; wird dieser dem unteren blauen Theile der Flamme genähert, so findet die Repulsion, aber nicht die Erhöhung Statt; taucht man aber in dieser Stelle einen feinen Körper in die Flamme, so wird sich weder jener mit Rufs überziehen, noch diese sich erhöhen; stumpft man endlich die Flamme mit einem Metallnetz an einer tiefen Stelle, nahe am Docht, wo sie blau ist, ab, so sieht man, dafs der innere Raum nicht, wie vorhin gesagt wurde, mit Rauch erfüllt ist, sondern bis zum Mittelpuncte Brennen Statt findet.

Nähert man zwei Kerzenflammen, die sich in einerlei Höhe befinden, so entsteht, sobald sie sich berühren, zwischen ihnen ein neues weifses Licht, welches beide zu einer Flamme verbindet; sind sie einander sehr nahe, so nehmen sie an Volumen und Höhe zu, und verbreiten mehr Licht, als sie aussendeten, so lange sie getrennt waren. Tritt eine in den Raum der anderen ein, so sieht man doch im Innern ihre Grenzen, sie haben aber mehr Höhe und Lichtstärke. Erhöht man eine der beiden Flammen, so dafs die Basis der einen unmittelbar über der Spitze der anderen zu stehen kommt, so weicht die untere merklich von der verticalen Richtung ab, während die obere an Volumen und Lichtstärke ungemein zunimmt; erhöht man diese nach und nach immer mehr, verhält sie aber immer noch in derselben Verticalen mit der anderen, so vermindert sich zuerst die gröfsere Lichtstärke, und fängt dann gar an, schwächer zu werden, als sie für sich war; in der Entfernung von einigen Zollen ist diese beinahe, und wenn sie ursprünglich nicht sehr lebhaft war, gänzlich verschwunden.

Die bisher bekannten Theorien reichen nicht hin, diese Phänomene zu erklären, ich mufste daher ein anderes Prinzip zu ihrer Erklärung suchen. Lange zau-

derte ich, mich für irgend eines auszusprechen, bis ich fand, dafs sich obige Phänomene an andere schon früher von mir beobachtete anschliefsen, von denen ich hier eine kurze Nachricht geben will.

Bekanntlich ist das Bestreben der Electricität, von einem Körper in einen anderen minder electrischen überzugehen, die Ursache der Anziehung dieser beiden Körper, während das Bestreben zweier gleicher Electricitäten in zwei nahen Körpern, in entgegengesetzten Richtungen überzufliefsen, die Ursache ihrer gegenseitigen Abstofsung ist. Dasselbe erfolgt an allen magnetisirten Körpern. Ich wunderte mich, zu sehen, dafs man noch nicht untersucht hat, ob nicht auch der Wärmestoff, der in warmen Körpern angehäuft ist, wie die Electricität und der Magnetismus eine besondere Anziehung und Abstofsung begründe. Ich habe seit drei Jahren Untersuchungen über diesen Gegenstand angestellt, aber ich konnte, wie es oft geschieht, keinen so vollständigen Inductionsbeweis herstellen, wie ich wollte: doch waren meine Forschungen nicht ganz fruchtlos, denn ich fand, dafs heifse Körper diejenigen abstofsen, welche ihnen nahe stehen, und mir scheint, es sey dieses die Ursache der Fortpflanzung der Wärme in Körpern. Ich machte meine Versuche nicht bekannt, weil sie mir zu unvollkommen schienen; dessen ungeachtet zeigte ich sie zu Paris den Herren *Arago*, *Humboldt* und *Fresnel*. Diese beschlossen, sie zu wiederholen und abzuändern; ihr sinnreiches Verfahren und ihre ausgewählten Apparate zeigten ihnen dasselbe, was ich ohne Instrumente entdeckt habe; ihre Beobachtungen würden die beste Bestätigung der meinigen seyn, hätten sie nicht Instrumente gewählt, worauf vielleicht die Electricität und der Magnetismus Einflufs nahmen; da konnten sie aber nicht mit Bestimmtheit beurtheilen, was die Ursache

der von ihnen beobachteten Bewegungen sey. *Fresnel's* Versuche, und einige der meinigen, sind in den *Annales de Chimie et de Physique* enthalten, ich übergehe sie daher hier.

Da es nun ausgemacht (?) ist, dafs warme Körper jene, die sich ihnen nähern, abstofsen, so müssen auch letztere abgestofsen werden; die Abstofsung äufsert sich aber bald in diesem, bald in jenem, je nachdem ihre Beweglichkeit beschaffen ist.

Ich habe dieses an festen und tropfbar flüssigen Körpern wahr befunden, habe aber mit luftförmigen noch keine Versuche gemacht, aber obige Erfahrungen über die Flamme zeigen sich auch an diesen; und während sich diese Phänomene daraus vollkommen erklären lassen, wird dadurch zugleich die Allgemeinheit der Abstofsung warmer Körper bewiesen. Da die Flamme nur ein sehr bewegliches und sehr heifses Gemenge von verbrennenden ausdehnsamen Flüssigkeiten ist, so wird ein Körper, den man ihr am oberen Theile nähert, abgestofsen, aber durch Rückwirkung selbst zurückgetrieben und genöthiget, jene Ablenkung zu zeigen, von der oben die Rede ist; allein durch diese Beugung wird die Capacität des Lichtkegels vermindert, der in ihm befindliche Rauch hat nicht mehr Platz in ihm, er hebt sich, und nöthiget die Flamme, sich zu verlängern. Dasselbe findet Statt, wenn man einen kleinen Körper in die Flamme eintaucht; dieser überzieht sich mit den halb verbrannten Theilen des inneren abgekühlten Rauches; wird er aber der Flamme von unten genähert oder darein getaucht, so verlängert diese sich nicht, und jener schwärzt sich nicht, weil die blaue Flamme auch inwendig fortbrennt, und es daher an Rauch fehlt, der letzteres Phänomen erzeugen könnte.

Wenn sich zwei Flammen einander sehr nahe kom-

men, so verursachet die davon herrührende Temperaturerhöhung die Entzündung des Gases, das die Flamme umgibt, ohne zu brennen, und daher kommt die Verstärkung des Lichtes, die ich vorhin beschrieben habe; allein, wiewohl es da auf den ersten Blick wegen dieses neuen Glanzes scheint, als hätten sich die zwei Flammen von selbst genähert, so wird man doch bei aufmerksamer Betrachtung ihrer Umrisse sehen, die man an dem dunkleren Lichte erkennt, daſs sie sich gegenseitig abgestoſsen haben, und von dieser Abstoſsung rührt die Verlängerung derselben her. Steht die Basis der einen über der Spitze der anderen, so zeigt sich die Abstossung ohne Licht dazwischen, vielleicht deſshalb, weil durch die Kleinheit der brennenden auf einander einwirkenden Oberflächen die Temperatur nicht hinreichend gesteigert worden ist; aber die Gase, die sich in der unteren Flamme entwickeln, begegnen den oberen in sehr heiſsem Zustande, entzünden sich da, und bringen die Volumenvergröſserung hervor, von der oben die Rede war. Erhöht man die untere Flamme successiv, so hat sich jenes Gas auf dem längeren zurückgelegten Wege schon mehr abgekühlt, und brennt nun nicht so leicht; ist es endlich ganz abgekühlt, so nährt es die Flamme nicht mehr, umgibt sie nur, und hindert den Zutritt der äuſseren Luft.

Übrigens ist die Flamme nicht so transparent, als einige Physiker geglaubt haben; sie ist es weniger als Glas und andere Körper. Der Schatten, den eine von Sonnenstrahlen beschienene Flamme in dem vorhin beschriebenen Versuche wirft, und der am Rande dunkler als in der Mitte ist, zeigt deutlich, daſs er nicht vom inneren Rauche, sondern vom brennenden Gas herkommt. Darnach könnte man an der Vorrichtung mit den polyzonalen Linsen vortheilhafte Veränderungen treffen, wel-

14 *

ehe die Herren *Arago* und *Fresnel* bei Leuchtthürmen anwendeten, und wo das Licht durch viele brennende Schichten gehen mufs, bevor es in die Atmosphäre gelangt; wiewohl der da Statt findende Lichtglanz so grofs und bewunderungswürdig ist, dafs man diesen kleinen Lichtverlust, den die unvollkommene Durchsichtigkeit der Flamme erzeugt, leicht übersehen kann; überdiefs haben mich neue Erfahrungen gelehrt, dafs das Licht, ähnlich der Wärme und der Electricität, nachdem es eine gewisse Verminderung bei seinem Durchgange durch Körper erlitten hat, kaum mehr etwas vermindert wird, wenn es durch einen zweiten oder dritten ähnlichen Körper geht. Jedoch behalte ich mir vor, über diese Eigenschaft durchsichtiger Körper zu einer anderen Zeit zu sprechen.

Von den hier aus einander gesetzten Grundsätzen deducirt man die Theorie der Sicherheitslampe: denn da jeder Draht nach Verhältnifs seines Durchmessers und seiner Natur eine beständige Abstofsung auf die Flamme ausübt, so ist es klar, dafs zwischen zwei einander parallelen Drähten, deren Entfernung den doppelten Halbmesser der Abstofsungs-Sphäre nicht übertrifft, keine Flamme bestehen kann, wenn der Abstofsung nicht eine stärkere Kraft entgegenwirkt; kommen nun mehrere neue Drähte dazu, so bildet sich ein für die Flamme undurchdringliches Gewebe, aufser es treten wieder obige Umstände ein. Die Leitungsfähigkeit der Metalldrähte unterstützt diese Repulsion bedeutend.

Die bis jetzt beschriebenen Thatsachen und die Theorie, die ich darüber aufstellte, brachten mich auf den Gedanken, die Sicherheitslampe etwas abzuändern. Ihr Zweck ist, die Arbeiter zu sichern, und die nahen Gegenstände zu beleuchten. *Davy's* Einrichtung entspricht

dem ersten Zwecke vollkommen, ist aber dem zweiten wegen des dichten Metallgewebes nicht günstig.

Nach meiner Meinung ist es zur Verhütung einer Detonation nicht nöthig, dafs sich die Drähte durchkreuzen, es ist hinreichend, wenn sie einander parallel und nahe genug sind, und bedürfen nur weniger Querdrähte zur Befestigung von jenen. Daher entspricht die Construction, welche in Fig. 9 abgebildet ist, dem Zwecke vollkommen. Zur gröfseren Vervollkommnung dieser Vorrichtung wären viele Versuche nöthig, um die comparative Gröfse der Repulsions-Sphäre zu bestimmen, und die Bedingungen anzugeben, welche zur Erzielung der gröfsten Wirkung nöthig sind. Bis jetzt konnte ich diese Versuche nicht anstellen, und kann daher nichts Bestimmtes über diesen Gegenstand sagen, glaube aber, dafs man in Ermangelung einer sichereren Regel obige Einrichtung wählen, und feine Drähte anwenden soll, damit sich das Licht rings herum gleichförmig wegen der an den feinen Spalten erlittenen Beugung nach aufsen verbreite.

Ich übergehe hier die geometrischen Untersuchungen, die ich anstellte, um die Gestalt des Geflechtes zu finden, darin möglichst viel Licht durch dasselbe gehen kann, weil mich dieses zu weit führen würde; ich sage nur, dafs die sphärische Form der Beobachtung und Rechnung nach zur Erzeugung des gröfstmöglichsten Effectes am tauglichsten ist. Ich bin zufrieden, wenn die hier beschriebenen Phänomene und ihre Anwendung den Physikern einigermafsen wichtig erscheinen; ich betrachte die gegebene Erklärung nur als ein Mittel, die Thatsachen mit einander in Verbindung zu bringen, und bin stets bereit, sie zu verwerfen, wenn vollkommenere Beobachtungen mir dieses als nothwendig zeigen. Nach meiner Ansicht sind physikalische Doctrinen immer nur

das Resultat des Vergleiches mehrerer Phänomene unter einander, und werden oft durch neue Beobachtungen modificirt, und oft ganz als nichtig erkannt.

VIII.
Untersuchungen über die specifische Wärme der Gase,

von

La Rive und *Marcet*.

(Vorgelesen in der Societät für Physik und Naturgeschichte zu Genf, am 19. April 1827, und ausgezogen aus den *Annal. de Chim. et de Phys.* Mai, 1827.)

Die Verfasser dieses interessanten Aufsatzes haben schon früher, nämlich im Jahre 1823, Untersuchungen über die Wärme angestellt, und da vorzüglich die Änderung der Temperatur berücksichtiget, welche bei der Volumenänderung eines Gases erfolgt. Sie wollten diese Arbeit von Neuem wieder vornehmen, bemerkten aber bald, daſs bei diesem Phänomene die Capacität der Gase für die Wärme eine groſse Rolle spiele. Ihre neuen Versuche hatten nun die Ausmittelung dieser Gröſse zum Zweck. In ihrem Mémoire schicken sie eine historische Notiz der Arbeiten ihrer Vorgänger voraus, und führen bei jeder derselben ihre Bemerkungen an; vorzüglich wird das Verfahren von *La Roche* und *Bérard*, und das von *Haycraft* genau beurtheilt. Die ersteren leiteten bekanntlich einen Strom erwärmten Gases durch ein mit Wasser gefülltes Calorimeter, lieſsen ihm die Wärme an das Wasser abgeben, und beurtheilten die dadurch dem Wasser zu Theil gewordene Erwärmung, so daſs

dieses eigentlich nur die für Gasarten adaptirte Mischungsmethode ist. Dagegen wenden nun *La Rive* und *Marcet* Folgendes ein:

1. Die Erwärmung des Wassers hängt hier nicht blofs von der Wärme ab, die das Gas beim *Abkühlen* von sich gibt, sondern auch von der, welche beim *Zusammenziehen* desselben frei wird.
2. Die Gase geben nicht gleich schnell ihre Wärme an das Wasser ab, wie sich aus *Petit* und *Dulong's* Versuchen ergibt; darum müfste die Luft, deren Wärmeleitungsfähigkeit gröfser ist, wie z. B. die des Hydrogengases, das Wasser mehr erwärmen, als andere Gasarten.
3. Die Temperatur der Gase beim Eintritt in das Calorimeter konnte nicht genau bestimmt werden, weil das Thermometer auch von den Wärmestrahlen der Umgebung afficirt wird, und das Correctionsmittel, das wegen dieses Umstandes von *La Roche* und *Bérard* angewendet ward, ohne Beweis seiner Richtigkeit angewendet wurde.
4. Die Gase waren nicht von Wasserdünsten frei, wie schon *Haycraft* bemerkt hatte.
5. Es befanden sich nicht alle Gase unter ähnlichen Umständen, als damit die Versuche angestellt wurden, auch wurden manche Einflüsse nach Proportionen in Rechnung gebracht, die vielleicht nicht immer zuläfsig sind. So z. B. war der Strom bei Gasen von verschiedener Dichte nicht vollkommen gleichförmig, es herrschte ein verschiedener Luftdruck bei verschiedenen Versuchen, die Leitungsröhre übte eine verschiedene Wirkung auf das Calorimeter aus, etc.

Um alle diese Fehler zu vermeiden, wendeten die Verfasser ein Verfahren an, das im Allgemeinen darin

besteht, dafs man gleiche Volumina verschiedener Gase einer bestimmten Temperatur aussetzte, und aus der Vermehrung ihrer Elasticität, die ihnen in derselben Zeit zu Theil geworden war, auf ihre Temperatur einen Schlufs machte. Der Apparat, mittelst welchem dieses bewerkstelliget wurde, bestand aus einer heberförmig gekrümmten Röhre von Glas (Fig. 10), die am kürzeren Schenkel den Ballon *A* hält, in welchem sich das Gas befindet. Zwei eiserne Hähne *B* und *C* machen, dafs man den Ballon von der Röhre trennen kann, ohne dafs dabei weder in jene noch in diesen atmosphärische Luft eindringen kann. Sie stehen sehr nahe an einander, damit das zwischen ihnen enthaltene Luftvolumen möglichst klein sey. Der verticale, 15 Centim. lange Arm *DE* der Röhre mündet sich in ein mit trockenem Quecksilber gefülltes Gefäfs *F*, und hat eine in Millimeter getheilte Scale mit einem Nonius, der $^1/_{10}$ Mill. angibt.

Vor jedem Versuche wurde der Ballon und die Röhre mit dem Gas angefüllt, das man untersuchen wollte. Zu diesem Ende trieb man einen Gasstrom durch die Röhre, um durch ihn die schon darin befindliche Luft zu vertreiben. Nachdem dieses geschehen, trug man Sorge, dafs das Gas in der Röhre eine geringere Spannkraft hatte, als in der Atmosphäre, damit durch den Druck der letzteren eine Quecksilbersäule von 8 — 10 Centim. in die Röhre getrieben wurde. Um den Ballon mit dem Gas zu füllen, schraubte man ihn auf eine gute Luftpumpe, verdünnte die Luft, liefs dann das Gas eindringen, verdünnte es neuerdings, und liefs wieder neues Gas zu, damit es zuletzt von atmosphärischer Luft möglichst frei war; auch dieses Gas suchte man bei einem Druck zu erhalten, welcher geringer als der atmosphärische war. War dieses geschehen, so wurde der Ballon an die Röhre geschraubt, beide Hähne geöffnet, und so

das Gleichgewicht mit der Atmosphäre hergestellt, zu dessen Erlangung eine Quecksilbersäule in die Röhre aufstieg, und sich daselbst erhielt. Die Differenz zwischen dem Barometerstande und dem dieser Quecksilbersäule gab die Spannkraft der inneren Luft an, die immer constant, und einer Säule von 65 Centim. entsprechend, erhalten wurde.

Wurde nun die Temperatur des Gases auch nur wenig geändert, so mufste die Quecksilbersäule länger oder kürzer werden, und man konnte nach dem bekannten Gesetze aus dieser Änderung die Temperatur des Gases berechnen. Heifst der äufsere Luftdruck p, die Temperatur, bei der beobachtet wird, t, die Höhe der Quecksilbersäule bei dieser Temperatur a, die bei der zu suchenden Temperatur a', ferner l die Gröfse eines Centesimalgrades bei gegebenem Druck, n die Anzahl derselben, die der Gröfse $a - a'$ entspricht, so hat man:

$$l = \frac{(p-a) \cdot 0{,}00375}{1 + 0{,}00375\, t}, \quad n = \frac{(a-a')(1 + 0{,}00375\, t)}{(p-a)(0{,}00375)}.$$

Bei obiger Einrichtung war $l = 2{,}5$ Mil., und man konnte demnach leicht $^1/_{25}$° C. wahrnehmen. Um die im Ballon enthaltene Luft zu erwärmen, schlugen die Verfasser zwei verschiedene Wege ein. Der erste bestand darin, dafs sie den Ballon mit Gas in ein hölzernes kleines Gefäfs mit dicken Wänden stellten, das Wasser von 10° C. enthielt. Wenn das Gas diese Temperatur angenommen hatte, welches man aus der constanten Länge der Quecksilbersäule erkannte, wurde auf ein gegebenes Zeichen das hölzerne Gefäfs in ein anderes gröfseres, in dem sich Wasser von einer solchen Temperatur befand, dafs dieses mit dem vorigen von 10° C. ein Gemenge von 30° C. erzeugte, gesetzt. Hier verblieb der Ballon genau 4″; nach Verlauf dieser Zeit, innerhalb welcher sich aber das Gas nicht mit dem Wasser in das

Gleichgewicht der Wärme setzen konnte, wurde die Temperatur des Gases aus dem Stande der Quecksilbersäule in der Röhre entnommen. Dieses konnte leicht geschehen, man brauchte nur auf ein gegebenes Zeichen den Hahn zu schliessen, der die Communication zwischen dem Ballon und der Röhre herstellte, und dann die Höhe der Quecksilbersäule zu beobachten. Um dem Fehler zu entgehen, der aus der Ungleichheit der Temperatur des Gemenges bei den verschiedenen Versuchen entstehen konnte, liefs man das Gas absichtlich die Temperatur des Wassers ganz annehmen, und verglich dann die Depression der Quecksilbersäule nach Verlauf der vierten Secunde mit der, welche Statt fand, wenn das Gleichgewicht der Wärme vollkommen hergestellt war.

Versuche der Art gaben für verschiedene Gase sehr verschiedene Erwärmungen. Setzte man die Temperatur des Gases, wenn es die des Wassers angenommen hatte, gleich 1, so erhielt man folgende Temperatur-Erhöhungen innerhalb 4″ für die nebenstehenden Gase, in Theilen dieser Einheit ausgedrückt:

Wasserstoffgas	0,85
atmosphärische Luft	0,83
Sauerstoffgas	0,80
kohlensaures Gas	0,77
ölbildendes Gas	0,75
Stickstoffprotoxydgas	0,73

Die Verfasser verglichen diese Zahlen mit denen, welche *Dulong* und *Petit* für die Erkaltungsgeschwindigkeiten eines Körpers in denselben Gasen fanden, und bemerkten eine so grofse Analogie zwischen ihnen, dafs sie auf den Gedanken kamen, es dürfte vielleicht auch die Verschiedenheit dieser Gröfsen mehr von einer Verschiedenheit des Leitungsvermögens dieser Gase, als von einer Verschiedenheit ihrer specifischen Wärme ab-

hängen. Ihr Verdacht würde vollkommen gerechtfertiget durch Versuche, wie die vorhergehenden, bei denen aber das Gemenge aus kälterem und wärmerem Wasser statt der Temperatur von 30° nur 20° hatte, und wo gröfsere Gasvolumen angewendet wurden. Da fanden sie Zahlen, die mit obigen in keinem Verhältnisse standen. Es mufste daher ein anderes Verfahren in der Erwärmung der Gase angewendet werden, um dem Einflusse der verschiedenen Leitungsfähigkeit ganz zu entgehen, und dieses bestand in Folgendem:

Der Ballon mit Gas befand sich in der Mitte einer dünnen, inwendig geschwärzten, kupfernen Kugel *GHK*, die 18 Cent. im Durchmesser hielt. Man verdünnte im kupfernen Ballon die Luft, bis die Barometerprobe nur auf 3 Mill. stand, und tauchte dann den Apparat in das wärmere Wasser. Da konnte sich die Wärme der Luft nur mittelst des geschwärzten Kupfers mittheilen, welches natürlich sehr langsam vor sich ging, und daher dem Zwecke der Versuche günstig war. Natürlich mufste man da auch die Zeit der Erwärmung etwas verlängern. Man wählte dazu fünf Minuten. Das Einzelne jedes Versuches bestand nun darin: Man stellte die kupferne Kugel in Wasser von der Temperatur 20° C., und wartete den stationären Stand der Quecksilbersäule in der Glasröhre ab, um versichert zu seyn, dafs das Gas auch diese Temperatur angenommen habe. Hierauf erkältete man das Gas um ein Weniges mittelst eines kalten Wasserbades, damit so die Quecksilbersäule sich um einige Millimeter verlängerte. Sobald dieses der Fall war, stellte man den Ballon schnell in Wasser von 30° Wärme, wartete den Augenblick ab, wo der Stand der Quecksilbersäule anzeigte, das Gas habe die Temperatur von 20°, und fing an in dem Augenblicke, wo dieses Statt fand, die Zeit an einem guten Chronometer zu beobachten. Nach

Verlauf von fünf Minuten schloſs man mittelst des Hahnes die Luft im Ballon von der in der Röhre ab, und beobachtete die Länge der Quecksilbersäule. War dieses geschehen, so öffnete man den Hahn von Neuem, und beobachtete den Stand des Quecksilbers, wenn die Temperatur des Gases stationär geworden war.

Stets wurden groſse Wassermassen gebraucht, um den Einfluſs der Erkältung desselben möglichst klein zu machen. Da er sich aber beim wärmeren Wasser nicht ganz aufheben lieſs, so begann man den Versuch, wenn das Wasser eine Temperatur von etwas mehr als 30° hatte, und von der man wuſste, daſs sie nach fünf Minuten eben so tief unter 30° stehen werde, als sie beim Anfange über 30° war. Dieses war mit 30°,2 der Fall, die sich innerhalb fünf Minuten stets auf 29°,8 verminderten. Überdieſs wurde das Wasser in beständiger Bewegung erhalten, um seine Temperatur möglichst gleichförmig zu haben. Man sieht hieraus, daſs die Verfasser den von der verschiedenen Leitungsfähigkeit der Gase herrührenden Fehler dadurch zu vermeiden suchten, daſs sie bei einer geringeren Temperaturdifferenz (20° statt 30°) nur mit geringen Gasmengen arbeiteten, und unter Umständen, wo die Erwärmung ohne Vergleich langsamer vor sich ging, als bei den ersteren Versuchen. Die geringe Gasmenge, mit welcher die Versuche gemacht wurden, hinderten aber doch nicht, eine Temperaturänderung von $^1/_{25}$° wahrzunehmen.

Die Gase, mit denen die Versuche angestellt wurden, waren 14 an der Zahl, nämlich: atmosphärische Luft, Sauerstoffgas, Stickgas, Wasserstoffgas, Kohlensäuregas, öhlbildendes Gas, Kohlenoxydgas, oxydirtes Stickgas, Salpetergas, Schwefelwasserstoffgas, Ammoniakgas, schwefeligsaures, salzsaures Gas und Blausäuregas. Alle Gase wurden auf die Weise bereitet, wie

dieses *Dulong* in seinem Memoire über das Brechungsvermögen der Gase angibt *), und mittelst geschmolzenem salzsauren Kalk gut ausgetrocknet. Mit jedem Gas wurde der Versuch mehrmals wiederholt. Das Resultat war, dafs bei allen Gasarten in fünf Minuten die Quecksilbersäule in der Glasröhre um 14,3 Mill. bis 14,4 Mill. fiel, und zwar fand man bei demselben Gase bald diese, bald jene Gröfse. Der Druck, dem die Gase bei 20° Wärme beständig ausgesetzt waren, betrug 65 Centimeter, bei 30° Wärme mufste demnach die Quecksilbersäule auf 22,7 Mill. herabsinken, welches auch die Erfahrung wirklich zeigte. Die Abnahme der Quecksilbersäule um 14,3 Mill. entsprach 6°,30, die um 14,4 Mill. der Temperatur von 6°,34. Sieht man das Mittel aus beiden Zahlen als das der Wahrheit am meisten entsprechende an, so erwärmt sich die Luft in fünf Minuten unter den gegebenen Umständen um 6°,32. Nur das Wasserstoffgas erwärmte sich immer etwas mehr als die anderen Gase, und zwar um 6°,60. Hieran dürfte wohl mehr das viel gröfsere Leitungsvermögen dieser Gasart, als ein Unterschied in der specifischen Wärme Ursache seyn. Die Verfasser begnügten sich nicht, diefs Gesetz der specifischen Wärme der Gase blofs aus ihrer Erwärmung innerhalb fünf Minuten zu untersuchen, sondern sie machten auch Experimente über die Erwärmung derselben innerhalb zwei und vier Minuten. Innerhalb zwei Minuten betrug die Erwärmung unter denselben Umständen bei allen Gasen 3°,5, innerhalb vier Minuten hingegen 5°,5. Die Abweichungen von diesen Zahlen betrugen bei den einzelnen Versuchen nicht mehr als 0°,08, und höchstens 0°,12.

---

*) Dieses Mémoire ist im Auszuge im I. Bde. S. 159 dieser Zeitschrift enthalten.

Aus diesen Versuchen schöpfen *La Rive* und *Marcet* das Resultat, dafs *alle Gase unter demselben Druck und unter demselben Volumen dieselbe specifische Wärme haben, ihre Temperatur mag wie immer beschaffen seyn* *).

Um dieselben Versuche bei verschiedenem Drucke machen zu können, verwechselten sie an ihrem vorhin beschriebenen Apparate die Glasröhre mit einer anderen, wo der absteigende Arm 70 Centim. lang war, da-

*) Sie setzen noch eigens dazu, man solle sich erinnern, dafs bei den Versuchen die Volumina constant bleiben, wie auch die Temperatur beschaffen seyn mag, und dafs sich nur die Elasticität *(force élastique)* ändere.

Dieses wird man ihnen wohl nicht völlig zugeben können, denn es änderte sich bei ihren Versuchen nicht blofs die Elasticität, sondern auch das Volumen der Gase. Man denke sich eine Thermometerkugel mit der dazu gehörigen, aber offenen Röhre, wovon erstere mit irgend einem Gas, letztere mit Quecksilber angefüllt ist, und sich in horizontaler Lage befindet, so dafs das Gas unter dem ganzen Luftdrucke steht. Erwärmt man die Kugel, so tritt ein Theil des Gases in die Röhre, und vertreibt daraus das Quecksilber, steht aber dabei noch immer unter dem vollen Luftdrucke. Wäre die Kugel luftdicht geschlossen, so würde die Erwärmung nur eine Änderung in der Elasticität des Gases, nicht aber im Volumen hervorbringen, wenn man von der geringen Vergröfserung im Volumen der Kugel absieht. In obigen Versuchen finden beide Änderungen zugleich Statt, jedoch letztere in vorzüglichem Grade, indem den Raum, welchen das Quecksilber verläfst, wenn die Säule kürzer wird, die Luft einnimmt, und zugleich mit der Verkürzung dieser Säule der Theil des Luftdruckes, welcher auf das Gas wirkt, gröfser wird. Nur wenn die Röhre im Verhältnisse zum Durchmesser des Ballons sehr eng ist, wird man mit *einiger* Sicherheit die Änderung des Volumens vernachläfsigen können. Die Weite der Röhre finde ich aber nirgends angegeben. *B.*

her eine längere Quecksilbersäule fassen konnte.[1] Versuche mit verdünnten Gasarten zeigten, daſs sich die specifische Wärme derselben vermindert, wenn der Druck kleiner wird; jedoch beträgt diese Verminderung bei einer bedeutenden Verkleinerung des Druckes nur wenig, und beide Änderungen stehen übrigens in keinem erkennbaren Verhältnisse. Die Erfahrung lehrte nämlich, daſs sich die atmosphärische Luft

unter	einem	Druck v.	65	Centim.	in 5 M.	um 6°,30	erwärmt.
»	»	»	» 59	»	»	» 6°,55	»
»	»	»	» 48,7	»	»	» 6°,90	»
»	»	»	» 37	»	»	» 7°,01	»
»	»	»	» 25,8	»	»	» 7°,30	»

Wasserstoffgas, öhlbildendes Gas und Kohlensäuregas gaben ganz analoge Resultate. Merkwürdig ist es, daſs verdünntes Wasserstoffgas sich eben so erwärmte, wie die anderen Gasarten, während es doch im Zustande seiner natürlichen Dichte stets den anderen Gasarten etwas voreilte. Dieses zeigt deutlich, daſs diese Abweichung von der gröſseren Leitungsfähigkeit dieses Gases herrühre, denn nach *Dulong* und *Petit* vermindert sich auch die Leitungsfähigkeit eines Gases, wenn es verdünnt wird.

Um Versuche mit verdichteten Gasen anstellen zu können, wurde die obige Glasröhre mit der in Fig. 11 abgebildeten verwechselt. Man verstärkte den Druck bis 80 — 90 Centimeter, fand aber das obige Resultat auch hier bestätiget, daſs die Capacität der Gase mit ihrer Dichte zunimmt, jedoch in einem kleineren Verhältnisse, als das der Quadratwurzel der drückenden Kräfte ist.

Die gesammten Resultate dieser Untersuchung sind demnach folgende:

1. Unter demselben Druck, und bei gleichem und constantem (?) Rauminhalte haben alle Gase einerlei specifische Wärme.
2. Die specifische Wärme nimmt bei übrigens gleichen Umständen ab, wenn der Druck abnimmt, und zwar bei allen Gasarten auf gleiche Weise, nach einer sehr wenig convergirenden Progression und in einem kleineren Verhältnisse, als das der drückenden Kräfte ist.
3. Verschiedene Gase haben auch ein verschiedenes Wärmeleitungsvermögen.

IX.

Über eine besondere Eigenschaft metallischer Leiter der Electricität,

von

La Rive.

(*Bibl. univ. Juin* 1827, im Auszuge.)

La Rive hat folgende merkwürdige Eigenschaft eines Polardrahtes entdeckt: Wenn man zwei Platindrähte von den Polen einer *Volta*'schen Säule in eine Salmiakauflösung oder eine andere Flüssigkeit leitet, welche durch den electrischen Strom zersetzt wird, und die Zersetzung einige Zeit vor sich gehen läfst, hierauf die beiden Drähte aus der Flüssigkeit nimmt, und die vorher mit den Polen der Säule verbundenen Enden derselben mit einem Multiplicator in Verbindung setzt, die anderen aber in eine leitende Flüssigkeit reichen läfst; so zeigt sich deutlich durch die Ablenkung der Magnetnadel die Anwesenheit eines electrischen Stromes, wie-

wohl die letztere Flüssigkeit für sich denselben nicht erregen kann. Die Richtung dieses Stromes ist derjenigen gerade entgegengesetzt, welche in den Drähten Statt fand, so lange sie mit der Säule in Verbindung standen. Man braucht gerade nicht die Theile des Drahtes in die Flüssigkeit zu tauchen, an denen früher die Zersetzung Statt fand, um dieses Phänomen wahrzunehmen; man kann diese Theile wegschneiden, und die aufser der zu zersetzenden Flüssigkeit befindlichen eintauchen, zum Beweise, dafs dieses Phänomen nicht von einer chemischen Wirkung der Flüssigkeit auf die etwa anhängenden Salztheilchen herrührt. Selbst wenn man nur einen der beiden Drähte mit dem Multiplicator verbindet, in den flüssigen Leiter taucht, und statt des zweiten Drahtes das andere Ende des Multiplicators selbst in die Flüssigkeit reichen läfst, zeigt sich dieses Phänomen, jedoch in einem schwächeren Grade.

Nach *La Rive's* Erfahrungen hängt diese Eigenschaft des Polardrahtes von der Zeit, während welcher die chemische Zersetzung dauert, und von der Natur des Leiters ab. Den Einflufs des ersteren Umstandes zeigen folgende Resultate. Waren die Drähte dem electrischen Strome ausgesetzt durch

1	Min., so erfolgte eine Ablenk. d. Magnetnad. um 60°.								
2	»	»	»	»	»	»	»	»	65°.
3	»	»	»	»	»	»	»	»	70°.
4	»	»	»	»	»	»	»	»	75—80°.
5	»	»	»	»	»	»	»	»	85°.

Wenn die Flüssigkeiten, in welche die mit den Polen der thätigen *Volta*'schen Säule oder mit dem Multiplicator verbundenen Drähte reichten, nicht zersetzbar waren, erfolgte keine Wirkung der Art, beide Flüssigkeiten müssen zersetzbar seyn, wenn sie eintreten soll, jedoch wächst die Wirkung mit der Leitungsfähigkeit

der Flüssigkeit. Drähte, die 15 M. in reines Wasser reichten und von der Electricität durchströmt waren, brachten hierauf am Multiplicator nur eine Ablenkung von 10° hervor, bei einer schwachen Salmiaklösung betrug diese 40°—45°, mit einer stärkeren 60°, wiewohl der electrische Strom nur 1 M. lang durch den Draht ging, und endlich 65°—70° nach 2 M. Mit einer sehr concentrirten Lösung dieses Salzes oder mit reiner Schwefelsäure gaben Drähte, die nur 1 M. dem electrischen Strome ausgesetzt waren, schon eine Ablenkung von 90°, und nach 2 M. eine von 180°. Übrigens kann man den Leitungsdraht waschen und reiben, ohne ihm diese Eigenschaft ganz zu benehmen, sie wird dadurch nur geschwächt. Je dicker ein Draht ist, und an je mehreren Puncten ihn die Flüssigkeit berührt, desto stärker ist der electrische Strom, den er am Multiplicator offenbaret. Drei abwechselnd mit flüssigen Leitern getrennte Platinbleche geben schon, wenn sie einige Augenblicke dem electrischen Strome ausgesetzt waren, eine constante Ablenkung der Magnetnadel von 20° und mehr. Merkwürdig ist es, dafs diese Wirkung der Bleche nicht geschwächt wird, wenn man die Flüssigkeit, die sich während des Durchganges des electrischen Stromes zwischen den Blechen befand, wegnimmt, und sie durch eine neue ersetzt. Dieses beweiset, dafs die Eigenschaft der Polardrähte nicht von einer Wirkung der Flüssigkeit auf sie abhängt. Übrigens bemerkt man an einem solchen Drahte nicht die mindeste electrische Spannung.

La Rive versuchte es auch, eine Theorie dieser merkwürdigen Erscheinung zu geben. Dieser liegt die Ansicht zum Grunde, dafs der electrische Strom nichts anderes sey, als eine schnell fortschreitende Zersetzung und Zusammensetzung der jedem Theilchen des Polardrahtes eigenen Electricität. Man denke sich die Theile

eines Drahtes, der z. B. mit dem positiven Pole der Säule in Verbindung steht, unter den Buchstaben *a*, *b*, *c*, *d*, und der electrische Strom gehe von *d* nach *a*, so daſs *a* mit der Flüssigkeit in Berührung steht, und ihr zunächst $+E$, dem *b* zunächst $-E$ hat. Auf gleiche Weise muſs dann *b* gegen *a* $+$, gegen *c* $-$ haben, u. s. f. Das $+$ des *a* wird durch das $-$ der anliegenden Flüssigkeit neutralisirt, das $+$ des *b* durch das $-$ des *a* etc. Nimmt man nun den Draht aus der Flüssigkeit heraus, so hört $+$ des *a* auf, neutralisirt zu werden. Nimmt man nun für die Electricität eine ähnliche Coercitivkraft an, wie man dieses für den Magnetismus thut, so kann sich $+$ des *a* auch nicht mit seinem $-$ vereinigen, weil letzteres durch $+$ des *b* daran gehindert wird. Bringt man zwei solche Drähte, die mit den beiden Polen einer Säule in Verbindung waren, an einen Multiplicator, und läſst ihre anderen Enden in eine leitende Flüssigkeit reichen; so ist jeder Draht von einer Seite mit einem Metall, von der anderen mit einer Flüssigkeit in Berührung, das electrische Gleichgewicht der einzelnen Theile fängt an der Seite des Drahtes an, sich herzustellen, und begründet dadurch einen electrischen Strom, welcher dem vorigen entgegengesetzt ist. Wäre der Draht von beiden Seiten mit Metall oder einem eben so guten Leiter in Berührung, so wäre kein Grund vorhanden, warum die Herstellung des Gleichgewichtes an einem Ende eher beginnen soll, als am anderen, und daher kommt es, daſs die leitende Flüssigkeit, immer ein unvollkommener Leiter der Electricität, zur Wahrnehmung des electrischen Stromes nothwendig ist. Es beruht also alles auf dem Daseyn einer Coercitivkraft, von der *La Rive* meint, daſs sie mit der Leitungsfähigkeit der Körper im verkehrten Verhältnisse stehe. Das Daseyn einer solchen Kraft macht *La Rive* dadurch wahrscheinlich, daſs er zeigt, ein

Draht mit der hier besprochenen Eigenschaft könne in zwei Stücke zerschnitten werden, wie ein Magnet, um auch an den früher vereinigten Stellen einen entgegengesetzten Strom zu beurkunden, wie dieses mit Stücken eines Magnetes geschieht.

Gewifs verdient diese Eigenschaft eines Polardrahtes die gröfste Aufmerksamkeit, und wird sich wohl an die schon lange bekannte Thatsache, worauf die Ladung einer secundären Säule beruht, anreihen lassen; es unterscheidet sich aber ein solcher Polardraht von einer secundären Säule dadurch, dafs in jenem keine electrische Spannung bemerkt wird, welche in dieser Statt findet; ein Umstand, der obiger Theorie von *La Rive* nicht günstig ist. Es scheint vielmehr hier wieder eine Reflexion der Electricität, wie sie *La Rive* selbst und *Marianini* nachgewiesen haben wollen, Statt zu finden.

X.
Theorie der Wasserwage,

von

N i x o n.

(*Phil. mag. a. Ann. of phil.* April und Mai 1827.)

Der Verfasser der Theorie, welche der Titel dieses Aufsatzes verspricht, beginnt seine ungemein gründliche und gewifs für Jedermann interessante Arbeit mit mehreren Erklärungen, z. B. einer horizontalen, einer verticalen Linie etc., die hier wegbleiben, weil man sie für überflüssig hält.

* * *

Man denke sich zwei Glasscheiben, die durch einen Ring zu einem cylindrischen Gefäfse *W* (Fig. 12) verei-

niget sind, in verticaler Lage, und dieses Gefäfs bis auf einen kleinen Theil mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllt, über dessen Oberfläche Ll sich Luft befindet, die den Rest des inneren Raumes einnimmt, so wird Ll in einer horizontalen Ebene liegen. Eine verticale Ebene, die durch die Mittelpuncte C der beiden Glasscheiben geht, theilt die Linie Ll in zwei gleiche Theile. Der oberste Punct des Umfanges beider Scheiben (das Zenith) v ist daher zugleich derjenige, der den Bogen über der Oberfläche der Flüssigkeit in zwei gleiche Theile theilt.

Man stelle sich vor, das Gefäfs drehe sich um irgend einen Winkel um die durch den Mittelpunct C der Scheiben gehende horizontale Achse, so bewegt sich auch der Punct v mit fort, und beschreibt denselben Winkel, den das Gefäfs macht. Kommt dieser Punct nach v', so ist dieser Winkel gleich vCv', und eine verticale, durch das neue Zenith gehende Linie theilt, wie vorhin, den Bogen über Ll in zwei gleiche Theile.

Ist der Ring, welcher die zwei Glasscheiben zu einem Gefäfse vereiniget, vollkommen kreisrund, so wird der Bogen vv', in Grade getheilt, den vorigen Winkel angeben; hat dieser Ring aber eine andere Krümmung, so ändert sich die Länge der Linie Ll von einem Puncte zum andern, und nicht immer theilt die durch C gehende Verticale die Ll in zwei gleiche Theile. Darum müfste man die Puncte v und v' dadurch suchen, dafs man durch C gerade Linien zieht, welche auf Ll senkrecht stehen, und man müfste aus dem Mittelpuncte C einen Kreis an der verticalen Fläche einer Scheibe beschreiben, ihn in Grade eintheilen, um mittelst desselben den Drehungswinkel messen zu können.

Verticale Linien, welche durch zwei einander nahe Puncte gezogen sind, können als parallel angenommen werden. Man kann obiges Gefäfs 40 Fufs weit in hori-

zontaler Richtung fortbewegen, und darf nicht befürchten, dafs man in der Bezeichnung der zwei Zenithpuncte defshalb einen Fehler von $^1/_2$ Secunde begeht. Dehnt sich die Flüssigkeit bei zunehmender Temperatur mehr aus, als das Gefäfs, so erhöht sich die Oberfläche der Flüssigkeit, bekommt eine kleinere Area, und die Linie *Ll* wird kürzer. Eine Verminderung der Temperatur hingegen vergröfsert die Oberfläche der Flüssigkeit und die Länge der Linie *Ll*. In beiden Fällen bleibt der Zenithpunct unverändert der Halbirungspunct des Bogens, der ober der Flüssigkeit sich befindet, seine Gröfse mag wie immer beschaffen seyn.

Hat das Gefäfs nicht an allen Stellen dieselbe Temperatur, welches leicht durch Anrühren mit der Hand oder durch das Anathmen geschehen kann, so geht die kreisrunde Gestalt desselben verloren, und es ändert sich die Gröfse und wahrscheinlich auch die Gestalt der Oberfläche der Flüssigkeit. In diesem Falle läfst sich der Scheitelpunct nur durch die gerade vom Mittelpuncte *C* auf die Oberfläche *Ll* senkrecht gezogene Linie finden. Meistens bewegt sich die Oberfläche der Flüssigkeit gegen den Punct des Ringes hin, welcher durch Temperaturerhöhung ausgedehnt worden ist.

Bei einer Wasserwage ist die innere Wand des cylindrischen Gefäfses nach der Richtung der Achse vollkommen kreisförmig gebogen; es wird an einem Ende hermetisch geschlossen, beinahe ganz mit Weingeist oder Äther gefüllt, und dann auch am anderen Ende luftdicht zugemacht. Es ist klar, dafs ein Stück des vorhin betrachteten Gefäfses, das senkrecht auf die Seiten der zwei Scheiben abgeschnitten, mit der entsprechenden Flüssigkeit gefüllt, und dann geschlossen worden ist, die Dienste einer solchen Wasserwage verrichten kann. In diesem Instrumente heifst die auf dem Äther etc.

ruhende atmosphärische Luft, oder vielmehr die Berührungsfläche beider, die Luftblase, oder schlechthin die Blase, und ist im vorigen Gefäfse durch die horizontale Oberfläche der Flüssigkeit, in der die Linie Ll gezogen ist, vertreten.

Da man aus dem vorhin Gesagten weifs, dafs sich die Länge oder Gestalt der Blase Ll nicht ändert, so lange die Temperatur constant bleibt, so kann man, statt die Zenithpuncte v und v' zu suchen, die beiden Extremitäten der Blase L und l vor und nach einer Drehung des Gefäfses anmerken. Die Zenithdistanz von v', $v\,v'$, die der Veränderung in der Neigung gleich ist, läfst sich daher auf einmal dadurch bestimmen, dafs man an der eingetheilten Rinne den Winkelabstand der zwei Marken beobachtet. Nimmt man sich in Acht, dafs man während der Operation keine Änderung in der Temperatur hervorbringt, so wird man nur die beiden Enden der Blase L und l beobachten dürfen, und die halbe Summe der Grade etc. an dem Ringe, welche jeder Marke entspricht, wird die Zenithdistanz v' angeben. Sind die Grade der Scale von der Art, dafs man sie ohne Nonius ablesen darf, so ist es genug, wenn man die Grade etc. angibt, die sich über den Extremitäten der Blase befinden.

Um auf ähnliche Art die obersten Puncte der Oberfläche einer Wasserwage zu bestimmen, mufs man zuerst den Weg kennen lernen, den die Blase macht, wenn man das Instrument um einen gewissen Winkel, z. B. eine Minute oder eine Secunde neigt. Dieses läfst sich auf verschiedene Arten bewerkstelligen *), z. B. indem man

---

*) Die Franzosen verificiren die grofse Libelle an ihrem Repetitionskreise, indem sie an dessen getheiltem verticalen Kreise zu wiederholten Malen den Winkelmesser zwischen zwei wohl begrenzten, in derselben Vertical-

die Libelle an eine lange, gerade Stange befestiget, deren Länge man kennt, ein Ende derselben um einen gewissen Winkel hebt, und den Weg in Zollen etc. anmerkt, welchen dabei die Blase zurücklegt. Man theilt dann die Röhre oder die Elfenbein-Scale, die seitwärts an ihr angebracht ist, in gleiche Theile *), so dafs jeder Grad der Scale der Neigung um eine Secunde etc. entspricht. Diese Grade werden so numerirt, dafs man, ohne Fehler zu veranlassen, das Mittel der Blase trifft, wie auch ihre Länge beschaffen seyn mag, und daher kleine Differenzen verticaler Winkel zu erkennen im Stande ist.

Den Krümmungshalbmesser einer Wasserwage findet man, indem man den Weg der Blase bei einer Neigung um eine Secunde mit 206265 multiplicirt. Verticale Winkel lassen sich mittelst derselben mit eben der Schärfe messen, wie mit einem Bleiloth, dessen Länge dem Krümmungshalbmesser der Libelle gleich ist. (Ist die cylindrische Röhre der Libelle gar nicht gekrümmt, und an beiden Enden mit Platten geschlossen, die auf ihrer Achse senkrecht stehen, so reicht die Blase, wenn es erlaubt ist, hier noch diesen Ausdruck zu brauchen, von einem Ende der Röhre zum anderen, und kleine Neigungswinkel lassen sich an ihr mit Hülfe einer eingetheilten verticalen Linie oder einer Scale, die mit der Achse der Röhre parallel ist, nicht schärfer messen, als mit einem Loth von der Länge der Röhre.)

Das kreisrunde Gefäfs *W* ist in der Figur auf einer dreieckigen Basis ruhend vorgestellt. Denkt man sich,

---

ebene liegenden Objecten messen, und das Resultat mit der Angabe der Theilung an der Libelle vergleichen.

*) Macht die Blase bei gleichen Veränderungen der Neigung nicht gleiche Wege in der Röhre, so ist dieselbe nicht gehörig kreisrund.

dafs durch Temperaturerhöhung T steigt, ohne dafs dadurch sich U ändert, so wird der Neigungswinkel der schiefen Ebene gröfser, und $C\,o$ rückt aus der verticalen Lage heraus; allein wenn sich die Basis der schiefen Ebene in demselben Verhältnisse verlängert, in welchem die Höhe wächst, so bleibt der Neigungswinkel unverändert. Daher kann die äufsere Fläche der Röhre, statt mit der inneren cylindrischen parallel zu seyn, gegen sie convergiren, ohne bei einer gleichförmigen Änderung der Temperatur den Ort der Blase zu verrücken. Selbst wenn die Höhlung der Röhre conisch zuläuft, so afficirt eine Temperaturänderung die Neigung der Libelle nicht. Stellt z. B. die Röhre im Innern einen abgestumpften Kegel vor, dessen obere Fläche horizontal ist, während die untere eine Neigung gegen den Horizont hat, so bleiben bei einer gleichförmigen Änderung der Temperatur alle Winkel constant, und daher die obere Fläche immer noch parallel *).

Ist die Temperatur der Libelle nicht gleichförmig, so ändert die Blase (wie beim kreisrunden Gefäfse) ihren Ort, und bewegt sich gegen das wärmere Ende hin; ihre Krümmung und die Theilung der Scale erleiden eine Änderung, und der Scheitelpunct läfst sich nicht wie vorhin aus der Lage der Endpuncte der Blase bestimmen.

Die Röhre einer Wasserwage ist meistens mit einer dünnen Metallfassung versehen, die sich in der Wärme stärker ausdehnt, als das Glas. Ist der Boden der Fassung mit der Seite des Glases, die ihm zugekehrt ist, nicht vollkommen parallel, so kann es bei einer grofsen

*) Es ist aber dessen ungeachtet gewifs, dafs durch Temperaturänderungen der Zenithpunct der meisten Libellen eine Änderung erleidet, welche die Künstler einer Abweichung von der vollkommen cylindrischen Gestalt zuschreiben.

Änderung der Temperatur geschehen, daſs sich die Berührungspuncte zwischen der Fassung und der Röhre ändern, und eine kleine Variation in ihrer Neigung gegen den Horizont hervorbringen. Die Verschiedenheit in der Ausdehnung kann auch den Krümmungshalbmesser oder die kreisförmige Gestalt der Röhre ändern.

In obigem Gefäſse *W*, wo der getheilte Ring auf seiner horizontalen Achse senkrecht steht, muſs jeder Endpunct der Blase (oder die Linie *Ll*) bei einer Drehung des Gefäſses einen Kreisbogen beschreiben, welcher in einer verticalen Ebene liegt; und wenn eine hohle Glaskugel, die mit irgend einer tropfbaren Flüssigkeit fast ganz voll gefüllt ist, eine ganze Umdrehung um eine horizontale Achse macht, so beschreibt der Mittelpunct der Oberfläche der Flüssigkeit einen gröſsten Kreis, der in einer auf der Achse senkrechten Ebene liegt, an dem man Zenithdistanzen etc. wie am Gefäſse *W* messen kann. Theilt man den inneren Raum der Kugel mittelst einer auf die Achse senkrechten Ebene in zwei ungleiche Theile, füllt sie mit einer Flüssigkeit, so halbirt eine andere Verticalebene, welche beide Theile in der Richtung der Achse schneidet, die Blase in beiden. Demnach ergibt sich immer aus Messungen an einem gröſsten Kreise derselbe Unterschied der Neigung.

Gesetzt, ein getheilter Glasring, der mit irgend einer tropfbaren Flüssigkeit beinahe voll ist, umschlieſse eine Kugel genau in der Richtung irgend eines ihrer gröſsten Kreise, nur den ausgenommen, welcher auf der Achse senkrecht steht. Fällt der Durchschnittspunct dieser zwei Kreise mit dem Scheitelpunct der Kugel zusammen, so coincidiren auch der Mittelpunct der Blase des Ringes und der Kugel, und es liegen beide in derselben Verticalen. Dreht man jetzt den Ring um irgend einen Winkel, so kommt zwar die Blase desselben wieder in

seinem höchsten Theile in Ruhe, mithin in dem, welcher dem Scheitel der Kugel am nächsten liegt, allein ihre Entfernung vom vorigen Orte im Bogen ist kleiner, als der Winkel verlangt, um den man die Kugel gedreht hat. Diese Abweichung wächst mit der Neigung des Ringes zum Kreise, welchen die Blase der Kugel beschreibt. Beträgt diese 90°, so kann man die Kugel um 90° drehen, ohne daſs sich die Blase des Ringes von ihrem Platze bewegt.

Wären Flüssigkeiten nur allein der Schwere unterworfen, so könnte die hier aus einander gesetzte Theorie der Wasserwage als vollständig gelten; allein die gegenseitige Anziehung des Glases und der Flüssigkeit etc. bringt mannigfaltige Änderungen in der Gestalt der Blase etc. hervor.

Um über die Änderung, welche die Anziehung der Glasröhre und der darin enthaltenen Flüssigkeit in der Gestalt der Blase einer Wasserwage hervorbringt, Aufklärung zu erhalten, wurden folgende Versuche mit einer geraden Glasröhre von 0,5 Z. innerem Durchmesser angestellt. Es wurden beide Enden derselben mit passenden Stöpseln verschlossen, und an ihr eine unregelmäſsige Öffnung *a* (Fig. 13) angebracht, welche 0,2 Z. lang und 0,3 Z. tief, und von beiden Enden der Röhre gleich weit entfernt war. Diese Röhre wurde in horizontale Richtung gebracht, so daſs die Öffnung gegen oben gekehrt war, und hierauf durch die Öffnung mit Wasser gefüllt, das darin dasselbe Volumen und dieselbe Gestalt hatte, als wäre die Röhre ohne Öffnung und ganz luftdicht verschlossen. Nun wurden die Stöpsel gradweise herausgezogen, und dadurch der innere Raum vergröſsert; da trat die atmosphärische Luft hinein, und machte, daſs das Wasser, welches sich unmittelbar unter der Öffnung befand, eine concave Ober-

fläche annahm, wie sie die Figur im Durchschnitte darstellt. Als aber der innere Raum noch fortwährend vergröſsert wurde, so verlängerte sich die Luftblase gegen die Stöpsel, ohne sich zu vertiefen; ihre Enden standen von *a* gleich weit ab, und hatten genau dieselbe Krümmung, wie in der Blase einer mit Weingeist gefüllten Libelle. Wurden die Stöpsel zurückgeschoben, so ging die Blase durch dieselben Grade der Änderung ihrer Gestalt zurück, und wurde zuletzt aus der Röhre vertrieben.

Hierauf wurde die Röhre wohl getrocknet, und der Versuch mit Quecksilber wiederholt, so daſs dieses nicht nur die Röhre anfüllte, sondern aus der Öffnung bei *a* hervorragte. Als der innere Raum vergröſsert wurde, verlieſs das Quecksilber zuerst die Ecken der Öffnung, hielt aber den Eintritt der Luft immer noch ab, bis es eine neue Vergröſserung des inneren Raumes zwang, eine beinahe horizontale Oberfläche anzunehmen, die aber doch in der Nähe der Stöpsel etwas convex war.

Der Verfasser führt zur Erklärung dieser Phänomene eine Reihe von Erscheinungen an, welche von der Capillarität abhängen, und hier als bekannt übergangen werden. Diesem gemäſs glaubt er die Concavität der Wasseroberfläche in dem vorhin besprochenen Versuche von einer Verminderung des specifischen Gewichtes des Wassers an den Stellen, wo es das Glas berührt, herleiten zu müssen. Eben daraus will er es begreiflich machen, warum eine Luftblase selbst in einer geraden Röhre, die hinreichend viel Äther oder Weingeist enthält, sich nicht über die ganze Länge der Röhre erstreckt. Nach diesem fährt er in seinen Erläuterungen, die Theorie der Wasserwage betreffend, so fort: Wenn sich eine verticale Kreisebene um eine horizontale Achse dreht, so bewegt sich mit ihr eine gerade Linie, wie z. B. ein Radius, um denselben Winkel, den die Ebene zurück-

gelegt hat. Dasselbe erfolgt mit jeder anderen, nicht durch den Mittelpunct gehenden Linie, die mit der vorigen parallel bleibt. Beschreibt man daher mit demselben Radius zwei verticale Kreise, deren einer mit der Drehungsachse concentrisch, der andere aber excentrisch ist, und merkt ihren Scheitelpunct an, bevor sie sich gedreht haben, und nachdem dieses geschehen ist, so werden die Scheitellinien in beiden denselben Winkel einschliefsen. Befestiget man daher an der verticalen Seite der kreisförmigen Rinne Fig. 12 die Röhre einer Wasserwage, so bewegt sich die Blase darin gerade so, wie die Rinne, selbst wenn ihr Halbmesser viel vom Krümmungshalbmesser der Röhre verschieden ist. Daraus kann man einsehen, dafs die Blase einer Libelle, deren Krümmungshalbmesser einige hundert Fufs beträgt, und die an der verticalen Seite eines Kreises von wenigen Zollen Durchmesser (wie bei astronomischen Instrumenten) befestiget ist, beim Drehen des Kreises dieselbe Bewegung macht, als wenn ihr Centrum mit der Achse zusammenfiele.

Bei Libellen, mit denen man die horizontale Lage von geraden Linien, Ebenen etc. bestimmen will, ist die mit einer Scale versehene Röhre mit der convexen Seite nach aufwärts gekehrt an einem parallelopipedischen Körper von Metall, Holz etc. so befestiget, dafs die Ebene der Krümmung der Röhre auf der unteren Fläche dieses Körpers senkrecht steht.

Dreht sich ein verticales Kreissegment um eine verticale Linie, so bleibt sein Scheitel dabei an demselben Platze, und die horizontale Sehne des Segmentes beschreibt eine Horizontalebene. Da nun der Mittelpunct der Blase einer Libelle stets dem Scheitelpuncte des Kreissegmentes entspricht, welches die Röhre vorstellt, und die Durchschnittslinie der Basis der Libelle mit ei-

ner verticalen Ebene obige Sehne vorstellt, so kann man versichert seyn, daſs eine Ebene, in welcher sich die Libelle bewegen kann, ohne daſs sich die Blase verrückt, horizontal sey.

Man sagt, eine Libelle sey adjustirt, wenn die beiden Endpuncte der Blase vom Mittelpuncte der Scale gleich weit abstehen. In diesem Falle ist nämlich der Mittelpunct der Blase zugleich der Halbirungspunct des Bogens, zu dem die untere Fläche der Libelle als Chorde gehört.

Stehen die Seitenwände der Libelle auf ihrer Basis senkrecht, und man bringt rechtwinklig zur ersteren eine kurze Libelle an, und bezeichnet die Endpuncte der Blase, wenn die Basis horizontal steht; so wird man in Zukunft immer sicher seyn, daſs die Seitenfläche vertical steht, wenn die Blase der Querlibelle zwischen ihren Zeichen steht. Bringt man also eine Seitenfläche der Libelle mit einer verticalen Ebene in Berührung, und stellt ihre Basis in die Richtung einer in dieser Ebene verzeichneten Linie, so wird man sagen können, letztere sey horizontal, wenn die Blase der Libelle auch noch dann auf denselben Punct einspielt, nachdem man sie umgekehrt hat.

Bewegt sich ein Kreissegment um eine gegen den Horizont geneigte Linie, so beschreibt dabei seine Sehne eine geneigte Ebene. Eine horizontale, in dieser Ebene liegende Linie, welche zugleich durch die gehörige verlängerte Achse geht, steht auf derjenigen senkrecht, die in derselben Ebene liegt, und am meisten von der horizontalen Lage abweicht. Steht demnach obiges Kreissegment vertical, und man merkt die Lage seines Scheitels an, so wird dieser nach einer Viertelumdrehung am meisten von jener ersteren Lage abweichen, und nach einer neuerdings vollbrachten halben Umdrehung eine

eben so grofse entgegengesetzte Abweichung erlangen. Die halbe Summe beider an einem getheilten Kreise gemessen, gibt die Neigung der Ebene gegen die zu erzeugende horizontale Sehne. Stellt man daher eine adjustirte Libelle auf die geneigte Ebene, aber in die Richtung der darauf gezogenen horizontalen Linie, so wird sich die Blase, wenn die Libelle in eine auf diese senkrechte Lage kommt, einen Weg gemacht haben, welcher der Neigung der Ebene entspricht. Dreht man die Libelle noch weiter, so wird nach einer halben Umdrehung die Blase wieder um eben so viel von Null abweichen, aber nach entgegengesetzter Richtung, so dafs der ganze von der Blase zurückgelegte Weg der doppelten Neigung der Ebene entspricht. Will man daher mit einer Libelle die Neigung einer Ebene bestimmen, so stellt man sie darauf, und dreht sie so lange, bis sich die Blase am meisten einem Ende genähert hat, notirt den Stand derselben, dreht sie weiter fort, bis die Abweichung der Blase wieder das Maximum, aber nach entgegengesetzter Richtung erlangt, und notirt neuerdings den Stand der Blase. Die halbe Summe beider Wege gibt die Neigung der Ebene.

Die Bestimmung der Neigung einer Linie, die in einer verticalen Ebene liegt, geschieht auf dieselbe Weise. Es seyen AB (Fig. 14) und CD zwei solche gerade Linien, die gegen den Horizont HH gleich geneigt sind. Man stelle die Libelle auf AB, notire den Stand der Blase, kehre sie um, und stelle sie auf DC, so wird die Blase ruhig stehen bleiben, wenn sie in der vorigen Lage ist. Denkt man sich DC nach DB in die Verlängerung von AD versetzt, so mufs die Blase sich um eine dem Winkel $CDB = CDH + HDB$ entsprechende Gröfse bewegen, und auf halbem Wege auf Null einspielen. Daher ist die Basis einer Libelle horizontal, wenn der

Mittelpunct der Blase auf der Stelle ruht, welche den Abstand der zwei Puncte halbirt, denen derselbe Mittelpunct entspricht, wenn man die Libelle nach einer und dann nach der entgegengesetzten Richtung auf eine geneigte Ebene stellt. Fällt der erstere Punct mit dem Null der Scale zusammen, so ist die Libelle gut adjustirt; ist dieses nicht der Fall, so muſs man dieses mittelst der Correctionsschrauben zu bewerkstelligen suchen. Ist der Adjustirungsfehler gering, so soll man ihn lieber vor dem Gebrauche bestimmt anmerken, als durch die Schrauben ihn verbessern. Temperaturänderungen ändern nicht bloſs die Basis der Libelle (bei einigen meiner Libellen machen 2° F. schon eine Änderung im Scheitelpuncte von 1''), sondern haben auch auf die Schrauben und andere Theile der Fassung Einfluſs. Bestimmt man mit einer Libelle die Neigung mehrerer Linien und Ebenen, so muſs stets die halbe Differenz der von der Blase zurückgelegten Wege gleich Null seyn, wenn die Libelle als vollkommen angesehen werden soll.

XI.

Litterarische Berichte.

1. Bau fester und flüssiger Körper, von *Emmett*.

Emmett nimmt an, daſs die Theile eines festen Körpers an bestimmten Puncten sich berühren; die Änderung ihrer gegenseitigen Lage bringt die des Volumens des Körpers hervor. Diese Änderung findet aber nur innerhalb gewisser Grenzen Statt. Wäre es möglich, einem solchen Körper alle Wärme zu entreissen, so brächte man dadurch die Theile in die möglichst innige

Berührung, d. i. in die Lage, wo die Mittelpuncte je dreier einander zunächst liegender Theile die Ecken eines gleichseitigen Dreieckes einnehmen. Mit der Ausdehnung durch die Wärme ändert sich der Winkel der Linien, welche diese Theile mit einander verbinden; bei der gröfstmöglichsten Ausdehnung, wo der Körper schmilzt, ist dieser Winkel ein rechter. Es ist demnach leicht, die gröfste Ausdehnung, der ein einfacher fester Körper, wenn es einen solchen gibt, fähig ist, zu bestimmen. Man denke sich aus kugelförmigen Theilchen ein Rhomboëder gebildet, die Theile mögen in geradlinigen Reihen liegen, und jede Kugel einer Reihe berühre zwei der nächsten Reihe, nenne den Rhombus, der eine Fläche begrenzt, A, einen der spitzigen Winkel a, und R den Halbmesser, so ist die Solidität des Körpers $\frac{A^3 \sin.^2 a}{R^2}$. Sind in jeder Reihe n Kügelchen, so ist der Durchmesser jedes einzelnen $\frac{A}{n}$, der Radius $\frac{A}{2n}$, und ihr Volumen $\frac{A^3 \pi}{6 n^3}$. Da zugleich n^3 die Solidität des ganzen Körpers ausdrückt, so ist $\frac{A^3 \pi}{6}$ der von dem Kügelchen eingenommene Raum, und daher die Summe aller Zwischenräume $\frac{A^3 \sin.^2 a}{R^2} - \frac{A^3 \pi}{6}$; welche Gröfse bekannt ist, wenn man den Werth von a kennt.

Wird a in dem Augenblicke, bevor das Schmelzen beginnt, ein rechter Winkel, so ist das Volumen des Körpers A^3; geht aber A in $A + h$ über, so beträgt dieses Volumen $\frac{(A + h)^3 \sin.^2 60}{R^2} = \frac{A + h}{R^2} \cdot \frac{3}{4}$. Findet also während des Schmelzens keine Contraction oder Dilatation Statt, so hat man:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{A + h}{R^2}\right)^3 = A^3, \quad \text{mithin} \quad h = A\left(\sqrt[3]{\tfrac{4}{3}} - 1\right).$$

Ist *h* gröſser, so findet während des Schmelzens eine Expansion, ist es kleiner, eine Contraction Statt. Die gröſste Ausdehnung vom eigentlichen Nullpuncte der Wärme bis zum Schmelzpuncte beträgt demnach

$$A^3 (1 - \tfrac{3}{4}) = \frac{A^3}{4}.$$

Fährt man mit der Erhitzung eines Körpers fort, und wächst a, bis die Cohärenz überwältiget ist; so beginnt die Trennung der Theile, und sie ordnen sich in regelmäſsige Hexagone; aber die Attraction behält noch immer über die Repulsion der Wärme die Oberhand, bis die Entfernung der Theile eine gewisse Gröſse erlangt hat; da beginnt dann die Repulsion, und der Körper wird gasförmig. (*The phil. mag. and annals of philos. June*, 1827.)

2. Einfluſs der Liquefaction auf das Volumen und die Ausdehnbarkeit einiger Körper, von *Ermann*.

Ermann hat den Gang der Ausdehnung zweier Körper, nämlich des Phosphors und des *Rosse*'schen Metallgemisches, in ihrem festen Zustande mit dem in ihrem flüssigen verglichen, und dabei ungemein interessante Resultate gefunden. Er untersuchte auf hydrostatischem Wege das specifische Gewicht dieser Körper bei verschiedenen Temperaturen, und schloſs daraus auf ihre Ausdehnung. Diese Versuche, mit groſser Genauigkeit ausgeführt, wie es sich von einem Physiker des Ranges, den *Ermann* einnimmt, erwarten läſst, gaben folgende Resultate:

1. Für das Metallgemische. Wenn man es von 0° ausgehend erwärmt, so scheinen die Volumenveränderungen bis ungefähr 35° R. nahe den Temperaturen proportional zu seyn; hierauf erreicht die Ausdehnung ein

Maximum, über welches hinaus eine Zusammenziehung eintritt, die anfangs sehr schnell fortschreitet, aber nach und nach abnimmt, bis bei 55° R. ein Minimum Statt findet. Von da an dehnt es sich sehr langsam aus, bis zum 75sten Grade, wo es schmilzt. Zwischen 75° und 80° ist die Ausdehnung sehr stark, über 80° hinaus wird der Gang der Ausdehnung wieder dem der Wärme proportionirt, und zwar ist die Ausdehnung gerade so, als hätte diese Regelmäſsigkeit immer zwischen 35° — 80° Statt gefunden, und als wenn obiges Maximum und Minimum gar nicht vorhanden gewesen wäre.

2. Für den Phosphor. Die Volumenveränderungen des festen Phosphors sind, mit Ausnahme einiger kleinen Unregelmäſsigkeiten, den Temperaturen proportional. Beim Schmelzen tritt eine plötzliche Ausdehnung ein, die Volumenvergröſserung ist bedeutender als im festen Zustande, aber immer noch der Temperatur proportional. (*Poggendorff's* Annalen, 1827. S. 4.)

3. Wirkung des Druckes auf flüssige Körper.

a. *Perkins* Versuche.

Perkins hat einen Apparat construirt, mit dem er einen gröſseren Druck auf Flüssigkeiten ausüben konnte, als dieses bisher möglich war. Bei einer Einrichtung dieses Instrumentes konnte er mit einem Druck von 1000 Atmosphären oder 140000 Pf. auf einen Quadratzoll arbeiten; die andere, wiewohl minder genaue, erlaubte gar einen Druck von 2000 At. zu Stande zu bringen. Mit dem ersteren untersuchte er die Compressibilität des Wassers. Die Resultate gibt er in einer eigenen Tabelle an, wovon hier ein Auszug folgt, der von 50 zu 50 Atmosphären den Mittelwerth der Compression angibt. In *Perkins* Tabelle sind die Resultate von 10 zu 10 Atm. angegeben, und zwar für jeden Druck in fünf verschiede-

nen Angaben, aus denen die Mittelwerthe berechnet wurden. Die erste Spalte enthält den Druck, die zweite die Gröfse der Verkürzung einer 190 Z. langen Wassersäule durch denselben.

Atmosph.	Druck.	Atmosph.	Druck.
50	0.817	550	5.486
100	1.422	600	5.907
150	1.911	650	6.256
200	2.432	700	6.719
250	2.884	750	7.038
300	3.331	800	7.411
350	3.774	850	7.851
400	4.193	900	8.243
450	4.610	950	8.595
500	5.087	1000	9.402

Bei einem Druck von 2000 Atm. fand *Perkins* eine 8 Z. lange Wassersäule um $^3/_4$ Z. verkürzt.

Andere merkwürdige Resultate erhielt er mit Essigsäure, die er einem Druck von 1100 Atm. aussetzte. Er fand sie nämlich schön krystallisirt, und die übrige Flüssigkeit, die etwa $^1/_{10}$ der ganzen Masse betrug, nur schwach sauer.

Bei Versuchen mit atm. Luft fand er, dafs dieselbe schon bei einem Druck von 500 Atm. zu verschwinden anfing; bei 1200 Atmosphären fand er statt der Luft eine schöne durchsichtige Flüssigkeit, die etwa den $^1/_{2000}$ Theil der Luftsäule ausmachte, an der Oberfläche des zum Absperren gebrauchten Quecksilbers. *Perkins* konnte allerdings während des Druckes nicht in den Apparat hineinsehen, weil dieser aus Metall bestand; aber es ist wohl denkbar, dafs eine tropfbare Masse, welche durch

starken Druck aus einem Gas entstanden ist, nach Aufhebung des Druckes nicht wieder gasförmig wird, weil sie bei der Compression die dazu nöthige Wärme verlieren mufste, und durch die starke Annäherung der Theile die Cohärenz ungemein stark geworden seyn mufste, gerade so, wie Wasserdämpfe, die sich durch Compression aus der Luft abgesetzt haben, und als Tropfen erscheinen, nicht wieder alsogleich ausdehnsam werden, sobald der Druck nachgelassen hat. Kohlenwasserstoff fand *Perkins* schon bei 40 Atm. im Übergange in den tropfbaren Zustand begriffen, bei 1200 Atm. war es gänzlich tropfbar geworden. (*Phil. Transact. f.* 1826, p. III. p. 541, übersetzt in *Schweigger's* Journ. 1827, H. 2, und *Poggendorff's* Annalen, 1827, St. 4.)

b. *Oersted's* Versuche.

Oersted's Apparat gestattet nur einen Druck von 70 Atm., scheint aber genaue Resultate zu liefern. Er fand bei den bis jetzt bekannt gemachten Versuchen folgende Resultate:

1. Bis zu einem Druck von 70 Atm. ist die Compressibilität des Wassers den drückenden Kräften proportional, die absolute Zusammendrückung ist aber kleiner, als sie *Perkins* angibt, nämlich $^{45}/_{1000000}$ des Volumens.
2. Es scheint dabei keine Wärme entwickelt zu werden.
3. Die Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers beträgt nur $^{1}/_{1000000}$ bei einem Druck von einer Atmosphäre.
4. Schwefeläther läfst sich durch denselben Druck drei Mal stärker als Alkohol, zwei Mal stärker als Schwefelkohlenstoff, und $1^{1}/_{3}$ Mal stärker als Wasser zusammendrücken.

5. Wasser, welches Salze, Alkalien oder Säuren enthält, läſst sich weniger comprimiren, als das reine.
6. Glas läſst sich viel weniger als Quecksilber zusammendrücken. (*Poggendorff's* Annalen, 1827. St. 4.)

4. Elasticität des Eises, von *Bevan*.

Der strenge Winter des Jahres 1826 veranlaſste *Bevan*, seine schon früher angestellten Versuche über die Elasticität des Eises zu wiederholen. Er lieſs zu diesem Zwecke ein prismatisches Eisstück aussägen, welches 100 Z. lang, 100 Z. breit, und im Mittel 3.97 Z. dick war, und an einem Ende noch mit der übrigen Masse einer Eisdecke zusammenhing. In der Entfernung = 98 Z. von dieser Stelle wurde ein Gewicht von 25 Pf. aufgelegt, und die dadurch entstandene Senkung des Endes gemessen. Sie betrug 0.206 Z. Daraus ergibt sich als Modulus der Elasticität des Eises 2.100000 Fuſs. Mehrere andere Versuche, bei deren einigen das Eis an seinem Entstehungsorte untersucht wurde, wie im erwähnten Falle, bei anderen aber losgelöset und abgetrocknet, gaben ein gleiches Resultat. Berechnet man nach der von *Canton* gefundenen Compressibilität des Wassers den Modulus der Elasticität desselben, so findet man 2.178000, mithin eine Zahl, die dem Modulus der Elasticität des Eises nahe kommt. (*Phil. Transact. f.* 1826. p. III. S. 304.)

5. Magnetismus.

a. *Lebaillif's* Magnetnadel, und Versuche mit derselben.

Diese wegen ihrer ungemeinen Empfindlichkeit berühmte Magnetnadel gehört unter die Classe der astatischen. Sie besteht aus zwei magnetisirten Nähnadeln, welche an die zwei Enden eines Strohhalmes so angebracht sind, daſs sie dem Erdmagnetismus nicht gehorchen können. Der Strohhalm ist in der Mitte mittelst

eines ungedrehten Seidenfadens aufgehängt, und das ganze stellt gleichsam eine magnetische Torsionswage vor. Nach *Bequerels* Erfahrungen hängt ihre Empfindlichkeit von der Länge des Hebelarmes, und von der mehr oder minder vollkommenen Neutralisirung der magnetischen Einwirkung der Erde ab. Derselbe Gelehrte hat mit dieser Nadel einige merkwürdige Eigenschaften des Wismuthes und Spiefsglanzes bemerkt. Er fand nämlich, dafs ein Stück von einem dieser Metalle beide magnetische Pole abstofset. (*Journal of Science*, N. XIII. p. 185.)

b. Wirkung eines Überzuges und der Sonnenwärme auf Magnetnadeln, von *Watt*.

Watt hing eine 3 Z. lange Magnetnadel an einem feinen Haare auf, nachdem er sie früher mit gelbem Wachs überzogen hatte, und bemerkte, dafs durch diesen Überzug ihre Richtkraft bedeutend modificirt werde, ja ganz aufgehoben werden könne. Er machte den Überzug stufenweise immer dicker, und liefs ihn beide Pole der Magnetnadel decken, da bemerkte er, dafs die Magnetnadel mehr nach West abwich; war der Überzug 1½ Z. dick, so zeigte die Nadel mehrere Stunden nach NW., kehrte sich dann nach NNW., und beharrte in dieser Richtung. Ein anderer Magnetstab von 2 Z. Länge und ⅛ Z. Dicke wurde in einen Wachscylinder von 1 F. Länge und 2½ Z. Durchmesser eingeschlossen. Wendete er den Südpol des Magnetes gegen Nord, so drehte sich der Cylinder mit Leichtigkeit um, blieb aber in einer gröfseren westlichen Abweichung in Ruhe, als eine unbedeckte Magnetnadel. Dabei verlor der Magnet seine Empfindlichkeit gegen andere auf denselben einwirkende Körper keineswegs, ja indem dadurch die Einwirkung des Erdmagnetismus vermindert wurde, erschien jene Empfindlichkeit noch in einem höheren Grade.

Watt setzte Stücke von Zinn, Zink, Kupfer und Siegelwachs durch zwei Stunden den Sonnenstrahlen aus, und fand hierauf, dafs sie die Magnetnadel anziehen, und eine Ablenkung von mehreren Graden an ihr hervorbringen. Wurden sie in Feuer erwärmt, so zeigten sie diese Eigenschaft nicht. Kupfer und Siegelwachs besafsen sie in besonders hohem Grade. Wurde das Sonnenlicht mittelst einer Linse darauf geleitet, so zeigten sie sich besonders wirksam. Es schien, als übten Sonnenstrahlen, die mittelst einer Linse concentrirt, und durch verschiedenfärbige Gläser auf den Wachsüberzug geleitet werden, auf die entgegengesetzten Pole des Magnetes eine verschiedene Wirkung aus. Blaue Strahlen schienen den Südpol anzuziehen, den Nordpol abzustossen; diese sowohl, als die violetten, brachten am Südpole eine Ablenkung von mehreren Graden hervor. Sowohl der unzerlegte als der zerlegte Strahl schien nur eine Ablenkung von 1 M. hervorzubringen, wenn er längs der Nadel hingeleitet wurde. (*Edinb. phil. Journ.* N. 5. p. 170.)

6. Meteorologie.

Höchster und niedrigster Barometerstand zu Malmanger und Ullenswang in Norwegen, von *Herzberg*.

Herzberg hat durch 29 Jahre, nämlich von 1798 bis 1827, Barometerbeobachtungen angestellt, und zwar von 1798 bis 1807 zu Malmanger in einer nördlichen Breite von 60°, und einer Höhe von 66 rheinl. Fufs über der Meeresfläche; von 1807 bis 1827 hingegen zu Ullenswang in der Breite von 60° 19′, und einer Seehöhe von 32 rheinl. Fufs. Folgende Tabelle enthält das Maximum und Minimum des Luftdruckes für jedes Jahr. Der Barometerstand ist auf 0° R. reducirt, und zugleich

die Temperatur nach Réaumur beigesetzt, und der Charakter der Witterung.

Jahr.	Minimum des Barometerstandes in Pariser Mass.			Thermometerstand.	Witterung.
1798. Nov. 27	26 Z.	8 L.	4 P.	+ 12°.5	Regen und Sturm von SW.
1799. April 11.	27	1	7	10	Regen, ruhig.
1800. Nov. 26.	26	8	—	4	detto. Sturm von SO.
1801. Jän. 5.	26	7	3	5	Regen und Sturm von SW.
1802. Dec. 10.	26	8	—	5	Regen u. starker Wind von SW.
1803. Febr. 15.	26	6	—	— 2	Schnee, Sturm von SO.
1804. März 31.	27	3	—	+ 4	Regen u. starker Wind von O.
1805. Dec. 21.	26	6	—	2	Regen, ruhig.
1806. Dec. 25.	26	3	8	4	Regen, stürmisch.
1807. Nov. 21.	26	10	8	0.4	Schnee und ruhig.
1808. Jän. 28	26	8	4	1.5	Bewölkt, Wind v. S.
1809. Dec. 10.	26	8	9	7	Regen, starker Wind von S.
1810. Febr. 28.	26	7	8	1.5	Ruhig.
1811. Jän. 17.	26	10	—	3.5	Regen, Schnee u. starker Nordwind.
1812. Oct. 20.	26	8	5	7.5	Sturm von O.
1813. Nov. 15.	26	8	9	5.2	detto. von SO.
1814. Dec. 18.	26	7	8	1	Regen, Sturm v. SW.
1815. Nov. 14.	26	7	3	3	Ruhig.
1816. Dec. 29.	26	10	—	2	Regen, Schnee, ruhig.
1817. Febr. 15.	26	9	2	1.5	Schnee, ruhig.
1818. März 8.	26	6	—	3.4	Bewölkt, ruhig.
1819. Jän. 17.	26	10	8	4.2	Regen, Sturm von S.
1820. März 1,	26	11	—	— 1.4	Wenig Schnee, ruhig.
1821. Dec. 23.	26	6	—	3.2	Regen, Sturm v. SO.
1822. Febr. 3.	26	3	8	2	Regen, Schnee v. NW.
1823. März 7.	26	6	5	2	Kühles Lüftchen v. O.
1824. Dec. 25.	26	4	8	4.2	Schnee, Sturm von S.
1825. Nov. 26.	26	3	6	2	Regen, Schnee, Sturm von S.
1826. Febr. 7.	27	2	6	3.5	Regen, viel Wind v. W.
Mittelwerth .	26	8	2	+ 3.4	

Jahr.	Maximum des Barometerstandes in Pariser Mafs.			Thermometerstand.	Witterung.
1798. Dec. 29.	29 Z.	1 L.	— P.	— 8°	Ruhig und heiter.
1799. Jän. 1.	28	9	—	— 3.5	detto.
1800. Dec. 15.	28	6	2	— 0.2	detto.
1801. März 30.	28	7	—	+ 1	Heiter mit Nordwind.
1802. Mai 22.	28	8	2	+ 9	Ruhig und heiter.
1803. März 8.	28	8	1	— 3	detto.
1804. Dec. 18.	28	9	7	— 3	detto.
1805. Nov. 11.	28	8	6	— 3	Bewölkt, ruhig.
1806. Febr. 24.	28	9	8	— 4	Sturm von SW., Regen und Donner.
1807. März 23.	28	11	3	— 0.2	Hell und ruhig.
1808. März 26.	28	10	6	— 1	Hell, Lüftchen von O.
1809. April 24.	28	8	6	+ 5.5	Hell und ruhig.
1810. Jän. 14.	28	8	9	— 8.5	Heiter, Sturm von O.
1811. März 14.	28	8	3	+ 1.5	Ruhig und heiter.
1812. Dec. 6.	28	9	—	— 7	detto.
1813. März 12.	28	9	—	— 4	detto.
1814. März 16.	28	8	—	+ 1.5	detto.
1815. Jän. 19.	28	9	7	— 3	Heiter, windig von NO.
1816. Dec. 20.	28	7	6	— 2.5	Heiter und ruhig.
1817. April 6.	28	9	1	+ 5.5	detto.
1818. Dec. 28.	28	8	—	+ 0.2	Lüftchen von N.
1819. Dec. 7.	29	3	—	— 1.3	Ruhig und heiter.
1820. Jän. 8.	29	1	3	— 10	detto.
1821. Jän. 23.	28	9	7	+ 3.2	detto.
1822. Dec. 12.	28	9	—	+ 3.2	detto.
1823. Jän. 5.	28	9	3	— 2.6	Sturm von NO.
1824. April 5.	28	8	4	+ 4.8	Ruhig und heiter.
1825. März 17.	28	9	5	— 1.6	detto.
1826. März 12.	28	10	—	+ 4.2	detto.
Mittelwerth .	28	9	28	— 0°.72	

(*Journ. of Scien.* N. 13, p. 83.)

Verbesserung.

Seite 145, Zeile 2 v. ob. lies: Linse, statt: Stufe

Auszug aus den beim Leichenbegängnisse des Marquis *de la Place* am 7. März 1827 gehaltenen Reden.

Im Monate März dieses Jahres starben zwei der gröfsten Gelehrten, die je im Reiche der Wissenschaften arbeiteten, Marquis *de la Place* und der Graf *Alex. Volta*, ersterer in Paris, letzterer auf seinem Landhause in Como. Über die Leichenfeier des letzteren ist mir noch nichts näheres bekannt geworden; die des ersteren wurde sehr feierlich begangen, und vier der ausgezeichnetesten französischen Gelehrten hielten Reden, in denen seine Verdienste, die im Allgemeinen wohl ohnehin jedem Gebildeten bekannt seyn müssen, näher aus einander gesetzt wurden. Der Graf *Daru* sprach im Namen der französischen Academie, und schilderte *Laplace* als mathematischen Schriftsteller, *Poisson* pries im Namen des Längen-Büreau seine Verdienste um die Astronomie, *Biot* machte seine physikalischen Arbeiten zum Gegenstand seiner Rede, und *Maurice* betrachtete ihn von Seite des Einflusses, den er auf den Gang der menschlichen Kenntnisse überhaupt nahm. Die *Bibliothéque universelle* (April 1827) enthält die wichtigsten Stellen aus den Reden der drei letzteren, die auch hier in einer Übersetzung Platz finden mögen:

Newton, sagte *Poisson*, umfafste mit einem einzigen Gedanken alle Gesetze, welche die Materie beherrschen, und was nicht weniger Bewunderung verdient, er bezeichnete den gröfsten Theil der Folgerungen, welche die Zeit und fleifsige Beobachtung uns erst näher enthüllen mufs. Allein wie viel fehlte noch zur klaren Darstellung der Phänomene, die nur der Fernblick eines Genies, das sich über menschliche Kräfte zu erheben schien, ahnete, und zur Vergleichung derselben mit der Erfahrung, wie es die Astronomie unserer Zeit leistet. Um dieses Ziel zu erreichen, bedurfte es der Arbeiten eines *Euler*, *Clairaut*, *d'Alembert*, *Lagrange* und *Laplace*. Jetzt ist die *Mécanique céleste* das wahre Buch der Naturphilosophie, ein Werk, das nur von einem Manne verfafst, aber die Frucht des tiefen Nachdenkens mehrerer Generationen ist.

Ich konnte wohl den Namen *Lagrange* nicht aussprechen, ohne daſs ihr, meine Herren! euch erinnertet, wie oft dieser Name mit dem *Laplace's* zugleich genannt wurde, und wie sehr beide in der Meinung der Welt vereint vorkamen, wenn diese die gröſsten Denker bezeichnen wollte. Lange Zeit hindurch sah das gelehrte Europa über denselben Gegenstand eine Denkschrift des einen auf ein Werk des anderen folgen; und das Längen-Büreau, in dessen Namen ich spreche, wird ewig jene merkwürdige Sitzung im treuen Andenken behalten, wo ihm von beiden über denselben Gegenstand, der einer der wichtigsten in der physischen Astronomie ist, ihre Arbeit mitgetheilt wurde. Aber die Fragen, womit sich die hohen Geister beschäftigten, waren von der Art, daſs sie dieselben von ganz verschiedenen Gesichtspuncten betrachten konnten, manchmal selbst ohne den Gegenstand zu erschöpfen. Doch herrschte zwischen diesen zwei Genien ein Unterschied, der Jedem aufgefallen seyn muſs, der ihre Werke studirt hat: Es mochte sich um das Schwanken des Mondes oder um ein Zahlenproblem handeln, so schien *Lagrange* in der Frage, mit der er sich beschäftigte, oft nur den Calcul zu sehen, wozu sie Veranlassung gab; daher es denn auch kommt, daſs er auf die Eleganz der Formeln und auf die Allgemeinheit seiner Methoden einen so hohen Werth setzte; für *Laplace* hingegen war die mathematische Analyse nur ein vielfach anwendbares Instrument, bei dessen Gebrauch er aber immer den besonderen Gegenstand der Untersuchung der allgemeinen Begründung unterordnete.

Vielleicht wird die Nachwelt sagen, einer war ein groſser Geometer, der andere ein groſser Philosoph, der die Natur zu erforschen suchte, indem er die Mathematik auf sie anwandte. Auf diesem Wege hat uns *Laplace* die Haarröhrchen-Theorie gegeben; so hat er die Wahrscheinlichkeitsgrade der mannigfaltigen, auf eine groſse Anzahl von Beobachtungen angewandter Rechnungsarten bestimmt; so hat er die Gesetze der Ebbe und Fluth in Formeln dargestellt, die ungeachtet der vielen willkürlichen Elemente, von denen sie abhängen, mit einer ausnehmenden Genauigkeit die Beobachtungen darstellen, die über hundert Jahre von einander entfernt sind; so hat er die Ursache und Gröſse der seculären Gleichungen

des Mondes und die grofsen periodischen Ungleichheiten des Saturn und Jupiter entdeckt, zwei Probleme, die den Geometern am meisten zu schaffen machten, und die, obwohl sie von der älteren Academie der Wissenschaften mehrmal vorgelegt wurden, allen ihren Bemühungen Trotz boten; so hat er unter den zahlreichen periodischen Ungleichheiten des Mondes diejenigen unterschieden, welche von der Sonnenparallachse abhängen, und die Ungleichheiten kennen gelehrt, an denen die Abplattung der Erde Ursache ist, und dadurch den Astronomen in den Stand gesetzt, die Gestalt unseres Planeten und seine Entfernung von der Sonne bestimmen zu können, ohne aus seinem Observatorium hinausgehen zu dürfen; endlich um die Aufzählung seiner wichtigen Entdeckungen zu beenden, worunter ich auch die begriff, welche seiner Einbildungskraft am meisten zusagten, so war es diese eigenthümliche Richtung seines Geistes, welche ihm die so verwickelten Gesetze der Jupiters-Trabanten entziffern lehrte, eine Aufgabe, deren besondere Schwierigkeiten von einem im Sonnensysteme einzigen Umstande herrühren, welchen die Bewegungen der Jupiters-Trabanten darbieten, und den er mit so viel Scharfsinn erkannte.

Diese Arbeiten haben ohne Unterbrechung mehr als sechzig Jahre seines Lebens ausgefüllt. Man müfste aber doch über ihre Anzahl und Mannigfaltigkeit erstaunen, wenn man nicht wüfste, dafs Fruchtbarkeit vor allem ein wesentliches Attribut des Genies ist. Ich mufs aber auch sagen, dafs die numerischen Rechnungen, die von seiner kostbaren Zeit so viel geraubet hätten, sein Freund *Bouvard* gemacht hat. Seine Formeln sind die Grundlage der astronomischen Tafeln von *Delambre*, der auch sein Freund war, und dessen Name in doppelter Hinsicht an seiner Grabstätte genannt werden mufs. *d'Alembert* leitete die ersten Schritte in seiner litterarischen Laufbahn, welcher in ihm bald den Geometer erkannte, der in Kurzem sein Nebenbuhler seyn wird. Wiewohl er schon im vier und zwanzigsten Jahre in die Academie aufgenommen wurde, so hatte er doch schon eine Hauptentdeckung gemacht, nämlich die der Unveränderlichkeit der mittleren Distanzen der Planeten von der Sonne, und mehrere wichtige Denkschriften verfafst. Das Längen-Büreau hat die Vorlesung sei-

ner letzten Arbeit, so zu sagen, seinen letzten Athemzug gehört; noch kaum vierzehn Tage vor seiner Krankheit hat er uns ein Mémoire über die Oscillationen der Atmosphäre mitgetheilt, das in die *Connoissance des tems* aufgenommen werden wird. Eine neue Ausgabe seines *Système du monde* ist angefangen; er machte Vorbereitungen zu dem ersten Supplement zum fünften Bande der *Mécanique céleste*, dem Werke seiner letzteren Tage; der siebente Band der *Mémoires de l'Académie*, der bald erscheinen wird, enthält noch ein Mémoire von ihm, das werth ist, die lange Reihe seiner Werke zu beschliefsen, womit er unsere Sammlungen bereichert hat, und deren Anfang bis zum Jahre 1772 reicht.

* * *

Laplace, »sagte *Biot*, als er von der Haarröhrchentheorie sprach,« musterte den Himmel *Newton's*, und nachdem er dort an der Seite seines Vorfahrers seinen Namen eingezeichnet hatte, suchte er, im Gedanken, unbekannte Regionen auf, und erkannte, von seinem eben so umfassenden als durchdringenden, eben so geregelten als vasten Genie geleitet, in den kleinsten Massentheilchen der Körper eben so viele neue Welten, die man noch nicht unter die allgemeinen Gesetze der Mechanik bringen konnte; eine Art Weltsysteme, die nicht weniger wunderbar eingerichtet sind, als unser Planetensystem, wo Myriaden Theile auf einmal in nicht wahrnehmbaren Entfernungen wechselseitig auf einander einwirken, und ohne Vergleich schwerer zu berechnen sind, als die regelmässigen und einfachen Bewegungen, die im einsamen Weltraume vor sich gehen. Die Anwendung des Calculs auf diese Art der Erscheinungen wird für die Physik und Chemie stets die Fackel bleiben, welche die tief verborgenen Schätze erleuchtet, und die mit unwiderstehlicher Macht die geheimsten Fäden ans Tageslicht zieht. Dieses Verfahren wird noch viel mehr leisten, weil man durch den Calcul die nothwendigen Verbindungen der Thatsachen entdecken, und aus den einzelnen Kenntnissen dieser Art eine allgemeine, und auf festen Stützen ruhende Wissenschaft bilden kann.

Diese Anwendung der Mechanik auf die Physik der Körperwelt, zu der *Descartes* den Wink gegeben, die *Newton*

weiter versucht hat, würde begründet, und in ihrem ganzen Umfange, den sie erst mit der Zeit erlangen kann, von einem Manne vorbereitet, der unser Zeitgenosse war."

Endlich sprach *Maurice* über seine gesammten Leistungen im Allgemeinen mit folgenden Worten: Es ist genau ein Jahrhundert verflossen, seit England den grofsen *Newton*, den ersten aller denkenden Köpfe, in die Gruft senkte, und wir thun dasselbe mit dem Manne, den Europa einstimmig seinen Nachfolger nennt.

Was Englands Philosoph so glücklich unternahm, hat *Laplace* auf seiner langen und glänzenden Laufbahn glücklich vollbracht; und doch wufste dieser grofse Mann von dem hohen Gedanken über das Weltsystem, die einen minder grofsen Geist vernichtet haben würden, so zu sagen auf die Erde herabzusteigen, und dem Studium der uns zunächst umgebenden Natur einen neuen Charakter zu ertheilen.

Seinem gewandten Scharfblicke, von den sinnreichsten Rechnungsmethoden begleitet, und seinem beharrlichen tiefen Forschen, das ein charakteristischer Zug seines Talentes war, verdanken wir die ersten Keime der eigentlich mathematischen Physik, deren Vervollkommnung das Werk seiner Nacheiferer und der immerwährende Gegenstand der Bestrebungen des menschlichen Geistes seyn wird.

Die Academie der Wissenschaften hatte seit länger als einem halben Jahrhundert *Laplace* in ihrer Mitte, und man kann nicht läugnen, dafs die vielen und wichtigen Arbeiten dieses grofsen Mathematikers den Glanz dieser Gesellschaft nicht wenig erhöht haben. Während dieses langen Zeitraumes bereicherte er ihre Sammlungen mit den wichtigsten Entdeckungen, die unsere Kenntnisse über die Einrichtung des Weltsystems so sehr erweitert haben, mit mehreren fruchtbaren analytischen Untersuchungen, und mit der Berechnung der Wahrscheinlichkeit, die eines solchen Kopfes bedurfte. Darin legte er die grofsen Resultate seiner unermüdlichen Forschungen nieder, über die Gewifsheit der Stabilität des Sonnensystems, diesem Siegel, womit die ewige Weisheit ihr Werk bezeichnet hat, dem gröfsten, erhabensten aller Resultate, zu dem sich der menschliche Geist erheben konnte, ja das man für völlig unerreichbar halten sollte. Auch der Umstand gibt

ihm ein ehrenvolles Zeugnifs, dafs es nach Verlauf des achtzehnten Seculums kein wichtiges astronomisches Phänomen gab, von dem nicht die mathematische Analyse die Gesetze darstellte.

Allein die Schriften der Academie enthalten nichts über den unermefslichen Einflufs, den er durch funfzig Jahre auf alle Zweige der Naturwissenschaften nahm, und doch soll er nicht unbekannt bleiben. Stets sah man ihn mit glühendem Eifer nach Wahrheit forschen, die thätige und feurige Jugend, die ihn umgab, aneifern, ihr neue Methoden, Instrumente, Untersuchungsmittel und Thatsachen an die Hand geben. In dieser Hinsicht, kann man sagen, dafs er eine Schule gebildet, und seiner würdige Schüler hinterlassen hat. Lange werden jene, die von ihm ihre erste Aneiferung erhielten, und seiner Leitung und seinem dauernden Wohlwollen ihre ersten glücklichen Fortschritte verdanken, diesen Titel sich beilegen. Die Empfindungen, welche er ihnen stets einflöfste, waren auch dem Auslande nicht unbekannt, das ihn bewundernd verehrte. Frankreich kann mit Recht darauf stolz seyn, dafs es den Mann unter die Seinigen zählt, welchen die Gelehrten und Philosophen aller Nationen einstimmig als den ersten Bürger ihrer Republik anerkennen; einer Gesellschaft, die mit der Civilisation zur Welt gekommen, zugleich mit ihren Fortschritten sich erweitert, alle Gesetze ehrt, unter allen Regierungsformen lebt, und deren wohlthätiger Einflufs sich auch auf die Unwissenheit und auf die Rohheit der Sitten erstreckt, indem sie jene erleuchtet, diese mildert, die in der Religion alles, was mit ihrem göttlichen Ursprunge harmonirt, verehrt, und nur die Barbaren hafst, die sie nicht besänftigen, und den Aberglauben, den sie nicht entwaffnen kann, den sie aber *bekämpft*, und ewig *bekämpfen* wird.

So war der Mann beschaffen, dem wir nun ein langes und schmerzliches Lebewohl gesagt haben, und der uns unvergefslich bleiben wird. Ausgezeichnet durch seine grofsen Entdeckungen, die in der Wissenschaft Epoche machen, wird *Laplace* lange bei der Nachwelt die Auszeichnung geniefsen, sein Vaterland mit einem unbestrittenen, vor allem dauerhaften Ruhme bedeckt zu haben.

Fig. 8.

Fig. 7.

d b c a e   a e c b d

Fig. 12.

v L l W v' C T U

Fig. 13.

a

Fig. 14.

A C H H D B

M. Bauer. sc.

ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Über die von *Colladon* beobachtete Ablenkung der Magnetnadel durch Reibungs-Electricität;

vom
Professor *Nörrenberg*.

Die Resultate, welche *Colladon* durch seine im II. Bande, S. 40 dieser Zeitschrift beschriebenen Versuche erhalten hat, sind für die Theorie des Electromagnetismus zu wichtig, als daſs nicht alles, was die Anstellung dieser Versuche erleichtert und die Resultate derselben bestätigt oder genauer bestimmt, von Interesse seyn sollte. Ich gebe deſshalb hier das, was ich bei Wiederholung einiger dieser Versuche Bemerkenswerthes gefunden zu haben glaube.

Die bisherige Einrichtung des Multiplicators bringt es mit sich, daſs derselbe nicht bloſs als Galvanometer, sondern auch nach Art der *Coulomb*'schen Drehwage, als Electroscop wirkt. Die electroscopische Wirkung kann nach Beschaffenheit der Umstände die magnetische Ablenkung vergröſsern oder auch verkleinern, und wohl ganz unmerklich machen.

Ist die Spannung des electrischen Stromes in den Windungen des Multiplicators merklich, so wirken diese zu Anfange eines jeden Versuches, der nicht zu schnell auf einen andern folgt, anziehend auf die Nadeln, und

verkleinern dadurch die Ablenkung. Sind aber ein Mal die isolirten Nadeln durch Mittheilung electrisirt, was mit Hülfe der unter der Glocke eingeschlossenen Luft sehr leicht geschieht, so wirken die Windungen abstossend auf die Nadeln, und vergröſsern dadurch die entstandene Ablenkung.

Man wird daher in allen Fällen, in welchen die durch den Multiplicator geführte Reibungs-Electricität noch eine merkliche Spannung behält, sehr gemischte Resultate erhalten, die, wenn man nicht die genaueste Rücksicht auf alle Umstände nimmt, mitunter ganz irregulär erscheinen können.

Sowohl, um einige dieser Umstände deutlicher machen zu können, als auch um denjenigen desto nützlicher zu seyn, welche sich, um die Versuche zu wiederholen, erst einen Multiplicator verfertigen müssen, gebe ich hier die Beschreibung desjenigen, welcher mir zu den in Rede stehenden Versuchen gedient hat.

Die Figur 15 stellt denselben in dem dritten Theile der natürlichen Gröſse vor. Er hat 180 Doppelwindungen nach *Schweigger's* Angabe, und entspricht also einem von 360 Windungen nach *Nobili*. Der zu diesen Windungen genommene versilberte Kupferdraht N. 12 hat 0,1 Linie Durchmesser, und ist nur ein Mal mit sechsfacher Seide so übersponnen worden, daſs ein Stück von 40 Kl. nach dem Überspinnen $4\,^3/_4$ Loth wog. Die 2″ 9‴ langen Nadeln sind Stücke einer gerade gebogenen, $1\,^1/_6$‴ breiten Uhrfeder. Sie sind in ihrer Mitte durchbohrt, und stecken auf einer 1″ 7‴ langen, und $^1/_2$‴ dicken Achse von Strohhalm, die mit dem in ihrem oberen Ende befestigten Häkchen an einem 11″ langen Coconfaden hängt. Die Nadeln wurden so lange gestrichen, bis sie an beiden Polen gleich schwere Drahtstückchen tragen konnten. Verbunden, machen sie 30 Schwingungen in

einer Minute, wenn ihre gleichnamigen Pole einerlei Richtung haben, und 3 bis 4 Schwingungen, wenn ihre gleichnamigen Pole nach entgegengesetzten Richtungen gekehrt sind. Da die richtende Kraft des Erdmagnetismus dem Quadrate dieser Zahlen proportional ist, und außerdem bei einem Multiplicator mit zwei Nadeln anderthalb Mal so viel wirksame Ströme Statt finden, als bei einem mit einer Nadel, so sieht man, daſs bei gleich viel Windungen der erstere leicht hundert Mal so empfindlich seyn kann, als der letztere. Jeder der beiden Räume für die Nadeln hat 3'' 6''' Länge und 5''' Höhe. Die Weite der Öffnungen, durch welche die Verbindungsachse der Nadeln herabhängt, beträgt 2 ½'''. Das untere Ende dieser Achse ragt nur ¾''' unter der untern Nadel hervor, und trägt ein 1 ½''' breites und 1''' dickes Korkscheibchen, durch welches in horizontaler Richtung und senkrecht zu der Richtung der Nadeln ein Zeiger gesteckt ist, der mit den Nadeln gleiche Länge hat, und aus einem ⅙''' dicken Strohhalme besteht. Der von 5 zu 5 Graden getheilte, und wie Fig. 16 zeigt, durchbrochene Kreis, auf welchem der Zeiger spielt, ist von hinlänglich steifem Papiere, und so eingeschrieben, daſs die Grade von 0 aus, sowohl rechts als links, bis 180 fortlaufen. Er ist auf dem Würfel von Kork, der das Drahtgewinde trägt, so befestigt, daſs wenn die Richtung der Nadeln mit der Windungsebene zusammenfällt, die beiden Enden der untern Nadel auf 90, und die beiden Enden des Zeigers auf 0 und 180 stehen. In dem eben genannten Korkwürfel steckt auch die gebogene Thermometerröhre, welche oben ein anderes Stückchen Kork mit einer zum Haken gebogenen Stecknadel trägt, an welcher der Coconfaden hängt. Durch Drehen und Verschieben, sowohl des untern Endes der Thermometerröhre in dem Korkwürfel, als auch des oberen Kork-

stückchens und der Stecknadel, hat man mehr als hinreichende Mittel zum leichten Centriren der Achse und der Nadeln. Der Korkwürfel wird von dem Fuſse eines Stengelglases getragen, und dieser Fuſs ist mit Hülfe eines untergelegten Stückes Papier auf eine achtzöllige Spiegelplatte festgeleimt. Auf der Spiegelplatte steht auch die alles übrige bedeckende, 5″ 3‴ weite und 16″ hohe Glasglocke, die zugleich mit ihrem Rande die beiden Drahtenden des Multiplicators gegen die Platte drückt und festhält. Das Ganze ruht auf einem mit Schrauben zum Horizontalstellen versehenen Brete, und läſst sich auf demselben verschieben, um die Windungsebene leicht in die Richtung der Nadeln bringen zu können. Die Electrisirmaschine, deren ich mich bediente, ist eine von *Rössler* ausgeführte *Wolfram*'sche Glasglockenmaschine.

Bei den ersten Versuchen hatte der Multiplicator weder Kreis noch Zeiger. Als ich die Maschine, deren beide isolirte Conductoren durch den Multiplicator verbunden waren, zum ersten Male in Bewegung setzte, erhielt ich keine Ablenkung; aber vom zweiten Male an war bei jeder Wiederholung des Versuchs die Ablenkung so stark, daſs sich die Nadeln senkrecht gegen die Windungsebene stellten. Mein Vergnügen über das scheinbare Gelingen des Versuchs währte aber nicht lange; denn als ich anfing die Richtung der Abweichung mit der Lage der Pole und der Conductoren zu vergleichen, fand ich nicht immer die nöthige Übereinstimmung.

Dieser Umstand, verbunden mit der Unbeweglichkeit der Nadeln im ersten Versuche, führte mich nun auf die Vermuthung, daſs der Multiplicator hier wie ein *Coulomb*'sches Electroscop wirke, indem nämlich die Electricität in dem Drahte des Multiplicators noch Spannung genug habe, um, wenn zuerst durch ein zufälliges

Schwanken die leitende Verbindungsachse der Nadeln mit dem Gewinde in Berührung gekommen ist, die Nadeln durch Mittheilung zu electrisiren, und dann bei wiederholtem Drehen der Maschine abzustofsen.

Diese Vermuthung wurde mir zur Gewifsheit, als ich mich erstlich durch angebrachte Electrometer von dem wirklichen Vorhandenseyn einer bedeutenden electrischen Spannung in den Drahtenden des Multiplicators überzeugte, und dann auch fand, dafs ich die Nadeln, wenn sie nicht völlig in Ruhe waren, schon dadurch nach Belieben östlich oder westlich ablenken konnte, dafs ich die Maschine in dem Augenblicke zu drehen anfing, in welchem die Nadeln gerade eine kleine Schwankung nach der Seite hin machten, nach welcher die Ablenkung geschehen sollte.

Da ich nun glaubte, dafs diese, die magnetische Ablenkung störende Spannung blofs daher rühre, dafs der zum Multiplicator gewählte Draht zu schwach sey, um die erzeugte Electricität schnell genug abzuleiten, so fafste ich den Entschlufs, für diese Art von Versuchen einen andern Multiplicator von stärkerem Drahte zu verfertigen. Um nun die nöthige Stärke des Drahtes durch Versuche auszumitteln, verband ich die beiden isolirten Conductoren der Maschine nach und nach mit verschiedenen stärkeren Drähten; allein ein mehrere Fufs langer, 1''' dicker versilberter Kupferdraht brachte ein daran gehängtes Hollundermarkkugel-Electrometer selbst dann noch bedeutend zum Divergiren, wenn die beiden Conductoren noch aufserdem durch einen darüber gelegten, 2''' dicken Eisendraht verbunden waren. In der Absicht, zu untersuchen, ob und wo ein Ausgleichungspunct in dem kupfernen Verbindungsdrahte Statt finden möchte, brachte ich an demselben und an dem Hauptconductor mehrere Electrometer an, und fand nun, als

die Maschine in Bewegung gesetzt wurde, dafs alle negative Electricität anzeigten. Der gesuchte Übergangspunct lag daher wahrscheinlich zwischen dem Einsauger und der Glocke, und der Hauptconductor war durch seine Verbindung mit dem isolirten Reibzeuge zu einem Theile des letztern geworden. Da ich indessen bei späteren Versuchen zuweilen beide Conductoren zugleich positiv gefunden habe, so scheint weder das eine noch das andere allgemein zu seyn, und ich habe noch keine Mufse gefunden, den diesen Wechsel bedingenden Umständen nachzuspüren.

Da nun die Hoffnung, durch einen Multiplicator von stärkerem Drahte einen besseren Erfolg zu erhalten, verschwunden war, so wurde der schon fertige wieder herbeigeholt, und blofs darauf gedacht, die Spannung des electrischen Stromes durch veränderte Ableitung zu vermindern. Durch dieses Mittel erreichte ich auch wirklich meine Absicht; denn als ich, nachdem die beiden Conductoren durch den Multiplicator verbunden waren, auch noch den einen mit dem Fufsboden in leitende Verbindung setzte, erhielt ich einen Strom, dessen Spannung nur noch auf das Goldblatt-Electrometer wirkte, und dabei sehr bedeutende und regelmäfsige Abweichungen am Multiplicator hervorbrachte.

Diese Abweichungen erreichten jedoch, selbst mit ihren ersten Schwingungen, nie mehr das Maximum; und als ich sie wieder durch Vermehrung der Spannung, indem ich die leitende Verbindung zwischen dem einen Conductor und dem Fufsboden aufhob, in ihrer ersten Gröfse und Unregelmäfsigkeit herstellen wollte, konnte ich nicht dazu gelangen.

Der Grund hiervon lag in der Art, wie unterdessen der durchbrochene Papierkreis angebracht worden war. Der Multiplicator hatte nämlich noch keinen besonderen

Zeiger, und der Kreis war so befestigt, daſs die untere Nadel selbst als Zeiger dienen sollte. Hierdurch hatten die zwei Speichen des Kreises eine senkrechte Richtung gegen die Windungsebene, und wirkten daher durch electrische Abstoſsung der magnetischen Ablenkung entgegen. Nachdem ich aber den oben beschriebenen Zeiger angebracht, und diesem gemäſs den Kreis so befestigt hatte, daſs die Speichen mit dem untern Theile der Windungen parallel waren, konnte ich wieder nach Belieben alle Erscheinungen der ersten Versuche hervorbringen, sobald ich durch unvollkommene Ableitung die Spannung des Stromes verstärkte.

Was nun die Gröſse der erhaltenen Ablenkungen betrifft, so war diese sehr verschieden, und hing von der Wirksamkeit der Maschine ab. Da die Glocke derselben nicht vollkommen rund ist, so hatte der electrische Strom nicht Stetigkeit genug, um die Nadeln zur Ruhe kommen zu lassen. Überdieſs war die Wirksamkeit der Maschine, wenn sie mehrere Minuten anhaltend in Bewegung gesetzt wurde, beständig abnehmend, so daſs die Nadeln, wenn sie auch nur noch kleine Schwankungen machten, sich doch allmählig ihrer ursprünglichen Lage näherten. Ich will deſshalb statt der muthmaſslichen constanten Abweichungen die Gröſse der 20 ersten Schwingungen bei einigen Versuchen hersetzen.

1. Vers.		2. Vers.		3. Vers.		4. Vers.	
Abw.	östl.	Abw.	westl.	Abw.	westl.	Abw.	östl.
50°	5°	68°	7°	57°	7°	52°	7°
38	8	51	12	47	11	40	10
31	10	42	17	39	15	33	13
27	11	35	20	33	17½	28½	15
24	12½	33	21	31	19	26	17
21	13	30	22	28	21	25	18½
18½	13½	28	23	27	22	22	18½
18	13½	28	23	26	22	23	18½
16½	13	27½	23	25	22½	23	19
16½	13½	26½	23	24	22	22	19

Zwischen dem ersten und zweiten Versuche wurde das Reibzeug etwas stärker angespannt, und die Richtung des Stromes in Beziehung auf den Multiplicator geändert. Das letztere geschah auch zwischen dem dritten und vierten Versuche. Die Richtung der Ablenkung erfolgt jedes Mal so, daſs wenn man die Electrisirmaschine mit einem galvanischen Plattenpaare vergleicht, der mit dem Reibzeuge verbundene Conductor dem Zinke, und der andere dem Kupfer entspricht.

Wenn das eine Ende des Multiplicators mit dem Reibzeuge verbunden war, und das andere Ende entweder in irgend einer Entfernung gegen den Hauptconductor gestellt, oder auch mit dem Fuſsboden in Verbindung gebracht wurde, so war die Spannung des Stromes so stark, daſs sie die Abweichung bedeutend modificirte.

Bei den Versuchen, die Ablenkung durch die Entladung einer Flasche zu bewirken, war das eine Ende des Multiplicators mit der 170 Quadratzoll haltenden äussern Belegung, und das andere mit der entladenden Spitze verbunden. Durch starke Ladung und schnelle Annäherung der Spitze erhielt ich Schwingungen von 70 bis 80°, ohne dabei eine bedeutende Spannung des Stromes zu bemerken.

Als ich bei einer solchen Entladung die Spitze dem Knopfe der Flasche zu nahe gebracht, und diese dadurch mit einem Schlage entladen hatte, waren die Pole der Nadeln umgekehrt. Ein Schlag, den ich in entgegengesetzter Richtung über die ruhenden Nadeln gehen lieſs, kehrte die Pole nicht wieder um; als ich aber die Nadeln in starke Schwingungen gesetzt, und während einer passenden Abweichung den Schlag erfolgen lieſs, erhielten die Pole ihre erste Lage wieder. Die Dauer der Schwingungen sowohl als die Empfindlichkeit hatten sich

durch diese doppelte Umkehrung der Pole nicht merklich geändert.

Es scheint daher, dafs dieses Mittel bei der Verfertigung eines nach *Schweigger's* Angabe gewundenen Multiplicators die Magnetisirung der Nadeln durch Streichen überflüssig macht. Wenn sich aber die eine Nadel, wie bei *Nobili*, aufserhalb der Windungen befindet, und daher nur halb so viel wirksamen Strömen ausgesetzt ist, als die andere, so möchte durch dieses Mittel der Magnetismus der Nadeln nicht gleich genug werden.

In Beziehung auf die Wichtigkeit einer guten Isolirung der Windungen habe ich bis jetzt nur folgende Versuche anstellen können. Die beiden Enden des Multiplicators, welche nur 1 Fuſs lang unter der Glocke desselben übersponnen hervorragten, waren mit den beiden Conductoren der 6 Fuſs entfernten Maschine durch blanke versilberte Kupferdrähte in Verbindung gesetzt. Wurden nun die blanken Enden des Multiplicators durch einen blanken Draht verbunden, so zeigte sich keine Ablenkung, obgleich das mit dem einen Ende an einer übersponnenen Stelle in Berührung gesetzte Goldblatt-Electrometer immer noch eine kleine Divergenz zeigte; wurden aber die beiden Enden da, wo sie noch übersponnen waren, durch den blanken Draht verbunden, wodurch an den beiden Verbindungsstellen das isolirende Mittel nur halb so dick, als an allen übrigen Berührungsstellen war, so war die Abweichung nicht merklich verschieden von derjenigen, welche ich ohne diese Verbindung erhielt.

Dasselbe Resultat ergab sich, als an den blanken Enden zwei blanke Drähte aufgehängt, und mit ihren untern Enden in eine gesättigte Kochsalzauflösung getaucht wurden: in welchem Falle jedoch, um das Resultat möglichst rein zu erhalten, die Maschine nicht

eher in Bewegung gesetzt werden durfte, als bis die, von ungleichzeitigem Eintauchen und von ungleicher Beschaffenheit der Oberfläche der eingetauchten Drähte herrührende hydroelectrische Wirkung vorüber war. Wenn sich die eingetauchten Drähte innerhalb der Flüssigkeit berührten, so zeigte sich keine Abweichung.

Diese Versuche beweisen indessen bloſs, daſs man es an einzelnen Stellen mit der guten Isolirung nicht so genau zu nehmen braucht; in wiefern aber die gute Isolirung zwischen den Windungen, welche sich an unendlich vielen Stellen berühren, von Einfluſs ist, bleibt noch unentschieden.

Einen mehr entscheidenden Versuch habe ich in Beziehung auf die Behauptung *Colladon's* angestellt, daſs der durch die Berührung zweier Metalle erzeugte electrische Strom wegen seiner geringen Intensität in einem so langen Leiter, als der Draht seines Multiplicators sey, fast gänzlich gehemmt werde.

Um einen hinlänglich constanten Strom zu erhalten, nahm ich einen Eisendraht (Claviersaite, N. 4) und einen ungefähr eben so starken Platindraht, und steckte diese parallel durch einen Korkstöpsel, so daſs sie 2''' von einander entfernt waren. Dann wurde der Korkstöpsel so auf ein cylindrisches, mit destillirtem Wasser gefülltes Gläschen gesteckt, daſs die untern gleich weit hervorragenden Drahtenden ungefähr 2'' tief ins Wasser tauchten. An die oberen Enden waren Häkchen gebogen, um andere Drähte leicht anhängen zu können. Da ich verhindert wurde, unmittelbar nach der Zusammensetzung dieses Apparates Versuche mit demselben anzustellen, so blieb er bis zum folgenden Morgen stehen. Dann wurde er mit dem Multiplicator in Verbindung gesetzt, und nun brachte er eine Abweichung von 12° hervor, die so constant war, daſs sie sich während

einer Stunde um keinen Grad änderte. Nachdem ich mich von dieser Beständigkeit versichert hatte, brachte ich zwischen den einen Draht des Apparates und das eine Ende des Multiplicators einen übersponnenen Draht, der die halbe Länge des Multiplicators hatte, und mit demselben von einem Stücke war; allein, als die Nadeln wieder zur Ruhe gekommen waren, konnte ich nicht die geringste Verminderung der Abweichung bemerken. Eine mehr als zehnmalige Wiederholung des Versuchs, wobei ich abwechselnd die Verbindung bald mit dem Drahte, bald ohne denselben herstellte, gab immer dasselbe Resultat.

Hierbei begegnete es mir ein Mal, als ich die Verbindung ohne den übersponnenen Draht hergestellt hatte, daſs die Wirkung ausblieb. Eine Untersuchung, ob sich die ziemlich nahe an einander hinlaufenden Verbindungsdrähte berühren möchten, zeigte, daſs dieses nicht der Fall war. Als ich aber den einen Draht anfaſste, und sich dadurch die Berührungsstelle an dem Häkchen des Apparates änderte, trat die erwartete Ablenkung plötzlich ein. Ein Stäubchen, das die metallische Berührung gehindert hatte, muſste die Ursache gewesen seyn.

Da nun der Draht des Multiplicators ungefähr 80, und das zu den Versuchen gebrauchte Stück 40 Meter lang ist, so gibt dieses zusammen eine Länge, welche zu 540 einfachen Windungen für meine Nadeln hinreichend gewesen wäre, und welche daher höchst wahrscheinlich der Länge von *Colladon's* Multiplicator nicht nachsteht. Nimmt man hierzu den Umstand, daſs das Stück von 40 Meter nicht einmal als Multiplicator wirken konnte, so ist die Behauptung *Colladon's*, daſs die Unempfindlichkeit seines Multiplicators gegen hydro- und thermoelectrische Ströme eine Folge seiner zu groſsen Länge sey, hinlänglich widerlegt.

Wie empfindlich mein Multiplicator für hydroelectrische Ströme ist, geht schon aus dem oben beschriebenen Versuche hervor; ein Beispiel seiner Empfindlichkeit für thermoelectrische Ströme ist folgendes. Wenn ich zwischen seine Enden ein Kettchen hänge, dessen 2″ lange, bloſs in einander gehängte Glieder abwechselnd aus Platin- und Eisendraht von der oben angegebenen Stärke bestehen, und nehme dann eine Verbindungsstelle zwischen den Daumen und Zeigefinger, so erhalte ich, wenn die Temperatur der Luft 18°, und die der Fingerspitzen 28° R. ist, eine constante Abweichung von 7 $^1/_2$°; fasse ich zugleich eine zweite, ähnlich liegende Verbindungsstelle auf dieselbe Art mit der andern Hand, so wird die Abweichung verdoppelt. Selbst dann, wenn man statt des Kettchens bloſs einen 2″ langen Platindraht einhängt, und eine der Verbindungsstellen zwischen die Finger nimmt, erhält man bei der angegebenen Temperaturdifferenz eine Abweichung von 3 $^1/_2$°.

Es ist daher nicht wohl zu begreifen, wie *Colladon* einen Umstand hat übersehen können, vermöge dessen er bei einem angelötheten Platindrahte und einer Temperaturdifferenz von 1000° noch keine Abweichung von einem Grade, und bei einem in gesäuertes Wasser getauchten Plattenpaare von 4 Quadratfuſs Oberfläche nur eine Abweichung von 2 bis 3° erhielt.

Was endlich die Vergleichung der durch hydro- und thermoelectrische Ströme hervorgebrachten Abweichungen mit den durch Reibungs-Electricität erhaltenen betrifft, so kann diese nur dann zuläſsig seyn, wenn man entweder den von der Spannung der Reibungs-Electricität herrührenden electroscopischen Einfluſs gehörig in Rechnung zu bringen weiſs, oder den Multiplicator so construirt, daſs er für diesen Einfluſs unempfänglich ist. Das letztere läſst sich vielleicht dadurch ziemlich errei-

chen, dafs man die Nadeln auf volle Kreise von Goldpapier befestigt.

II.

Beschreibung einer Kaffehmaschine;

vom

Professor *Nörrenberg.*

Diese Maschine ist eigentlich ein physikalischer Apparat, den ich im verflossenen Winter zusammen setzte, um meinen Zuhörern die Anwendung des Dampfes und des Heronsballes bei Kaffehmaschinen anschaulich zu machen. Die Wirksamkeit und die einfache Construction dieses Apparates haben indessen veranlafst, dafs auch mehrere meiner Zuhörer und Bekannten solche Apparate zusammengesetzt haben, und sich desselben mit grofser Zufriedenheit bedienen.

Die Figur 17 stellt einen Durchschnitt des Apparates in einem Viertel der natürlichen Gröfse vor. *A* ist eine Flasche von weifsem Glase, deren Boden abgesprengt ist. In dem Halse derselben steckt möglichst fest ein durchbohrter Kork *B*, und in diesem eine Glasröhre *a b* von dritthalb Linien innerem Durchmesser, welche, um ihre solide Verbindung mit der Flasche zu erhalten, nie mehr von derselben getrennt wird. Gegen die Flasche hin erweitert sich die Öffnung des Korkes trichterförmig, und ist an ihrem weitesten Ende durch eine kleine zinnerne Seihe *c*, die zwischen zwei Hervorragungen des Korkes gut eingeklemmt ist, geschlossen. *C* ist ein gewöhnliches Arzeneiglas mit dünnem Boden. *D* ist ein Kork, der für immer an einer solchen Stelle auf der

Glasröhre steckt, daſs wenn man mit demselben den Hals des Glases *C* luftdicht schlieſst, die Röhre fast bis an den Boden reicht.

Die Behandlung dieses Apparates, wozu noch ein gewöhnlicher Lampenofen *E* und eine Spirituslampe *F* gehört, ist folgende: Sobald das Wasser in dem offenen Glase *C* vollständig kocht, wird die Flasche mit der Röhre aufgesteckt, und dadurch der Hals des Glases luftdicht verschlossen. Während nun die eingeschlossenen Dämpfe das Wasser aus dem Glase in die Flasche treiben, schüttet man auch den schon bereit liegenden gemahlenen Kaffeh in die Flasche, und hält dieselbe, um sie vor dem Umfallen zu schützen, so lange an, als man mit Hülfe der Dämpfe, welche sich aus dem auf dem Boden des Glases zurückgebliebenen Wasser bilden, den Kaffeh in der Flasche kochen lassen will. Wenige Secunden, deren Anzahl jedoch von der Stärke der Flamme und der Quantität des zu machenden Kaffehs abhängt, sind hinreichend, den Kaffeh so weit durchzukochen, daſs nichts mehr von demselben auf der Oberfläche der Flüssigkeit herumschwimmt. Nimmt man alsdann die Lampe weg, so wird die Flüssigkeit durch den Druck der Luft in das luftleere Glas filtrirt.

Die zum Filtriren nöthige Zeit hängt zwar von der Gröſse und Anzahl der Seihenlöcher (die Seihenlöcher meiner Maschine haben $^{1}/_{3}'''$ Durchmesser), von der Feinheit des gemahlenen Kaffehs, und von der zufälligen, mehr oder weniger genauen Bedeckung aller Seihenlöcher durch gröbere Kaffehkörner ab; ist aber auch unter den ungünstigsten Umständen noch viel kürzer, als bei allen Maschinen, in welchen der Kaffeh bloſs durch seine eigene Schwere filtrirt wird, und zwar so kurz, daſs nach der völligen Beendigung des Filtrirens der Kaffeh selbst dann noch für die meisten Zungen zu heiſs

ist, wenn er in dem gewöhnlichen Verhältnisse mit kalter Milch vermischt wird. Der Kaffehsatz wird so rein ausgeprefst, dafs derselbe, wenn man, um ihn heraus zu nehmen, in die Röhre bläst, als ein fest zusammengeballter Klumpen herausfällt, der die Form des Flaschenhalses hat.

Durch das luftdichte Schliefsen der Korke, welches unerläfslich ist, wenn die angegebene Wirkung Statt finden soll, und welches nur dadurch erhalten werden kann, dafs die Durchbohrungen nach und nach mit angemessenen runden Feilen sorgfältig erweitert werden, bietet dieser Apparat auch noch nebenher folgende zwar bekannte, aber defshalb nicht weniger interessante Erscheinungen dar.

Sobald man die Lampe weggenommen hat, füllt sich die Röhre nur allmählig von oben nach unten an; in dem Augenblicke nun, in welchem die Flüssigkeit den Boden des Glases berührt, entsteht eine plötzliche Expansion, vermöge welcher die Dämpfe die in der Röhre enthaltene Flüssigkeit zurücktreiben, und sich einen Ausweg durch die Flüssigkeit in der Flasche verschaffen. Der Grund dieser Erscheinung liegt wahrscheinlich darin, dafs die Spitze des Bodens, während der Kaffeh in der Flasche kocht, von Wasser entblöfst wird, und dadurch eine so hohe Temperatur annimmt, dafs sie die erste Flüssigkeit in Dämpfe verwandelt, welche die vorher eingeschlossenen an Elasticität übertreffen.

Da schon mit dem Anfange des Filtrirens die sich zuerst senkenden gröberen Kaffehkörner die Seihe dergestalt verstopfen, dafs die Flüssigkeit nicht schnell genug in das untere Gefäfs dringen kann, um das Gleichgewicht zwischen der Expansivkraft der sich abkühlenden Dämpfe und dem Drucke der Atmosphäre zu erhal-

ten, so wird dadurch der Druck der Dämpfe auf die Oberfläche der sich im unteren Gefäfse sammelnden Flüssigkeit in einem solchen Grade vermindert, dafs dieselbe beständig siedet, obgleich ihre Temperatur bereits weit unter derjenigen ist, bei welcher sie in einem offenen Gefäfse sieden würde. Beschleunigt man die Abkühlung der Dämpfe durch eine nur augenblickliche Umfassung des leeren Theiles mit der Hand, so verwandelt sich das Sieden in ein plötzliches Aufbrausen.

Bedient man sich, um die Abkühlung stärker und anhaltend zu beschleunigen, kalter Umschläge oder eines Handblasebalges, so wird dadurch das Filtriren nicht sehr merklich beschleunigt, weil sich die Seihe desto fester verstopft; aber über der Flüssigkeit in dem unteren Gefäfse bildet sich ein Schaum, wie in einem Glase mit Bier unter dem Recipienten der Luftpumpe.

Durch beschleunigte Abkühlung fast immer, oft aber auch bei hinreichender Verstopfung der Seihe von selbst, verwandelt sich die Flüssigkeit, so wie sie aus dem oberen Gefäfse in die Röhre tritt, wegen Mangel an äufserem Drucke in lauter kleine Dampfbläschen, welche die ganze Röhre füllend, in derselben spielend hinabrieseln, und fast den nämlichen schönen Anblick gewähren, den man mit einem guten Mikroscope hat, wenn man die Blutcirculation in jungen Fischen beobachtet.

III.

Noch ein Wort über den *Woulfe'*schen Destillations-Apparat;

vom

Professor *Pleischl*.

Im Jahre 1825 beschrieb ich [1]) einen sehr einfachen und wenig kostspieligen *Woulfe'*schen Apparat, der jedoch zu allen Zwecken des Apothekers nicht nur hinreicht, sondern, wie mich seither die Erfahrung belehrte, sehr vortheilhaft angewendet werden kann.

Herr *W.* in Meissen [2]) ging noch weiter, und schlug vor, statt der Korkstöpsel nicht zu dickes Kautschuk zur Verschliessung der Flaschen anzuwenden. Er sticht drei Löcher hinein, bindet das Kautschuk auf die Flaschen fest, und steckt die Glasröhren durch die Löcher Das Kautschuk zieht sich um die Glasröhren eng herum, und soll nach seiner Meinung genauer verschliessen, als es beim Korke der Fall seyn kann; sollte es aber nicht luftdicht genug seyn, so dürfte man nur durch Umbinden mit Bindfaden oder Draht das Kautschuk fester an die Glasröhre zu bringen suchen, welches sich bei nicht zu dickem Kautschuk leicht thun läſst.

Herr Hofrath *Buchner* hat sich in einer Nachschrift sehr vortheilhaft über diese neue Verbesserung ausgesprochen. Ich befolge, so weit es einem Einzelnen möglich ist, gern den Grundsatz: »Prüfet Alles, und das Beste behaltet;« beschloſs daher bei nächster Gelegen-

1) *Buchner's* Repertor. f. d. Pharmacie. B. 21. S. 455. — *Schweigger's* Journal d. Chemie u. Phys. 44. 429.

2) *Buchner's* Repertorium, B. 22. 243.

heit die Kautschukverschliefsung zu versuchen, obschon mir *a priori* einige Zweifel dagegen aufstiegen.

Zuerst mufsten nicht zu dicke Kautschukbeutel gesucht werden. Nach langem Herumsuchen fand ich unter einer grofsen Anzahl derselben einige wenige heraus, die ich vor der Hand für geeignet hielt. Im heifsen Wasser erweicht, wurden sie erst in erforderlich grofse Stücke zerschnitten, diese nach der obigen Anleitung durchstochen, die Glasröhren durchgesteckt, und auf die Hälse der Flaschen gebunden. Das luftdichte Anbinden machte schon einige Schwierigkeiten, doch wurden sie beseitigt. Nachdem nun der ganze Apparat mit Kautschuk verschlossen war, wurde auf das in der Retorte befindliche Kochsalz Schwefelsäure gegossen, und die Bereitung der Salzsäure begonnen. Anfangs ging es ziemlich gut, obschon der Anblick dieses Apparates das Auge nicht erfreute; denn die Glasröhren waren in den verschiedensten Richtungen geneigt, und nicht eine einzige konnte in einer senkrechten Stellung erhalten werden.

Nach einer Stunde ungefähr bewirkte ein in Ätzammoniakwasser getauchter Glasstab, über die Kautschukverschliefsung gebracht, dichte weifse Nebel, zum Beweise, dafs der Kautschuk nicht mehr luftdicht an den Glasröhren anschlofs; bald darauf entwichen häufig salzsaure Dämpfe, so zwar, dafs die Operation unterbrochen werden mufste, indem ein schnelles Verschliefsen hier nicht mehr möglich war. Bei genauer Untersuchung des abgenommenen Kautschuk überzeugte man sich, dafs er seine contractile Elasticität gröfstentheils verloren hatte; denn die Öffnungen behielten ihren grofsen Durchmesser, nachdem die Glasröhren herausgenommen worden waren, und zogen sich nicht mehr zusammen. Um die Sache recht anschaulich zu machen, mufs ich bemerken, dafs die Öffnungen anfangs nur sehr klein und

rund gemacht wurden, etwa so groſs O, und die Glasröhren muſsten mit einiger Kraft durchgesteckt werden; beim Herausnehmen gingen die Glasröhren leicht heraus, und die Öffnungen blieben beiläufig so groſs ◯ offen.

Obschon die Resultate dieses ersten Versuches nicht sonderlich geeignet waren, zur weitern Fortsetzung anzueifern, so wollte ich doch nicht auf halbem Wege stehen bleiben oder umkehren. Ich lieſs in dem Kautschuk röhrenförmige Verlängerungen bewirken, indem er über runde Holzstäbchen gezogen, und daran festgebunden wurde. Diese beiläufig 1/2 Zoll langen Röhrchen wurden oben rund durchschnitten, die Glasröhren durchgesteckt, und mittelst Seidenfäden beides fest zusammen gebunden. Alles dieses ist leicht gesagt, aber nicht so leicht gethan, und ich überzeugte mich dabei, daſs man, um recht wenig zu sagen, eher und mit geringerer Mühe drei Korkstöpsel durchbohren, die Glasröhren befestigen und luftdicht einkitten wird, als ein einziges Stück Kautschuk mit der Glasröhre luftdicht zu verschlieſsen. Indessen wurde keine Mühe gescheut, der Apparat zusammengesetzt, und die Salzsäure-Entwicklung fortgesetzt; anfangs schien die Verschlieſsung zwar gut zu halten, aber nach einer Stunde hatten sich die salzsauren Dämpfe schon wieder durchgearbeitet, und entwichen so häufig, daſs die Operation neuerdings unterbrochen werden muſste.

Das Kautschuk erlitt an der den salzsauren Dämpfen zugewendeten Seite eine ziemliche Veränderung; es wurde spröde, rauh, röthlich gelb, und zerriſs beim Auseinanderziehen.

Die bisher erzählten Versuche lieſsen zwar mit Recht an einem günstigen Erfolge überhaupt zweifeln; um aber

ein Übriges zu thun, wurde noch ein Versuch gemacht, und der Apparat mit Kautschuk bei der Salpetersäure-Bereitung in Anwendung gebracht, das Kautschuk jedoch, da das im Handel vorkommende noch immer Schwierigkeiten bei der Anwendung verursachte, eigens zubereitet, wie später angegeben werden soll.

Der Erfolg war, wie leicht vorauszusehen, ungünstig. Anfangs ging zwar alles so ziemlich gut, aber in kurzer Zeit, als die Operation bei verstärktem Feuer etwas rascher ging, wurde der Kautschuk der ersten Flasche ganz zerfressen, gelb gefärbt, und zerstört; es mufste daher schnell ein Korkstöpsel an seine Stelle gebracht werden, um die Operation fortzusetzen. In der zweiten Flasche blieb die Kautschukverschliefsung, und hielt bis ans Ende der Operation, war aber ebenfalls schon gelb gefärbt, voll von Blasen, und würde kaum mehr eine halbe Stunde gehalten haben, war daher zu einer folgenden Operation durchaus nicht mehr zu brauchen. In der dritten Flasche fand man das Kautschuk ebenfalls schon stark angegriffen.

Als ich dieses Resultat Herrn *Popp*, einem hiesigen sehr geschickten technischen Chemiker erzählte, versicherte er, dafs ihm bei der Bereitung der Salzsäure ganz dasselbe begegnete, wie mir bei der Salpetersäure; auch ihm wurde das Kautschuk ganz zerfressen und unbrauchbar.

Die Folgerungen ergeben sich aus dem Angeführten sehr leicht, sie sind:

1. Die Kautschukverschliefsung ist beim *Woulfe*'schen Apparat nichts weniger als wohlfeil und bequem in der Anwendung;
2. sie ist unzweckmäfsig und unbrauchbar.

Zur Bereitung des Ätzammoniaks das Kautschuk weiter zu versuchen, hatte ich keine Lust mehr, und

zur Ätherbereitung kann es ohnehin nicht angewendet werden, da es durch ihn, wie bekannt, aufgelöst wird.

Wenn ich früher (*Buchner's* Repertor. 21. 461) guten Kork zur Zusammenstellung meines einfachen *Woulfe*'schen Apparates verlangte, woran Herr Hofrath *Buchner* Anstofs genommen zu haben scheint, so kann ich jetzt versichern, dafs ich bei der Salpetersäure-, Salzsäure-, Ammoniak- und Äther-Bereitung geflissentlich nur ganz gewöhnlichen, ja *schlechten* Kork absichtlich anwenden liefs, und dabei die Überzeugung erhielt, dafs bei einiger Sorgfalt im Verkitten, wozu gar nicht viel gehört, der fette Thon- und Mandelkleienkitt so vollkommen luftdicht schliefst, dafs auch nicht die geringste Spur von Gasentweichung bemerkt werden kann. Überhaupt scheint man sich vor dem Lutiren ärger als vor einem Gespenste zu fürchten; aber man trete dem Dinge nur näher, schaue ihm dreist ins Gesicht, und es wird gehen wie bei allen Gespenstern, man wird nämlich Alles natürlich, leicht und einfach finden.

Will man gar recht sicher gehen, so binde man eine angefeuchtete Schweinsblase — die man durchsticht — luftdicht an die Glasröhren mit Zwirn- oder Seidenfäden fest über die Verkittung um den Hals der Flasche, was leicht auszuführen ist.

Ich glaube daher, dafs die theure Kautschukverschliefsung den wohlfeileren und zweckmäfsigeren Kork bei der Zusammenstellung des *Woulfe*'schen oder *Meifsner*'schen Apparates nicht verdrängen werde; ich wenigstens finde mich veranlafst, dem Korke unbedingt in jeder Rücksicht den Vorzug zu geben.

Verfahren, das Kautschuk in Beuteln zu grofsen Flächen auszudehnen.

Bei dem Verschliefsen des *Woulfe*'schen Apparates nach *W.* mit Kautschuk gab es manche Schwierigkeit zu überwinden, welche daher rührte, dafs die Kautschukbeutel, wie sie gewöhnlich im Handel vorkommen, zu dick, zu stark in der Masse sind; ich sann daher auf Mittel, diesem Übelstande zu begegnen.

Obgleich in dem vorigen Aufsatze gezeigt worden, dafs die Kautschukverschliefsung beim *Woulfe*'schen Apparat nicht den gehofften Nutzen gewähre, nicht anwendbar, ja verwerflich sey, so dürfte es doch in vielen andern Rücksichten nicht ganz nutzlos seyn, ein Verfahren kennen zu lernen, durch welches man das käufliche Kautschuk nach Belieben ausdehnen, und — wenn man es wünscht oder benöthiget — so dünn wie Fledermausflügel erhalten kann.

Nach mehreren Versuchen schien mir endlich das gleich zu beschreibende Verfahren das einfachste und zweckmäfsigste. Der Kautschukbeutel wird in zwei Hälften zerschnitten, die innere Seite von Sand u. s. w. gereinigt, und dann in Schwefeläther, der nicht einmal rectificirt zu seyn braucht, gebracht, das Zuckerglas gut zugebunden und in den Keller gestellt. Ist nach 24 Stunden, zuweilen erfordert es längere Zeit, das Kautschuk schon gehörig durchweicht, so nimmt man es heraus, legt es auf ein Bret, zieht mit den Fingern das Kautschuk aus einander, belastet das Ausgedehnte mit irgend einem schweren Körper, und nagelt endlich die Ränder an. Nach einigen Tagen ist der Äther gänzlich verflogen, das Kautschuk bleibt dünn und ausgedehnt, und eignet sich sehr gut zu mancher Anwendnng, z. B. zur Anfertigung von Röhren, um gläserne Gasapparate

beweglich mit einander zu verbinden, zum Verschliefsen und Zubinden der Flaschen, u. s. w.

Faraday *) berichtet, dafs er das Kautschuk in Blöcke zu bringen, und daraus Stücke von jeder beliebigen Dicke und Gröfse zu erhalten wisse, sagt aber nicht, auf welche Weise dieses bewerkstelliget werden könne, sondern bietet solches Kautschuk zum Verkaufe aus, wenn ich mich anders recht erinnere, es irgendwo gelesen zu haben.

Steht einem Kautschuksaft zu Gebote, wie solchen *Faraday* von *Hancok* erhielt, so ist es leicht, Kautschukleder (man wird dieses Wort vielleicht entschuldigen) von jeder beliebigen Form, Dicke und Gröfse zu machen; aber aus den getrockneten Beuteln dünnes Kautschukleder darzustellen, um daraus andere Dinge anzufertigen, ist schwieriger, nach der von mir in Anwendung gebrachten Methode jedoch auch nicht schwer; und die nöthigen Handgriffe, die sich nicht wohl beschreiben lassen, wird Jedermann bald finden, so wie den rechten Zeitpunct — wo das Kautschuk aus dem Schwefeläther genommen werden mufs, damit es nicht zu sehr erweiche, oder sich auflöse — bald zu bestimmen lernen.

Zum Schlusse erlaube man mir noch die Anmerkung, dafs ich die bisher gemachten Vorschläge zur Bearbeitung des Kautschuks zwar kenne und nachzumachen versuchte, aber zu keinem günstigen Resultate gelangte.

---

*) *Geiger's* Magazin f. Pharmacie. Mai 1826. S. 180.

IV.

Untersuchung des Mineralwassers im Waidritzer Thale bei Preſsburg (sogenannten Eisenbrunnen);

von

J. Bachmann.

Specifisches Gewicht bei 16 C° = 1·000198, Temperatur bei 12 C° = 11 C°.

An der Quelle ist das Wasser klar, wird aber sehr bald trübe, und gibt nach Verlauf von einigen Stunden einen röthlich gelben Bodensatz; sein Geschmack ist tintenartig, der Geruch, wenn man es zuvor stark in einer Bouteille schüttelt, entfernt nach Schwefelwasserstoff.

Vom ungekochten Wasser wurde Lackmus-Tinctur geröthet, diese Röthe verschwand nach zwölf Stunden gänzlich.

Vom Cyaneisenkalium wurde es bläulich gefärbt; durch eine geistige Infusion von Galläpfel entstand augenblicklich ein Purpur, der nach Verlauf von zwei Stunden sehr dunkel wurde.

Salzsaurer Baryt bewirkte eine kaum merkliche Opalisirung, welche sich nach längerer Zeit nicht vermehrte.

Vom Kalkwasser wurde es getrübt, welche Trübung durch zugesetztes Probewasser in etwas verschwand.

Eine starke Trübung brachte kleesaures Ammoniak hervor, die Flüssigkeit wurde erhitzt, filtrirt, und mit basisch phosphorsaurem Ammoniak versetzt, wodurch nach einiger Zeit eine schwache Fällung bewirkt wurde.

Vom salpetersauren Silber wurde das Wasser sogleich purpurroth gefärbt, und nach einiger Zeit ent-

stand ein schwarzer Niederschlag; wurde das Silbersalz mit Ammoniak versetzt, so entstand eine braune Trübung, die sehr bald in einen schwarzen Präcipitat überging; das durch das reine Silbersalz Gefällte wurde zum Theil in Ammoniak gelöst.

Ätzkali bewirkte eine schwache, bald gelblich werdende Fällung, eben so wie auch die Flüssigkeit durch neutrales kohlensaures Kali blofs opalisirte.

Gekochtes Wasser reagirte weder auf Lackmus, Kalkwasser, noch Eisencyankalium.

Eine gewisse Menge Probewasser wurde fast bis zur Trockne abgedampft, mit Alkohol behandelt, derselbe in einer gewogenen gläsernen Schale abgedampft, der Rückstand mit Wasser übergossen; es wurde alles gelöst. Die Lösung, in die Enge getrieben, gab weder mit reinem, noch mit kohlensaurem Ammoniak eine Trübung, reagirte aber auf Salzsäure.

Das vom Alkohol nicht Gelöste wurde mit Wasser behandelt, im Silbertiegel abgedampft. Salzsaurer Baryt bewirkte keine Trübung *), wohl aber wurde, wenn die Lösung sehr stark abgedampft wurde, geröthetes Lackmuspapier blau.

Das weder vom Alkohol noch Wasser Gelöste wurde mit Salzsäure übergossen; es blieb dabei ein Rückstand, der, mit Soda vor dem Löthrohre behandelt, Glas gab.

Die Lösung wurde mit Ammoniak gefällt, der Präcipitat (*A*) mit Ätzkali gekocht, die Lauge, neutralisirt, gab mit Ätzammoniak einen Niederschlag; das, was Ätzlauge zurückliefs, wurde in Salzsäure gelöst, das Eisen mit Blutlauge gefällt, die rückständige filtrirte Flüssigkeit wurde durch Ätzammoniak nicht gefällt.

Die Flüssigkeit, woraus sich *A* abgesetzt hatte, wurde

*) Nach zugesetzten etwelchen Tropfen Salpetersäure.

durch kleesaures Ammoniak gefällt, und nachdem kleesaurer Kalk abfiltrirt ward, wurde Kalkerde durch phosphorsaures Natronammoniak gefällt.

Es ergaben sich daher als Bestandtheile: salzsaures Alkali, kohlens. Alkali, Kalkerde, Talkerde, Eisenoxyd, Thonerde, Kieselerde, Kohlensäure und Extractivstoff.

75 Unzen ganz frisches Probewasser wurden in einem, mit einer in ein Gemenge von Kalkwasser und Ätzammoniak tauchenden Glasröhre versehenen Kolben durch eine halbe Stunde gekocht. Nachdem keine Luftblasen mehr den sich sogleich condensirenden Wasserdämpfen folgten, wurde das Kochen unterbrochen, die Flüssigkeit der Ruhe überlassen, und der Präcipitat auf ein Filtrum gesammelt, dessen Menge Asche bestimmt war; die Röhre, und was durch Abspühlen nicht wegging, mit etwas Salzsäure befeuchtet, aus derselben mit kleesaurem Ammoniak der Kalk gefällt, und sammt den andern auf dem Filtrum befindlichen geglüht, bis selber eine weiſse Farbe hatte, dann mit kohlensaurem Ammoniak befeuchtet, bis zum Glühen erhitzt und gewogen, er betrug 15·5 Gran.

60 Pfund (12 Unzen das Pfund) Probewasser wurden bei gelinder Hitze bis zur Trockne abgedampft, der Rückstand, indem man selben auf einem Filtrum sammelte, mit kochendem Wasser mehrmals behandelt, bis ein Tropfen auf einer Platinspatel nach dem Glühen keinen Fleck hinterlieſs; die Auflösung, welche vom Extractivstoff braun gefärbt war, wurde in einer Porzellanschale abgedampft, hinlänglich concentrirt in einen Platintiegel gegossen, und zur Zerstörung des Extractivstoffes geglüht, die zurückbleibende Masse war ganz weiſs, und betrug 8·25 Gran; sie wurde in Wasser gelöst, und die Salzsäure mit essigsaurem Silber gefällt,

das Hornsilber ganz strenge getrocknet betrug 5·526 Gran.

Aus der essigsauren Flüssigkeit wurde das Silber mit Salzsäure gefällt, filtrirt, abgedampft, und zur Zerstörung der Essigsäure geglüht; das Alkali, mit Salzsäure gesättigt, zerfloſs an der Luft nicht, auch bewirkte Platinlösung keine Trübung, dasselbe muſste daher Natron seyn, wie sich denn dasselbe schon aus dem Geschmacke des Salzes ergab; hiernach bekömmt man, da 5·526 Gran Hornsilber 2·268 Kochsalz entsprechen, 8·25 — 2·268 = 5·982 kohlensaures Natron.

Der vom Wasser nicht gelöste, auf dem Filtrum befindliche Rückstand wurde getrocknet, vom Filtrum genommen, und sammt dem, was durch Wasser von der Schale nicht weggebracht werden konnte, in Salzsäure gelöst, das Filtrum aber geglüht, und der Rückstand zu den andern Bestandtheilen gerechnet. Die salzsaure Lösung wurde zur Trockne abgedampft, mit ein paar Tropfen Salzsäure übergossen, einige Zeit stehen gelassen, dann in Wasser gelöst, welches Kieselerde zurücklieſs, die gewaschen und geglüht 14·125 Gran betrug; allein, da sie etwas gelblich gefärbt war, wurde sie noch mit Salzsäure behandelt; sie verlor nach dem Glühen 0·5 Gran, blieb dann aber ganz weiſs. — Die Lösung in Salzsäure wurde mit Ätzammoniak gefällt, filtrirt, gewaschen und abgedampft, dann mit kohlensaurem Ammoniak gefällt.

Das mit Ätzammoniak Gefällte wurde in einem Silbertiegel mit Ätzkali gekocht, nach einer halben Stunde filtrirt, und mit kohlensaurem Alkali *) gefällt; der gut gewaschene und geglühte Rückstand, Thonerde, betrug 1·750 Gran.

*) Ammoniak.

Das vom Ätzkali nicht Gelöste wurde geglüht, es gab 12 [1]) Gran; in Salzsäure gelöst und mit bernsteinsaurem Natron das Eisen abgeschieden, fand ich kein Mangan, es war also Eisenoxyd, welchem 17·522 Gran kohlensaures Eisenoxydul entsprechen.

Das durch kohlensaures Alkali Gefällte war kohlensaure Kalk- und Talkerde; sie wurden wohl gewaschen mit Schwefelsäure übergossen und geglüht, Gewicht 41·125; sie wurden mit einer concentrirten Gipsauflösung mehrmal ausgekocht, der Rückstand betrug geglüht 38·375 Gips, folglich das Verlorne 2·750 Bittersalz, welchem 28·279 kohlensaure Kalkerde und 1·932 kohlensaure Talkerde entsprechen.

Es enthalten also 60 Pfund Medicinal-Gewicht Wasser:

Salzsaures Natron	2·268 Grane,	
Kohlensaures Natron	5·982,	
Kohlensaure Kalkerde	28·279,	
» Talkerde	1·932,	
Kohlens. Eisenoxydul	17·522	= 12 Eisenoxyd,
Thonerde	1·750,	
Kieselerde	13·625,	
Kohlensäure	64·860	= 91·185 C. Z. [2]),
Extractivstoff, unbestimmt.		

---

[1]) Sammt dem halben Gran von der Kieselerde noch abgeschiedenen, und der proportionirten, aus dem Gewichte des verbrannten Filtrum berechneten Menge Eisenoxyds.

[2]) Wenn das specifische Gewicht der Kohlensäure 1·51961 ist, und ein Cubik-Zoll atmosph. Luft 0·4681 Gran wiegt.

V.

Zur Berechnung achromatischer Fernröhre.

Ein Nachtrag

von

I. I. Littrow.

Es ist bekannt genug, um hier keiner eigenen Erörterung zu bedürfen, dafs unter allen unseren ausübenden Künsten vorzüglich die optischen sich zu einer beinahe durchaus mathematischen Behandlung eignen, und dafs ihnen auch seit *Euler*, *Clairaut*, *d'Alembert* u. a. diese Behandlung in einem Grade zu Theil geworden ist, wie sich dessen noch keine andere Kunst rühmen kann. Desto auffallender mufs dann aber auch die Bemerkung seyn, dafs eben diese Kunst es ist, die, jenen ungemeinen Vortheil, an der Hand der Theorie schnell und sicher vorzuschreiten, nicht achtend, sich beinahe ganz auf dem rein practischen Wege, durch Versuche und Experimente, fortgebildet hat.

So viel auch die eben erwähnten Männer geleistet, und so grofse Fortschritte die *Theorie* der Optik, und besonders die der Fernröhre, durch ihre Hülfe gemacht haben mag — auf die *Ausübung* der Wissenschaft, auf den practischen Künstler haben jene sinnreichen Untersuchungen lange nicht den vortheilhaften Einflufs geäufsert, welchen man von ihnen, wie es scheint, mit so grofsem Rechte erwartet hatte. Mit nur sehr wenigen ehrenvollen Ausnahmen sind diese Künstler bei ihren früheren, höchstens durch die ersten Elemente der Wissenschaft etwas geleiteten, Tatonnemens stehen geblieben; und wenn seit *Dollond* bis auf unsere Tage die ausübende Kunst in der That grofse Fortschritte ge-

macht haben soll, so muſs man gestehen, daſs sich von diesen gerühmten Erfolgen jene gelehrten und scharfsinnigen Theorien nur einen äuſserst kleinen Theil zuzuschreiben haben, und vielleicht wird man unter allen bisher ausgezeichneten Künstlern nur einen einzigen finden, in welchem sich groſse theoretische Einsicht mit hoher practischer Geschicklichkeit vereinigten, den aber, noch eh' er die Mitte seiner glänzenden Laufbahn erreichte, ein viel zu früher Tod der Wissenschaft und unserem um ihn trauernden Vaterlande entrissen hat.

Man darf nicht besorgen, dadurch irgend einem dieser Künstler zu nahe zu treten, da sie diesen allen gemeinschaftlichen und gleichsam ererbten und verjährten Mangel ohne Umstände selbst zu gestehen pflegen, und da es ihnen auch in der That zur Ehre gereicht, selbstständig und ohne Beihülfe der Theoretiker, die sich so gern unentbehrlich machen möchten, ihre Kunst bis zu dem Grade der Vollendung erhoben zu haben, auf welchem wir sie jetzt bewundern. Auch ist jene Klage bereits so alt, und seit jener Zeit bis auf unsere Tage schon so oft wiederholt worden, daſs an eine Widerlegung derselben nicht mehr gedacht werden kann. So bedauert schon, um unter der zahllosen Menge von Zeugen nur den ersten und letzten anzuführen, so beklagt schon *Bernoulli* in seinen astronomischen Briefen, »daſs der so berühmte *Peter Dollond* beinahe gar nichts »von der Mathematik verstehe,« und er kann sich nicht genug verwundern, »wie ein bloſses Probiren auf Ge»radewohl ihn so ungemein weit bringen konnte.« — Dieſs galt von der Mitte des vorigen Jahrhunderts, und im Jahre 1821, in dem Lande der Kunst selbst, vor der versammelten Academie der Wissenschaften in London, stellte *J. F W. Herschel* die Behauptung wieder auf: *It has not unfrequently of late been made a subject of re-*

proach to mathematicians, who have occupied themselves with the theory of the refracting telescope, that the practical benefit derived from their speculations has been by no means commensurate to the expenditure of analytical skill and labour, they have called for, and that from all the abstruse researches of celebrated geometers, n o t h i n g hitherto has resulted beyond a mafs of complicated formulae, which, though confessedly exact in theory, have never yet been made the basis of construction for a single good instrument, and remain therefore totally inapplicable, or at least, unapplied in practice. — All these formulae, requiring a more extensive share of algebraical knowledge, than can be expected in a practical optician, are thrown aside by him in despair, and therefore the best and most successful artists are content to work their glasses by trial, or by empirical rules.

Es würde interessant, aber hier zu weit führend seyn, die Ursache dieser sonderbaren Erscheinung, deren Existenz nicht weiter bezweifelt werden kann, aufzusuchen. Zum Theil, man darf es nicht läugnen, tragen wohl jene von *Euler* u. a. gegebenen Theorien selbst die Schuld, nicht bloſs, weil sich jene Männer nicht herabgelassen haben, ihre Entdeckungen in eine auch den anderen faſsliche Sprache einzukleiden, sondern noch vielmehr aus dem Grunde, weil jene Theorien durchaus nur genäherte, und zwar, für auch nur etwas beträchtliche Öffnungen der Objective, nur sehr unvollkommen genäherte Methoden enthalten, die dem Künstler, selbst wenn er sie genau befolgte, keinen ganz befriedigenden Erfolg sichern konnten, um so weniger, da bei allen diesen Theorien auf die Farbenzerstreuung der Randstrahlen, und meistens auch auf die Dicke und die Entfernung der Linsen des zusammengesetzten Objectivs keine Rücksicht genommen wurde,

ohne Zweifel, weil man die dann unvermeidliche Weitläufigkeit der analytischen Ausdrücke umgehen wollte, obschon man sich auf der anderen Seite nicht verhehlen konnte, daſs die gänzliche Vernachlässigung dieser Rücksichten nicht anders als schädlich auf die Endresultate der Rechnung einwirken muſsten, und daſs daher alle diese Theorien, so viel Scharfsinn auch von den ausgezeichnetsten Geometern darauf verwendet wurde, doch nur als unvollkommene Näherungen betrachtet werden konnten, deren Erfolg in der Ausübung desto zweifelhafter wurde, je gröſser die Vollkommenheit war, die man zu erreichen wünschte, da sich die erwähnten Fehler jener Methoden erst bei Fernröhren von gröſseren Öffnungen in ihrem ganzen Nachtheile zeigten.

Aber ein anderer und wohl der gröſste Theil der Schuld muſs ohne Zweifel dem geringen Grade der mathematischen Bildung zugeschrieben werden, unter welchem die meisten unserer Künstler, die von England, wie man gesehen hat, nicht ausgenommen, leiden; ein Mangel, der ihnen jene theoretischen, in der Sprache der Wissenschaft abgefaſsten Vorschriften ungenieſsbar und beinahe unzugänglich macht.

Beide Ursachen zusammen haben endlich eine Art von Miſstrauen und selbst von Nichtachtung der Theorie erzeugt, die für den Fortgang der guten Sache äuſserst schädlich, die unserer Zeit ganz unwürdig ist, und die endlich von jedem, dem Wisschschaft und Kunst nicht ganz gleichgültig ist, nur mit lebhaftem Bedauern bemerkt werden kann. Es ist in der That betrübend, zu hören, wie ein sonst ausgezeichneter Künstler allen diesen unnützen theoretischen Speculationen gänzlich zu entsagen räth, » weil *John Dollond* in wenig Jahren durch » die bloſse Praxis Fernröhre zu Stande gebracht hat, » wozu Franzosen und Deutsche seit jener Zeit mit allen

»ihren hochgelehrten Theorien nicht gekommen sind; »dafs jene Fernröhre *Dollond's*, sogar im Widerspruche »mit der Theorie, die Farbenzerstreuung nur sehr un»vollkommen aufheben, und doch trefflich zeigen, und »dafs daher diese Trefflichkeit ihren Grund ganz wo »anders haben müsse, als in der (durch diese Theorie »vorgeschriebenen) genauen Vernichtung der Farben, »da bei den französischen Fernröhren, die nach jenen »schönen Theorien construirt werden, die heterogenen »Strahlen sehr genau zusammen fallen, während diese »Fernröhre selbst doch nicht viel taugen.« Äufserungen dieser Art, selbst wenn sie gegründet wären, so viel Selbsterfahrung und subjective Überzeugungen ihnen auch vorausgegangen seyn mögen, sollten doch, als gemeinschädlich, bis zur Ankunft besserer Einsichten, zurückgehalten werden, da sie bei dem gröfseren Theile der Leser nicht anders als nachtheilig wirken können, und da in unseren Tagen jeder wissen sollte, dafs ein Angriff, nicht gegen einen Mangel der Theorie, sondern gegen die Theorie selbst, ohne welche doch nirgends, und am wenigsten in der Optik, eine *ganz vollkommene* Praxis möglich ist, der Natur der Sache nach immer wieder auf den Angreifer selbst zurückfallen mufs.

Welches aber auch die Ursache dieses Mifsverhältnisses zwischen der Theorie und der Ausführung derselben seyn mag, so ist es, um ihm zu begegnen, an der ersten, der anderen zu Hülfe zu kommen, weil sich eine Erhebung dieser zu jener, nach den gegebenen Verhältnissen, mit Wahrscheinlichkeit nie erwarten läfst, und es entsteht daher die Frage, auf welche Art man die durch die Theorie erhaltenen Resultate am besten bis in den Bereich der in gröfseren Rechnungen ungeübten Practiker herabführen kann.

Man findet in der ganzen Periode von siebenzig Jahren seit der Erfindung der achromatischen Fernröhre bis auf unsere Zeiten nur *zwei* Versuche, diesen Zweck zu erreichen, die beide verunglückt sind. Der erste ist von *Euler* selbst, oder vielmehr von *Fuſs*, der unter *Euler's* Leitung eine Art von Auszug aus der Optik des letzteren, bloſs zum Gebrauch für Künstler, gegeben hat: *Instruction détaillée pour porter les lunettes au plus haut degré de perfection. Petersb.* 1774. Allein diese Arbeit ist erstens ganz auf die oben erwähnte unvollkommen genäherte Methode *Euler's* gegründet, und für Fernröhre von gröſseren Dimensionen nicht mehr gut anwendbar, und es enthält zweitens nichts als einzelne Beispiele für zwei- und mehrfache Objective von gegebenen Glasarten, die für den Künstler, der mit Gläsern von anderen Brechungs- und Zerstreuungsvermögen arbeitet, von ganz und gar keinem Nutzen, und mehr ihn irre zu führen, als auf den rechten Weg zu leiten gemacht sind. Der irrige Wahn, daſs man nach solchen isolirt aufgestellten Beispielen auch andere Linsen von verschiedenen Glasarten ohne merklichen Fehler behandeln könne, eine Meinung, die selbst von mehreren Theoretikern unterstützt worden ist *), war eine der

*) So sagt *Klügel* von dem einzigen durch ihn berechneten Beispiele: *Haec lentium conformatio optime etiam inservire potest, si ratio refractionis et dispersionis ab assumtis aliquantum recedant, ita quidem, ut hanc nostram lentem duplicatam etiam pro aliis vitrorum speciebus successu non carituram esse, spondere possimus.* Allein dieser vermeinte glückliche Succeſs fällt kläglich aus, wenn man nach der oben Seite 129 gegebenen Methode für $\varpi = 0.5$ auch nur einige besondere Fälle berechnet. So findet man z. B. für die vierten Halbmesser ρ', die nach *Klügel's* Behauptung alle bis auf einige

vorzüglichsten Ursachen des Mifslingens aller nach solchen eingebildeten Mustern angestellten Versuche, und dadurch des Mifstrauens, welches am Ende bei dem unerfahrnen Künstler gegen jene sie, wie sie sagten, irre führenden Theorien entstanden ist.

Ein zweiter Versuch, sich dem Practiker verständlich und brauchbar zu machen, war ohne Zweifel, gehörig ausgeführt, zweckmäfsiger, und bestand in Tafeln, aus welchen man für jeden Werth von n, n' und ϖ die Werthe der vier Halbmesser ohne alle, oder doch ohne weitläufige Rechnung nehmen konnte. Da diese Tafeln die oben (Seite 137) gegebenen vier Systeme von Gleichungen ersetzen sollen, so würden sie, wenn nicht besondere Kunstgriffe angewendet werden, im Allgemeinen von einer beinahe unerträglichen Ausdehnung seyn müssen. Der erste, der diese Idee auszuführen unternahm, war *Jeaurat*, der in den *Paris. Mem.* für 1770 eine solche Tafel mittheilte. Da er sie aber auch auf die jetzt als überflüssig erkannten drei-, vier- und fünffachen Objective ausdehnte, so wurde sie sehr unbequem und doch unvollständig, und da er die Kugelabweichung, gleichsam als eine Nebensache, ganz vernachlässigte, so wurden sie für den Künstler völlig unbrauchbar, und der Versuch blieb ohne Erfolg. In unseren Tagen haben wir noch zwei Tafeln dieser Art erhalten, von welchen die erste in *Gehler's* phys. Wörterbuche unter dem Artikel *Achromaten* steht, und die nach *Gilbert's* Annalen, 1810, St. III., ganz von der Theorie abweichen soll, während man die zweite, von

der letzten Decimalstellen gleich seyn sollten, folgende Werthe:

$$n = 1.53,\quad n' = 1.60,\quad \rho' = 76.094$$
$$1.50 \qquad 1.60 \qquad -181.805$$
$$1.53 \qquad 1.63 \qquad -266.044 \text{ u. s. w.}$$

Pet. Barlow berechnet, in dem *Edinburgh Philos. Journal* 1826, Januar, findet. Sie ist auf *J. F. W. Herschel's* Theorie gegründet, mit welcher der letzte, *in s. Aberrations of compound lenses and Object-glasses*, gewiſs allen Künstlern ein sehr angenehmes Geschenk gemacht hat, und von der nur noch zu wünschen wäre, daſs die Abweichung wegen der sphärischen Gestalt der Linsen nicht nach einem bloſs genäherten Ausdrucke, der in letzter Analyse mit jenem von *Euler* identisch ist, bestimmt seyn möchte.

Aus meinem vorhergehenden Aufsatze ist klar, daſs die eigentliche Schwierigkeit der Berechnung eines vollkommenen Doppelobjectives nach der dort vorgetragenen Methode in der Bestimmung eines der beiden letzten Halbmesser r' oder ρ' besteht, da, wenn einer von ihnen bekannt ist, alle übrigen Bestimmungsstücke des Objectivs durch eine eben so kurze als bequeme Rechnung gefunden werden können. Einige Versuche, welche ich über diesen Gegenstand angestellt habe, zeigten mir, daſs schon sehr geringe Änderungen, welche in den eigentlichen Elementen jedes Objectivs, d. h. in den drei Gröſsen n, n' und ϖ vorgenommen werden, die Werthe des vierten Halbmessers ρ' oft sehr bedeutend ändern, wie man z. B. aus der vorhergehenden Note sehen kann, während im Gegentheile der dritte Halbmesser r' im Allgemeinen nur sehr geringen Variationen unterworfen ist, und daher sich viel besser, als jener, eignet, durch eine Tafel bestimmt zu werden.

Eine solche Tafel setzt aber die vorläufige und genaue Berechnung dieses dritten Halbmessers für mehrere Werthe jener drei Elemente voraus, und sie wird im Allgemeinen desto brauchbarer seyn, je engere Zwischenräume dieser drei Elemente der Rechnung zu Grunde gelegt wurden. Ich nahm, nach den bisher ge-

machten Erfahrungen, an, daſs die äuſsersten Grenzen der Brechung für Kronglas $n = 1.50$ und 1.54, und für Flintglas $n' = 1.57$ und 1.63, und endlich für das Verhältniſs der Farbenzerstreuungen $\varpi = \frac{dn}{dn'} = 0.50$ und 0.70 sind, und unter dieser Voraussetzung berechnete Hr. *Nagy*, ein sehr geschickter und eifriger Freund der Mathematik, folgende fünfzehn specielle Fälle mit der gröſsten Schärfe, welche unsere gewöhnlichen Logarithmen mit sieben Decimalstellen erlauben. Die drei ersten Columnen enthalten die jedem Falle zu Grunde gelegten Elemente ϖ, n und n', die vierte den Halbmesser r' der dritten brechenden Fläche, die fünfte den Winkel (B') der gebrochenen Strahlen mit der Achse nach der vierten Brechung, und die sechste die letzte Vereinigungsweite B' der Strahlen von der vierten brechenden Fläche gezählt. Der erste Einfallswinkel der Strahlen ist durchaus $a = 10$ Grade, und die Dicke der ersten Linse $d = 0.01$, so wie $d' = \Delta = 0$ vorausgesetzt, und endlich die Brennweite der ersten Linse als die Einheit aller Dimensionen des Fernrohres angenommen worden.

ϖ	n	n'	r'	(B')	B'
0.50	1.53	1.60	1.0426585	4° 34′ 58″.56	2.303792
	1.50	1.60	1.0027302	3° 59′ 7″.16	2.500000
	1.53	1.63	1.0613425	4° 17′ 4″.86	2.464922
0.55	1.53	1.60	1.0511785	3° 59′ 9″.05	2.650340
	1.50	1.60	1.0086155	3° 23′ 15″.03	2.942619
	1.53	1.63	1.0687965	3° 39′ 25″.84	2.889381
0.60	1.53	1.60	1.0546764	3° 23′ 15″.23	3.119605
	1.50	1.60	1.0105125	2° 47′ 18″.65	3.575685
	1.53	1.63	1.0713285	3° 1′ 42″.33	3.490409
0.65	1.53	1.60	1.0552735	2° 47′ 17″.58	3.790831
	1.50	1.60	1.0091250	2° 11′ 16″.09	4.557886
	1.53	1.63	1.0715008	2° 23′ 55″.42	4.407134
0.70	1.53	1.60	1.0550358	2° 11′ 17″.49	4.829986
	1.50	1.60	1.0106358	1° 35′ 18″.45	6.276150
	1.53	1.63	1.0713986	1° 46′ 6″.27	5.976921

Diese vorläufigen Rechnungen benützte ich zur Construction der am Ende beigefügten Tafel auf folgende Art. Stellt man zuerst die Werthe von r' zusammen, welche für $n = 1.50$ und $n' = 1.60$ gehören, so erhält man

ϖ	r'
0.50	1.0027302,
0.55	1.0086155,
0.60	1.0105125,
0.65	1.0091250,
0.70	1.0106358.

Um daraus auch die Ausdrücke von r' für die Zwischenwerthe von ϖ zu erhalten, sey

$$r' = A + B\theta + C\theta^2 + D\theta^3 + E\theta^4,$$

wo der Kürze wegen $\theta = \varpi - 0.50$ gesetzt wurde, so hat man für die Bestimmung der unbekannten Factoren $ABCDE$ folgende fünf Gleichungen:

$$A = 1.0027302$$
$$0.0058853 = 0.05B + 0.0025C + 0.000125D + 0.00000625E$$
$$0.0077823 = 0.10B + 0.0100C + 0.001000D + 0.00010000E$$
$$0.0063948 = 0.15B + 0.0225C + 0.003375D + 0.00050625E$$
$$0.0079056 = 0.20B + 0.0400C + 0.008000D + 0.00160000E$$

aus welchen man die Werthe dieser Factoren auf dem bekannten Wege der Elimination bestimmen wird. Man erhält so

$$\begin{aligned} r' = & \; 1.0027302 \\ & + 0.1348860\,\theta \\ & + 0.0660633\,\theta^2 \\ & - 10.0196000\,\theta^3 \\ & + 36.5266667\,\theta^4, \end{aligned}$$

und nach dieser Gleichung ist die zweite Columne der am Ende folgenden Tafel, oder die Gröfse (r') für jeden Werth von $\varpi = \theta + 0.50$ berechnet worden.

Diese Columne setzt aber, wie man sieht, den besonderen Fall $n = 1.50$ und $n' = 1.60$ voraus. Um daher den Werth von r' *allgemein*, für jeden Werth von n und n' zu erhalten, sey $\left(\frac{d r'}{d n}\right)$ die Änderung von r' für eine Variation von 0.01 in n, und eben so $\left(\frac{d r'}{d n'}\right)$ die Änderung von r' für eine Variation von 0.01 in n', so hat man, mit Hülfe der oben angeführten Tafel:

ϖ	$\left(\frac{d r'}{d n}\right)$	$\left(\frac{d r'}{d n'}\right)$
0.50	1.3309433	0.622800
0.55	1.4187666	0.587267
0.60	1.4721300	0.555070
0.65	1.5382833	0.540910
0.70	1.4800000	0.545427.

Setzt man daher wieder

$$\left(\frac{d r'}{d n}\right) = A' + B'\theta + C'\theta^2 + D'\theta^3 + E'\theta^4 \text{ und}$$

$$\left(\frac{d r'}{d n}\right) = A'' + B''\theta + C''\theta^2 + D''\theta^3 + E''\theta^4,$$

und bestimmt die Gröfsen A', A'' . . . wie zuvor, so erhält man

$$\left(\frac{d r'}{d n}\right) = 1.3309433 + 3.3384445\,\theta - 50.162572\,\theta^2 + 431.952100\,\theta^3 - 1229.841333\,\theta^4 \text{ und}$$

$$\left(\frac{d r'}{d n'}\right) = 0.622800 - 0.575715\,\theta - 4.850620\,\theta^2 + 47.721000\,\theta^3 - 93.733333\,\theta^4,$$

und nach diesen zwei Gleichungen sind die dritte und vierte Columne der am Ende beigefügten Tafel berechnet worden.

Mit Hülfe dieser Tafel ist es nun ungemein leicht, die Gröſse des dritten Halbmessers r' für jeden Werth von n, n' und ϖ zu finden.

Man sucht nämlich zuerst aus ihr die Werthe von (r'), $\left(\frac{dr'}{dn}\right)$ und $\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$, und multiplicirt die zweite dieser Gröſsen durch $(n - 1.50)$, und die dritte durch $(n' - 1.60)$, so ist die Summe dieser beiden Producte und der Gröſse (r') gleich dem gesuchten dritten Halbmesser r', oder mit anderen Worten, es ist

$$r' = (r') + (n - 1.50) \cdot \left(\frac{dr'}{dn}\right) + (n' - 1.60) \cdot \left(\frac{dr'}{dn'}\right).$$

Die ganze nach Seite 144 so umständliche Rechnung, die selbst für einen geübten Rechner mehrere Stunden erfordern würde, wird daher durch diese Tafel auf zwei einfache Multiplicationen mit drei oder vier Ziffern reducirt, und sie ist, ihrer Kürze ungeachtet, doch in der nöthigen Ausdehnung durchgeführt worden, um dem Künstler, der sie anwenden will, die ihm vielleicht weniger bekannten Interpolationen zu ersparen, so daſs er nur immer die unmittelbaren Zahlen der Tafel, ohne weitere Rücksichten, zu nehmen hat.

Zur gröſseren Bequemlichkeit habe ich ihm noch eine zweite Tafel hinzugefügt, durch welche er für jeden Werth von n die Gröſsen r und ρ, oder die beiden ersten Halbmesser der Kronglaslinse, und die Gröſse M und N nach den Ausdrücken nehmen kann:

$$r = \rho = 2(n - 1),$$

$$M = \frac{1}{n-1}\left(1 + 0.0025\,\frac{(n+1)}{n^2}\right) \text{ und } N = 1 + \frac{0.0025}{n}.$$

Noch ist übrig, zu zeigen, wie man die letzte Ver-

einigungsweite B' der Strahlen, und die Öffnung oder den Durchmesser x des Objectives finden kann. Die letzte braucht man der Natur der Sache nach bekanntlich nicht mit der gröfsten Schärfe zu wissen, und es ist mehr als hinlänglich, wenn der Künstler diese Öffnung auf drei oder vier Decimalstellen genau kennt. Zu diesem Zwecke geben aber die oben angeführten vorläufigen Rechnungen ein sehr bequemes Mittel. Sucht man nämlich aus diesen Angaben den Werth von

$$x = 2B' \,.\, \text{tang.}\,(B'),$$

so findet man, dafs dieser Werth von x in allen fünfzehn Fällen gröfstentheils nur von n abhängt, während im Gegentheile der Einflufs von n' und ϖ auf x nur sehr gering ist. Man erhält so nahe für alle Werthe von ϖ im Mittel

n	n'	x
1.53	1.60	0.36927
1.50	1.60	0.34826
1.53	1.63	0.36937.

Nimmt man daher x als eine blofse Function von n an, so hat man für die Öffnung des Objectives den folgenden sehr einfachen Ausdruck

$$x = 0.70033\,(n - 1) - 0.00190 \quad \text{oder}$$
$$x = 0.70033\,n - 0.70223,$$

wodurch sich die vorhergehenden Werthe von x für alle Werthe von n' und ϖ genügend darstellen lassen.

Die letzte Vereinigungsweite B', so wie den vierten Halbmesser ρ' endlich wird man aus den beiden folgenden Gleichungen (Seite 145) finden:

$$\frac{1}{\rho'} = M\varpi - \frac{1}{r'} \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{B'} = N - (n' - 1) \,.\, M\varpi,$$

und diese zwei einfachen Ausdrücke sind eigentlich die einzigen, welche von allen den in unserer Auflösung des Problemes (Seite 144) gegebenen umständlichen und vielleicht auch Manchem beschwerlichen Formeln noch zu berechnen übrig sind. Da sie so äusserst bequem sind, und von Jedem auch ohne Hülfe der Logarithmen ohne Mühe berechnet werden können, so scheint es der Mühe nicht zu lohnen, auch für sie noch weitere Reductionen zu suchen, und dadurch gleichsam die anfangs so verwickelte Aufgabe ganz ohne alle eigentliche Rechnung aufzulösen.

Übrigens wird es unnöthig seyn, zu erinnern, dafs für Objective von sehr grofser Öffnung, und überhaupt so oft eine vorzügliche Schärfe gewünscht wird, die unmittelbare Bestimmung der vier Halbmesser nach dem Seite 144 gegebenen Verfahren vorgezogen werden mufs, dafs aber auch dann jene Rechnungen durch die gegenwärtigen Tafeln, welche sogleich schon sehr genäherte Werthe dieser Halbmesser geben, ungemein abgekürzt werden.

Es sey mir erlaubt, noch einige Bemerkungen hinzuzufügen, die mir während der Beschäftigung mit diesem Gegenstande aufgefallen sind. — Das Problem, um welches es sich hier handelt, scheint mir mehrere Eigenthümlichkeiten zu haben, welche eine *ganz strenge* Auflösung desselben eigentlich unmöglich machen. Wenn man z. B. die Kugelabweichung für die mittleren Central- und Randstrahlen wegbringen will, was, wie wir gesehen haben, ganz genau geschehen kann, so folgt daraus noch nicht, dafs auch alle übrigen zwischen der Mitte und dem Rande des Objectivs einfallende Strahlen sich genau in demselben Puncte, wie jene, vereinigen werden, aber diese Vereinigungspuncte werden einander im Allgemeinen so nahe seyn, dafs für unsere Sinne keine

merkbare Undeutlichkeit daraus entstehen wird. Doch wird dieser Fehler, der in der Natur der Sache selbst liegt, und sich daher in der Theorie so wenig, als in der Ausführung, wegbringen läſst, offenbar desto beträchtlicher werden, je gröſser das Objectiv ist, so daſs also in dieser Beziehung groſse Achromaten, Refractoren sowohl als Reflectoren, mit einem Hindernisse zu kämpfen haben, welches um so beträchtlicher seyn wird, je vollkommener diese Instrumente selbst seyn sollen. Da wir unsere Linsen von Glas durchaus homogen annehmen und annehmen müssen, so gibt jede ihrer beiden Flächen nur eine einzige unbekannte Gröſse, welche wir also auch nur für eine einzige Gattung von Strahlen, z. B. für die Randstrahlen benützen können, um ihre Vereinigungsweite jener der Centralstrahlen gleich zu machen. Um auch für alle übrigen dasselbe zu thun, brauchten wir eigentlich unendlich viele Linsen, deren Halbmesser als eben so viel unbekannte Gröſsen diesem Zwecke gemäſs bestimmt werden sollten. Wenn aber unsere Kunst, so wie überhaupt alles, was Menschenköpfe und Menschenhände hervorbringen, unter diesen uns unübersteiglichen Beschränkungen leiden und immer leiden werden, so müssen wir dafür desto mehr unsere groſse Meisterin, die Natur, bewundern, die in ihren geheimen Werkstätten in einem ganz anderen und höheren Style arbeitet, und von jenen Schranken nichts weiſs, die uns einengen und uns zwingen, so oft wir uns ihr auch nur von ferne nähern wollen, Brillen, Krücken und Nothbehelfe aller Art in Bewegung zu setzen. *Ihr* Fernrohr, das Auge, nach dessen Muster wir das unsere construirt zu haben glauben, hat nur eine Linse, aber, wie schon *Porterfield* (*On the eye, Edinb.* 1759) bemerkte, von einer gegen ihren Mittelpunct zunehmenden Dichte; und *Leeuwenhoek* fand, daſs

diese Linse aus concentrischen Schalen besteht, von denen er bei gröſseren Thierangen über 12000 zählte. (*Arcana naturae detecta. Lugd. Bat.* 1722.) Wenn unsere Glasschleifer uns *solche* Linsen liefern werden, dann wollen wir ihnen zum Danke auch etwas mehr durch unsere Fernröhre zeigen,

Eine ähnliche Bemerkung gilt auch von der Farbenzerstreuung. Da der Raum jeder einzelnen Farbe in dem Spectrum des Prisma von Kronglas sehr verschieden von dem des Flintglases ist, so folgt daraus, daſs man z. B. die rothen und violetten Strahlen genau vereiniget hat, noch gar nicht, daſs nun auch die grünen oder die gelben Farben auf einander fallen, und da der Farben eigentlich unzählig viele sind, so würde man auch hier wieder nicht zwei, sondern unendlich viele Linsen brauchen, um das Problem auch in dieser Beziehung vollständig aufzulösen. Auch kenne ich noch kein Fernrohr, welches im strengsten Sinne des Wortes achromatisch wäre, wie man sich leicht überzeugen kann, wenn man den Oculareinsatz über den Punct des scharfen Sehens herausrückt, oder wenn man durch ein groſsen Theils bedecktes Objectiv einen lichtstarken Gegenstand, z. B. einen Fixstern der ersten Gröſse betrachtet. Diesem Hindernisse glaubt *Brewster* dadurch zu begegnen, daſs er die beiden Zerstreuungen dn und dn' einander so viel als möglich gleich anzunehmen räth, oder mit anderen Worten, daſs man dasjenige Flintglas wählen soll, welches die geringste Zerstreuung, also am wenigsten Bleikalk hat. Auch ist es wohl nicht zweckmäſsig, diejenigen Zerstreuungen der beiden Glasarten zum Grunde der Rechnung zu legen, welche für die äuſsersten, oder für die rothen und violetten Strahlen gehören, wie man beinahe allgemein zu thun pflegt, sondern man sollte mehr Rücksicht auf diejenigen Farben nehmen, die sich durch

eine gröſsere Intensität des Lichtes auszeichnen, und daher auf das deutliche Sehen den bedeutendsten Einfluſs haben. Es scheint mir einem Fernrohre nicht besonders schädlich zu seyn, wenn es mit einem kleinen Theile seines Objectivs, während der andere bedeckt ist, die Gegenstände mit einem schmalen violetten Rande zeigt, welche Farbe bekanntlich die geringste Intensität hat, aber ich habe es mit solchen Fernröhren, bei welchen unter jenen Umständen der Rand gelb oder orange ist, wenn ich sie auch mit ihrer ganzen Öffnung brauchte, bei Fixsternen der ersten Gröſse nie zu einem ganz reinen und deutlichen Bilde bringen können. Wenn wir uns also auch hier, wie überall, mit einer bloſsen Näherung an die Werke der Natur begnügen müssen, so mag es für uns eine Art von Trost seyn, daſs die Natur selbst in dieser Beziehung nicht ganz vollkommen ist, da, nach *Fraunhofer's* Beobachtungen, das menschliche Auge selbst nicht ganz achromatisch gebaut seyn soll.

Dieſs ist auch die Ursache, warum in der oben gegebenen Auflösung die Zerstreuung der Randstrahlen, deren gröſster Theil mit jener der Centralstrahlen schon gehoben wird, nicht eigens berücksichtiget wurde, wodurch die Berechnung eines Doppelobjectives, ohne vielleicht die practische Brauchbarkeit desselben bedeutend zu vermehren, noch viel umständlicher ausgefallen wäre, und die hier angeführte compendiöse Einrichtung für den Künstler ganz unmöglich gemacht hätte. Da diese Auflösung die gröſstmögliche Öffnung gibt, so wird eine geringe Verminderung dieser Öffnung dem Künstler ein einfaches Mittel geben, diese Zerstreuung der äuſsersten Randstrahlen, wo sie durch practische Versuche noch merkbar seyn sollte, hinlänglich zu verkleinern, und die Lichtstärke des Fernrohrs wird doch in den meisten Fällen noch gröſser seyn, als bei den

von anderen vorgeschlagenen Einrichtungen, wo die gröfstmögliche Öffnung des Objectives nicht als Hauptbedingung der Aufgabe in die Rechnung aufgenommen wurde. Übrigens würde es nicht schwer, sondern, wie gesagt, nur weitläufig seyn, diese Rücksicht auch unmittelbar in unsere Auflösung einzuführen. Nehmen wir, um dieses zu zeigen, an, dafs man durch die bisher gegebene Methode Seite 144 die vier Halbmesser r, ρ, r' und ρ', und die letzten Vereinigungsweiten $z\, z'$ für die mittleren und heterogenen Centralstrahlen, so wie $Z\, Z'$ für die mittleren und heterogenen Randstrahlen gefunden habe. — Nach den Bedingungen jener Methode hat man also die zwei Gleichungen $z - z' = 0$ und $z - Z = 0$, welche beide Gleichungen die Vernichtung der Kugelabweichung und der Farbenzerstreuung, die letzte für die Centralstrahlen, ausdrücken. Um aber auch die Farbenzerstreuung für die Randstrahlen aufzuheben, wird man noch der Gleichung $z - Z' = 0$ genug thun müssen, und zu diesem Zwecke die beiden inneren Halbmesser ρ und r' einer kleinen Änderung unterwerfen, um dadurch der letzten Gleichung, ohne jene zwei vorhergehenden aufzuheben, zu genügen, wozu sich das sinnreiche Verfahren, welches *Gaufs* in seiner *Theor. mot. Corp. coel.* zur Bestimmung der Elemente der Planetenbahnen mitgetheilt hat, vortheilhaft anwenden läfst. Nämlich die nach unserer vorhergehenden Auflösung gefundenen Werthe von ρ und r' geben $z - Z = 0$ und $z - Z' = \beta$, so dafs β als der Fehler dieser ersten Annahme jener beiden mittleren Halbmesser betrachtet werden kann. Ändert man nun für eine zweite Hypothese blofs den *ersten* dieser Halbmesser ρ, und wiederholt die Rechnung mit den Werthen ρ_1 und r', so erhält man $z - Z = \alpha'$ und $z - Z' = \beta'$, wo also α' und β' die Fehler dieser zweiten Hypothese sind. Ändert man end-

lich in einer dritten Hypothese blofs den *zweiten* dieser Halbmesser r', und wiederholt man die ganze Rechnung mit den Werthen ρ und r'_1, so erhält man $z - Z = \alpha''$ und $z - Z' = \beta''$, wo also α'' und β'' die Fehler dieser dritten Hypothese bezeichnen. Da bei dieser dreifachen Berechnung der vierte Halbmesser ρ' immer durch die zweite Gleichung der Seite 145 bestimmt wird, so wird dadurch in jeder Berechnung auch der dritten der oben angeführten Gleichungen $z - z' = 0$ genug gethan. Dieses vorausgesetzt, hat man nun für die wahren Werthe von ρ und r', welche wir durch (ρ) und (r') bezeichnen wollen, und welche allen drei Bedingungsgleichungen

$$z - z' = 0, \quad z - Z = 0 \quad \text{und} \quad z - Z' = 0$$

Genüge thun, folgende Ausdrücke:

$$(\rho) = \rho + \frac{(\rho_1 - \rho)\,\alpha''\beta}{\alpha''(\beta - \beta') - \alpha'(\beta - \beta'')} \quad \text{und}$$

$$(r') = r' - \frac{(r'_1 - r)\,\alpha'\beta}{\alpha''(\beta - \beta') - \alpha'(\beta - \beta'')};$$

ein Verfahren, welches man, wie das analoge, aber einfachere von S. 148, so oft wiederholen wird, bis die letzten Fehler $\alpha'\,\alpha''$ und $\beta\,\beta'\,\beta''$ klein genug sind, um der gegebenen Absicht gemäfs völlig als verschwindend angesehen werden zu können. Man sieht, dafs auch diese Methode, wie unsere vorhergehende, keiner weiteren Einschränkung unterworfen ist, und dafs man hier, so wie dort, die Annäherung so weit treiben kann, als man will.

* * *

Um endlich, zum Schlusse dieses Gegenstandes, die oben gegebene Auflösung unserer Aufgabe zur leichteren Übersicht und zum bequemen Gebrauch *für Künstler* zusammen zu fassen, die sich, auch ohne dem Vorhergehenden, nur mit diesem Zusatze begnügen wollen, so sey für die vordere Linse von Kronglas das Brechungs-

verhältnifs n, die Farbenzerstreuung dn, und der Halbmesser der Vorder- und Hinterfläche derselben r und ρ. Für die zweite Linse von Flintglas seyen dieselben Grössen n', dn', r' und ρ'. Ich nehme dabei an, dafs die erste Linse auf beiden Seiten convex, und die zweite auf beiden Seiten concav ist. Sollte, wie es zuweilen der Fall ist, der letzte Halbmesser ρ' negativ werden, so zeigt diefs an, dafs die letzte brechende Fläche convex, oder dafs die Flintlinse concavconvex ist. Wie man übrigens die Gröfsen n, n', dn und dn' aus Beobachtungen bestimmt, setze ich als bekannt voraus. Ferner nehme ich an, dafs die äufsersten mit der Achse parallel einfallenden Randstrahlen mit ihrem Halbmesser r einen Winkel von 10 Graden bilden; dafs die Dicke der ersten Linse von Kronglas gleich dem $^1/_{100}$ Theile ihrer Brennweite sey, und dafs die Dicke der zweiten biconcaven Linse von Flintglas, so wie die Entfernung der zweiten brechenden Fläche von der dritten so klein sey, dafs beide ohne merklichen Fehler vernachläfsiget werden können, was in der That bei den meisten Fernröhren der Fall ist. Endlich sey der Kürze wegen $\frac{dn}{dn'} = \varpi$.

Die Aufgabe ist nun, für jeden gegebenen Werth der drei Gröfsen n, n' und ϖ die vier Halbmesser r, ρ, r' und ρ' eines achromatischen Doppelobjectivs zu finden.

Die Auflösung derselben reducirt sich auf folgende drei einfache Operationen:

I. Mit dem gegebenen Werthe von n suche man aus der zweiten Tafel die Gröfsen $r = \rho$, M, N und x.

II. Mit dem gegebenen Werthe von ϖ suche man in der ersten Tafel die Gröfsen (r'), $\left(\frac{dr'}{dn}\right)$ und $\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$, so hat man den dritten Halbmesser r' durch die Gleichung

$$r' = (r') + (n - 1.5) \cdot \left(\frac{dr'}{dn}\right) + (n' - 1.6) \cdot \left(\frac{dr'}{dn'}\right).$$

III. Endlich erhält man noch den vierten Halbmesser ρ' und die letzte Vereinigungsweite oder die Brennweite des Doppelobjectivs y durch folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{\rho'} = M\varpi - \frac{1}{r'} \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{y} = N - (n' - 1) \cdot M\varpi,$$

und dadurch ist das gesuchte Doppelobjectiv vollkommen bestimmt, indem man dessen vier Halbmesser r, ρ, r' und ρ', die Brennweite y, und endlich auch die Öffnung oder den Durchmesser x desselben kennt.

Man mufs noch bemerken, dafs alle Zahlen, welche man auf diese Weise erhält, die Brennweite der ersten Linse als die Einheit voraussetzen. Will man daher, wie gewöhnlich, die Brennweite des Doppelobjectivs y, das heifst, sehr nahe, die Länge des ganzen Fernrohres, als die Einheit aller Dimensionen annehmen, so mufs man alle für r, ρ, r', ρ', x und y erhaltenen Zahlen durch y dividiren. Will man aber die Länge des Fernrohres z. B. gleich 20, 40 oder 60 Zoll erhalten, so wird man jene sechs ersten Zahlen durch $\frac{20}{y}$, $\frac{40}{y}$, $\frac{60}{y}$ u. f. multipliciren, wodurch man zugleich diese Gröfsen r, ρ . . in Zollen ausgedrückt erhält.

Um das Verfahren auch durch ein Beispiel deutlich zu machen, sey $n = 1.53$, $dn = 0.0036$, $n' = 1.63$ und $dn' = 0.0060$, also auch $\varpi = 0.60$ gegeben, so hat man

I. durch die zweite Tafel

$$r = \rho = 1.060,$$
$$M = 1.891891,$$
$$N = 1.001634,$$
$$x = 0.3692,$$

II. und durch die erste Tafel

$$(r') = 1.01051,$$

$$\left(\frac{dr'}{dn}\right) = 1.472,$$

$$\left(\frac{dr'}{dn'}\right) = 0.555, \quad \text{also auch}$$

$$r' = 1.01051 + 0.04416 + 0.01665 = 1.07132$$

III. Endlich geben noch die oben angeführten zwei Gleichungen

$$\rho' = 4.957517 \quad \text{und}$$

$$y = 3.49041.$$

Wir haben daher für die Bestimmung unseres Doppelobjectives

Halbmesser der biconvexen
Linse von Kronglas . . . $r = 1.06$, $\rho = 1.06$,

Halbmesser der biconcaven
Linse von Flintglas . . . $r' = 1.07132$, $\rho' = 4.957517$

Durchmesser des Objectivs $x = 0.3692$,

Brennweite desselben . . . $y = 3.49041$,

und diese Zahlen setzen die Brennweite der ersten Linse von Kronglas als die Einheit voraus. Soll also z. B. die Brennweite des Doppelobjectivs oder die Länge des Fernrohrs gleich fünf Fuſs, d. h. gleich 60 Zolle seyn, so wird man alle vorhergehenden Zahlen durch $\frac{60}{y}$ multipliciren, wodurch man erhält

Halbmesser der ersten Linse .	$r = 18.22136$	Zolle,
	$\rho = 18.22136$	»
Halbmesser der zweiten Linse .	$r' = 18.41595$	»
	$\rho' = 85.21952$	»
Durchmesser des Objectivs . .	$x = 6.34653$	»
Brennweite des Objectivs . .	$y = 60.00000$	»

Wenn man, diese Einrichtung des Fernrohres zu prüfen, mit den zuerst gefundenen Werthen von r, ρ,

r' und ρ' die vier Gleichungen der S. 137 berechnet, so findet man für die mittleren Randstrahlen B' oder $y = 3.4904102$. Die letzte Gleichung der Seite 150 aber gibt, wenn man in ihr $n = 1.53$ und $n' = 1.63$ setzt, für die mittleren Centralstrahlen $y = 3.490462$, also ist die Abweichung wegen der Gestalt gut gehoben. Setzt man in derselben letzten Gleichung $n = 1.5336$ und $n' = 1.6360$, so findet man für die violetten Centralstrahlen $y = 3.490466$, also ist auch die Farbenzerstreuung gut gehoben.

Zur Übung für die auch mit so einfachen Rechnungen noch weniger bekannten Künstler mögen folgende Beispiele dienen, die zur Construction der nun folgenden Tafeln mit aller Schärfe berechnet wurden.

n	n'	ϖ	Zwei erste Halb-mess. $r = \rho$	Dritter Halbmesser r'	Vierter Halbmesser ρ'	Brennweite y	Öffnung x
1.50	1.60	0.55	1.00	1.00862	8.96079	2.94262	0.3481
1.53	1.60	0.60	1.06	1.05468	5.34828	3.11960	0.3504
1.53	1.63	0.65	1.06	1.07150	3.37315	4.40713	0.3504
1.53	1.60	0.70	1.06	1.05504	2.65612	4.82999	0.3504
1.53	1.63	0.70	1.06	1.07140	2.55778	5.97693	0.3504
1.50	1.60	0.70	1.00	1.010636	2.413057	6.27614	0.3481

Dieses Verzeichniſs zeigt zugleich, daſs durch alle Werthe von n, n' und ϖ, welche man bei unsern gewöhnlichen Glasarten noch findet, die Krümmungen der zweiten und dritten brechenden Flächen immer nur sehr wenig von einander verschieden sind, daſs also diese beiden Flächen beinahe in *allen* ihren Puncten der unmittelbaren Berührung sehr nahe gebracht werden können, worin ein anderer für die Ausübung sehr willkommener Vortheil der oben gegebenen Methode besteht.

Erste Tafel.

ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$	ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$
0.500	1.00273	1.331	0.623	0.535	1.00716	1.402	0.597
01	1.00286	1.334	0.622	36	1.00727	1.403	0.596
02	1.00300	1.337	0.621	37	1.00737	1.404	0.596
03	1.00313	1.340	0.620	38	1.00748	1.406	0.595
04	1.00327	1.344	0.620	39	1.00758	1.407	0.594
0.505	1.00340	1.346	0.619	0.540	1.00768	1.408	0.594
06	1.00354	1.349	0.618	41	1.00778	1.409	0.593
07	1.00367	1.352	0.617	42	1.00788	1.410	0.592
08	1.00381	1.355	0.616	43	1.00798	1.411	0.591
09	1.00394	1.357	0.616	44	1.00808	1.413	0.591
0.510	1.00408	1.360	0.615	0.545	1.00817	1.414	0.590
11	1.00421	1.362	0.614	46	1.00826	1.415	0.589
12	1.00434	1.365	0.613	47	1.00837	1.416	0.589
13	1.00447	1.367	0.612	48	1.00844	1.417	0.588
14	1.00461	1.369	0.612	49	1.00852	1.418	0.587
0.515	1.00474	1.371	0.611	0.550	1.00861	1.419	0.587
16	1.00487	1.374	0.610	51	1.00870	1.420	0.585
17	1.00499	1.375	0.610	52	1.00878	1.421	0.584
18	1.00512	1.377	0.609	53	1.00886	1.421	0.583
19	1.00525	1.379	0.608	54	1.00894	1.422	0.582
0.520	1.00538	1.381	0.608	0.555	1.00901	1.423	0.581
21	1.00550	1.382	0.607	56	1.00909	1.424	0.581
22	1.00563	1.384	0.606	57	1.00916	1.425	0.580
23	1.00575	1.385	0.605	58	1.00923	1.426	0.580
24	1.00588	1.387	0.604	59	1.00930	1.427	0.579
0.525	1.00600	1.389	0.603	0.560	1.00937	1.428	0.579
26	1.00612	1.391	0.603	61	1.00943	1.429	0.578
27	1.00624	1.392	0.602	62	1.00950	1.430	0.577
28	1.00636	1.393	0.602	63	1.00956	1.431	0.576
29	1.00647	1.394	0.601	64	1.00962	1.432	0.576
0.530	1.00659	1.396	0.601	0.565	1.00967	1.432	0.575
31	1.00670	1.397	0.600	66	1.00973	1.433	0.574
32	1.00682	1.399	0.599	67	1.00978	1.434	0.573
33	1.00693	1.400	0.599	68	1.00984	1.435	0.573
34	1.00705	1.401	0.598	69	1.00989	1.436	0.572

ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$	ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$
0.570	1.00994	1.437	0.572	0.605	1.01046	1.478	0.553
71	1.00998	1.438	0.571	6	1.01045	1.480	0.553
72	1.01003	1.439	0.570	7	1.01044	1.482	0.553
73	1.01007	1.440	0.569	8	1.01042	1.483	0.552
74	1.01011	1.441	0.569	9	1.01040	1.484	0.552
0.575	1.01014	1.441	0.568	0.610	1.01038	1.486	0.552
76	1.01018	1.443	0.567	11	1.01036	1.487	0.551
77	1.01021	1.444	0.567	12	1.01034	1.489	0,551
78	1.01025	1.445	0.566	13	1.01031	1.490	0.550
79	1.01028	1.446	0.566	14	1.01029	1.492	0,550
0.580	1.01031	1.448	0.566	0,615	1.01026	1.493	0.550
81	1.01033	1.449	0.565	16	1.01024	1.495	0.550
82	1.01036	1.450	0.564	17	1.01021	1.496	0,549
83	1.01038	1.451	0.563	18	1.01018	1.498	0,549
84	1.01041	1.452	0.563	19	1.01015	1.499	0,549
0.585	1.01042	1.453	0.562	0.620	1.01013	1.501	0,549
86	1.01044	1.454	0.561	21	1.01010	1.502	0.549
87	1.01045	1.455	0.561	22	1.01007	1.503	0.549
88	1.01047	1.456	0.561	23	1.01003	1.504	0,549
89	1.01048	1.457	0.560	24	1.01000	1.506	0,548
0.590	1.01050	1.459	0.560	0,625	1.00997	1.508	0.548
91	1.01050	1.460	0.560	26	1.00994	1.509	0,548
92	1.01051	1.462	0.559	27	1.00990	1.510	0.548
93	1.01051	1.463	0.559	28	1.00987	1.512	0.547
94	1.01052	1.464	0.558	29	1.00983	1.514	0.547
0.595	1.01052	1.465	0.557	0,630	1.00980	1.515	0.547
96	1.01053	1.466	0.557	31	1.00977	1.516	0,547
97	1.01053	1.467	0.556	32	1.00974	1,517	0.547
98	1.01052	1.469	0.556	33	1.00970	1.518	0.546
0.599	1.01052	1.470	0.555	34	1.00966	1.520	0.546
0.600	1.01051	1.472	0.555	0.635	1.00962	1.521	0.546
1	1.01050	1.473	0.555	36	1.00959	1.523	0.546
2	1.01050	1.474	0.554	37	1.00955	1.524	0.545
3	1.01049	1.475	0.554	38	1.00952	1.525	0.545
4	1.01047	1.477	0.554	39	1.00948	1.527	0.545

ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$	ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$
0.640	1.00945	1.528	0.545	0.675	1.00892	1.540	0.541
41	1.00941	1.529	0.545	76	1.00894	1.539	0.541
42	1.00938	1.530	0.545	77	1.00896	1.538	0.541
43	1.00934	1.531	0.545	78	1.00899	1.537	0.541
44	1.00931	1.532	0.545	79	1.00902	1.536	0.541
0.645	1.00928	1.533	0.544	0.680	1.00906	1.534	0.541
46	1.00925	1.534	0.544	81	1.00910	1.532	0.541
47	1.00922	1.535	0.544	82	1.00914	1.531	0.541
48	1.00919	1.536	0.543	83	1.00919	1.529	0.542
49	1.00916	1.537	0.543	84	1.00924	1.527	0.542
0.650	1.00912	1.538	0.543	0.685	1.00929	1.525	0.542
51	1.00909	1.539	0.543	86	1.00935	1.523	0.542
52	1.00906	1.540	0.543	87	1.00941	1.521	0.543
53	1.00904	1.540	0.543	88	1.00947	1.519	0.543
54	1.00902	1.541	0.543	89	1.00954	1.516	0.543
0.655	1.00899	1.541	0.542	0.690	1.00962	1.513	0.543
56	1.00897	1.542	0.542	91	1.00970	1.510	0.543
57	1.00895	1.542	0.542	92	1.00978	1.507	0.543
58	1.00893	1.543	0.541	93	1.00987	1.503	0.544
59	1.00892	1.544	0.541	94	1.00997	1.500	0.544
0.660	1.00890	1.544	0.541	0.695	1.01007	1.497	0.544
61	1.00888	1.544	0.541	96	1.01017	1.494	0.544
62	1.00887	1.544	0.541	97	1.01028	1.490	0.545
63	1.00886	1.545	0.541	98	1.01039	1.487	0.545
64	1.00885	1.545	0.541	0.699	1.01051	1.484	0.545
0.665	1.00885	1.545	0.541	0.700	1.01063	1.480	0.545
66	1.00884	1.544	0.540				
67	1.00884	1.544	0.540				
68	1.00884	1.544	0.540				
69	1.00885	1.544	0.540				
0.670	1.00885	1.544	0.540				
71	1.00886	1.543	0.540				
72	1.00887	1.542	0.540				
73	1.00888	1.542	0.541				
74	1.00890	1.541	0.541				

Zweite Tafel.

n	$r = \rho$	M	N	x
1.500	1.000	2.005555	1.001667	0.3481
1.501	1.002	2.001548	1.001666	0.3489
1.502	1.004	1.997555	1.001664	0.3497
1.503	1.006	1.993578	1.001663	0.3504
1.504	1.008	1.989618	1.001662	0.3511
1.505	1.010	1.985673	1.001661	0.3518
1.506	1.012	1.981744	1.001660	0.3525
1.507	1.014	1.977830	1.001659	0.3532
1.508	1.016	1.973932	1.001658	0.3539
1.509	1.018	1.970048	1.001657	0.3546
1.510	1.020	1.966180	1.001656	0.3553
1.511	1.022	1.962328	1.001655	0.3560
1.512	1.024	1.958490	1.001653	0.3567
1.513	1.026	1.954667	1.001652	0.3574
1.514	1.028	1.950860	1.001651	0.3581
1.515	1.030	1.947067	1.001650	0.3587
1.516	1.032	1.943283	1.001649	0.3594
1.517	1.034	1.939515	1.001648	0.3601
1.518	1.036	1.935776	1.001647	0.3608
1.519	1.038	1.932041	1.001646	0.3615
1.520	1.040	1.928321	1.001645	0.3622
1.521	1.042	1.924615	1.001644	0.3630
1.522	1.044	1.920923	1.001643	0.3637
1.523	1.046	1.917245	1.001641	0.3644
1.524	1.048	1.913582	1.001640	0.3650
1.525	1.050	1.909932	1.001639	0.3657
1.526	1.052	1.906296	1.001638	0.3664
1.527	1.054	1.902674	1.001637	0.3671
1.528	1.056	1.899066	1.001636	0.3678
1.529	1.058	1.895471	1.001635	0.3685
1.530	1.060	1.891891	1.001634	0.3692
1.531	1.062	1.888323	1.001633	0.3699
1.532	1.064	1.884770	1.001632	0.3706
1.533	1.066	1.881229	1.001631	0.3714
1.534	1.068	1.877700	1.001630	0.3721
1.535	1.070	1.874186	1.001628	0.3728
1.536	1.072	1.870685	1.001627	0.3735
1.537	1.074	1.867197	1.001626	0.3742
1.538	1.076	1.863722	1.001625	0.3749
1.539	1.078	1.860260	1.001624	0.3756
1.540	1.080	1.856810	1.001623	0.3763

VI.

Zweiter Beitrag zur Summirung der Reihen;

von

Karl Lamla.

Ein gewöhnliches Mittel, Reihen, die nach Potenzen was immer für veränderlicher Gröfsen geordnet sind, zu summiren, besteht in der Auffindung einer Abhängigkeit zwischen den Differenzialquotienten ihrer Summen, welche Quotienten sich auf die in ihr vorkommenden Veränderlichen beziehen, und endlich in der Integration einer Differenzialgleichung, welche jene Abhängigkeit ausspricht.

Die Natur der zu summirenden Reihen läfst über die durch Integration hinzugekommenen Constanten keinen Zweifel.

Wir wollen nun das eben erwähnte Mittel auf die Summirung der Reihe

1) $y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \ldots + A_r x^r +$ etc.,

in welcher

$$A_0 = \frac{U_0}{V_0},\ A_1 = \frac{U_1}{V_1}, \ldots \text{ und } A_r = \frac{U_r}{V_r} \text{ ist,}$$

und $U_0, U_1, U_2, \ldots U_r$, so wie auch

$$V_0, V_1, V_2, \ldots V_r$$

arithmetische Progressionen, erstere vom m^{ten}, letztere vom n^{ten} Range bilden, anwenden.

Es handelt sich nun vor allem Andern, eine Relation zwischen y und den Differenzialquotienten

$$\frac{dy}{dx},\ \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots$$

zu erforschen, wozu folgende Betrachtungen führen.

Da nach der Voraussetzung $A_r = \frac{U_r}{V_r}$, so hat man auch

2) $$U_r = A_r V_r.$$

Der Lehre der Differenzen zu Folge (man sehe *Ettingshausen's* Vorlesungen über die höhere Mathematik, I. Bd., Seite 255) ist

3) $$V_r = V_0 + r\Delta V_0 + \binom{r}{2}\Delta^2 V_0 + \ldots + \binom{r}{n}\Delta^n V_0,$$

wo das Symbol $\binom{r}{n}$ statt $\frac{r(r-1)\ldots(r-n+1)}{1\,.\,2\,\ldots\ldots\,n}$ steht, und die übrigen Symbole ähnliche Producte bedeuten.

Daſs der Ausdruck rechter Hand des Gleichheitszeichens mit $\Delta^n V_0$ abbrechen muſs, ist einleuchtend. Denn der Voraussetzung zu Folge ist:

$$\Delta^{n+1} V_0 = \Delta^{n+2} V_0 = \Delta^{n+3} V_0 = \ldots = 0.$$

Aus 2), mit Rücksicht auf 3), ergibt sich

$$U_r = V_0 A_r + \Delta V_0 \,.\, r A_r + \Delta^2 V_0 \,.\, \binom{r}{2} A_r + \ldots$$
$$\ldots + \Delta^n V_0 \,.\, \binom{r}{n} A_r,$$

und wenn man auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens mit x_r multiplicirt, auch

$$U_r x^r = V_0 A_r x^r + \Delta V_0 \,.\, r A_r x^r + \Delta^2 V_0 \binom{r}{2} A_r x^r + \ldots$$
$$\ldots + \Delta^n V_0 \,.\, \binom{r}{n} A_r x^r;$$

welche Gleichung, wie leicht zu sehen, für jeden ganzen positiven Werth von r, Null mit eingeschlossen, Statt finden muſs.

Gibt man demnach in der letzten Gleichung der Gröſse r nach und nach die Werthe 0, 1, 2, etc. bis ins Unendliche, und addirt man die auf diese Weise hervorgehenden Gleichungen, indem man sich Kürze halber der allgemein üblichen Summenzeichen bedient,

Erste Tafel.

ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$	ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$
0.500	1.00273	1.331	0.623	0.535	1.00716	1.402	0.597
01	1.00286	1.334	0.622	36	1.00727	1.403	0.596
02	1.00300	1.337	0.621	37	1.00737	1.404	0.596
03	1.00313	1.340	0.620	38	1.00748	1.406	0.595
04	1.00327	1.344	0.620	39	1.00758	1.407	0.594
0.505	1.00340	1.346	0.619	0.540	1.00768	1.408	0.594
06	1.00354	1.349	0.618	41	1.00778	1.409	0.593
07	1.00367	1.352	0.617	42	1.00788	1.410	0.592
08	1.00381	1.355	0.616	43	1.00798	1.411	0.591
09	1.00394	1.357	0.616	44	1.00808	1.413	0.591
0.510	1.00408	1.360	0.615	0.545	1.00817	1.414	0.590
11	1.00421	1.362	0.614	46	1.00826	1.415	0.589
12	1.00434	1.365	0.613	47	1.00837	1.416	0.589
13	1.00447	1.367	0.612	48	1.00844	1.417	0.588
14	1.00461	1.369	0.612	49	1.00852	1.418	0.587
0.515	1.00474	1.371	0.611	0.550	1.00861	1.419	0.587
16	1.00487	1.374	0.610	51	1.00870	1.420	0.585
17	1.00499	1.375	0.610	52	1.00878	1.421	0.584
18	1.00512	1.377	0.609	53	1.00886	1.421	0.583
19	1.00525	1.379	0.608	54	1.00894	1.422	0.582
0.520	1.00538	1.381	0.608	0.555	1.00901	1.423	0.581
21	1.00550	1.382	0.607	56	1.00909	1.424	0.581
22	1.00563	1.384	0.606	57	1.00916	1.425	0.580
23	1.00575	1.385	0.605	58	1.00923	1.426	0.580
24	1.00588	1.387	0.604	59	1.00930	1.427	0.579
0.525	1.00600	1.389	0.603	0.560	1.00937	1.428	0.579
26	1.00612	1.391	0.603	61	1.00943	1.429	0.578
27	1.00624	1.392	0.602	62	1.00950	1.430	0.577
28	1.00636	1.393	0.602	63	1.00956	1.431	0.576
29	1.00647	1.394	0.601	64	1.00962	1.432	0.576
0.530	1.00659	1.396	0.601	0.565	1.00967	1.432	0.575
31	1.00670	1.397	0.600	66	1.00973	1.433	0.574
32	1.00682	1.399	0.599	67	1.00978	1.434	0.573
33	1.00693	1.400	0.599	68	1.00984	1.435	0.573
34	1.00705	1.401	0.598	69	1.00989	1.436	0.572

ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$	ϖ	(r')	$\left(\frac{dr'}{dn}\right)$	$\left(\frac{dr'}{dn'}\right)$
0.570	1.00994	1.437	0.572	0.605	1.01046	1.478	0.553
71	1.00998	1.438	0.571	6	1.01045	1.480	0.553
72	1.01003	1.439	0.570	7	1.01044	1.482	0.553
73	1.01007	1.440	0.569	8	1.01042	1.483	0.552
74	1.01011	1.441	0.569	9	1.01040	1.484	0.552
0.575	1.01014	1.441	0.568	0.610	1.01038	1.486	0.552
76	1.01018	1.443	0.567	11	1.01036	1.487	0.551
77	1.01021	1.444	0.567	12	1.01034	1.489	0.551
78	1.01025	1.445	0.566	13	1.01031	1.490	0.550
79	1.01028	1.446	0.566	14	1.01029	1.492	0,550
0.580	1.01031	1.448	0.566	0,615	1.01026	1.493	0.550
81	1.01033	1.449	0.565	16	1.01024	1.495	0.550
82	1.01036	1.450	0.564	17	1.01021	1.496	0.549
83	1.01038	1.451	0.563	18	1.01018	1.498	0,549
84	1.01041	1.452	0.563	19	1.01015	1.499	0,549
0.585	1.01042	1.453	0.562	0.620	1.01013	1.501	0,549
86	1.01044	1.454	0.561	21	1.01010	1.502	0.549
87	1.01045	1.455	0.561	22	1.01007	1.503	0.549
88	1.01047	1.456	0.561	23	1.01003	1.504	0,549
89	1.01048	1.457	0.560	24	1.01000	1.506	0,548
0.590	1.01050	1.459	0.560	0,625	1.00997	1.508	0.548
91	1.01050	1.460	0.560	26	1.00994	1.509	0,548
92	1.01051	1.462	0.559	27	1.00990	1.510	0.548
93	1.01051	1.463	0.559	28	1.00987	1.512	0.547
94	1.01052	1.464	0.558	29	1.00983	1.514	0.547
0.595	1.01052	1.465	0.557	0,630	1.00980	1.515	0.547
96	1.01053	1.466	0.557	31	1.00977	1.516	0,547
97	1.01053	1.467	0.556	32	1.00974	1,517	0.547
98	1.01052	1.469	0.556	33	1.00970	1.518	0.546
0.599	1.01052	1.470	0.555	34	1.00966	1.520	0.546
0.600	1.01051	1.472	0.555	0.635	1.00962	1.521	0.546
1	1.01050	1.473	0.555	36	1.00959	1.523	0.546
2	1.01050	1.474	0.554	37	1.00955	1.524	0.545
3	1.01049	1.475	0.554	38	1.00952	1.525	0.545
4	1.01047	1.477	0.554	39	1.00948	1.527	0.545

$$\binom{k+p}{p} = (-1)^p \cdot \binom{t}{p},$$

so dafs die in den Klammern sich befindende Reihe in folgende übergeht:

$$1 - \binom{t}{1} x + \binom{t}{2} x^2 - \ldots + (-1)^p \binom{t}{p} x^p + \text{etc.},$$

welche, wie deutlich zu sehen, die Entwickelung von $(1-x)^t$ ist, so dafs man nun auch

$$(1-x)^{-(k+1)} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{(1-x)^{k+1}}$$

für die in den Klammern sich befindliche Reihe setzen kann. Man hat demnach

10) $$\Sigma \binom{r}{k} x^r = \frac{x^k}{(1-x)^{k+1}}.$$

Setzt man nun hier für k nach und nach 0, 1, 2, . . . so erhält man:

$$\Sigma x^r = \frac{1}{1-x}, \; \Sigma \binom{r}{1} x^r = \frac{x}{(1-x)^2}, \; \Sigma \binom{r}{2} x^r = \frac{x^2}{(1-x)^3}, \ldots$$

$$\Sigma \binom{r}{m} x^r = \frac{x^m}{(1-x)^{m+1}}.$$

Führt man nun diese gefundenen Summen in 8) ein, so ist

11) $$\Sigma U_r x^r = \frac{U_0}{1-x} + \frac{\Delta U_0 \cdot x}{(1-x)^2} + \ldots + \frac{\Delta^m U_0 \cdot x^m}{(1-x)^{m+1}}.$$

Man hat demnach, die Gleichung in 7) berücksichtigend:

12) $$V_0 y + \Delta V_0 \cdot x \frac{dy}{dx} + \Delta^2 V_0 \cdot \frac{x^2}{1 \cdot 2} \frac{d^2 y}{dx^2} + \ldots$$

$$\ldots + \Delta^n V_0 \cdot \frac{x^n}{1 \cdot 2 \ldots n} \cdot \frac{d^n y}{dx^n} =$$

$$= \frac{U_0}{1-x} + \frac{\Delta U_0 \cdot x}{(1-x)^2} + \frac{\Delta^2 U_0 \cdot x^2}{(1-x)^3} + \ldots + \frac{\Delta^m U_0 \cdot x^m}{(1-x)^{m+1}},$$

welches die gesuchte Differenzialgleichung ist, die man nur noch zu integriren hat, um y als die in der Frage stehende Function von x zu erhalten, nachdem man

nämlich die bei der Integration eingehenden Constanten gehörig bestimmt hat.

Da die Differenzialgleichung in 12) von linearer Form und n^{ter} Ordnung ist, so kann sie nach der von *Lagrange* gegebenen Methode integrirt werden (*Ettingshausen's* Vorlesungen, I. Bd., S. 391), wenn man n particuläre Auflösungen von der Differenzialgleichung

$$13) \quad V_0 y + \Delta V_0 \cdot x \frac{dy}{dx} + \Delta^2 V_0 \cdot \frac{x^2}{1 \cdot 2} \frac{d^2 y}{dx^2} + \ldots$$
$$\ldots + \Delta^n V_0 \cdot \frac{x^n}{1 \cdot 2 \ldots n} \cdot \frac{d^n y}{dx^n} = 0$$

kennt.

Um solche particuläre Auflösungen zu erhalten, setze man in dem Ausdrucke linker Hand des Gleichheitszeichens x^k statt y, wo k irgend eine Constante bedeutet, so geht derselbe, nachdem man das allen Gliedern gemeinschaftliche x^k als Factor heraussetzt, in

$$\left(V_0 + k \Delta V_0 + \frac{k(k-1)}{1 \cdot 2} \Delta^2 V_0 + \ldots + \frac{k(k-1)\ldots(k-n+1)^n}{1 \cdot 2 \ldots n} V_0\right) x^k;$$

oder, wie früher, die Symbole gebrauchend, in

$$\left[V_0 + \binom{k}{1} \Delta V_0 + \binom{k}{2} \Delta^2 V_0 + \ldots + \binom{k}{n} \Delta^n V_0\right] x^k;$$

oder endlich, da der in den Klammern stehende Ausdruck nichts anderes als V_k ist, in

$$V_k x^k \quad \text{über.}$$

Sollte nun x^k eine Auflösung der Gleichung 13) seyn, so müfste $V_k x^k$ gleich Null werden; welches dadurch erreicht wird, dafs man k so wählt, dafs $V_k = 0$ wird.

Nun kann aber V_k im Allgemeinen durch Substitution n verschiedener Werthe von k gleich Null werden, indem V_k, als allgemeines Glied einer arithmetischen Reihe vom n^{ten} Range, eine ganze rationale Function n^{ter} Ordnung von k ist.

Es werden daher, wenn $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \ldots \nu_n$ diese n nullmachenden Werthe von V_k sind, auch x^{ν_1}, x^{ν_2}, $x^{\nu_3}, \ldots x^{\nu_n}$, n particuläre Auflösungen der Gleichung 13) seyn.

Mithin ist nach der schon oben angezeigten Methode von *Lagrange*

$$y = C_1 x^{\nu_1} + C_2 x^{\nu_2} + C_3 x^{\nu_3} + \ldots C_n x^{\nu_n}$$

das vollständige Integral von 12), wo aber

$$C_2,\ C_2,\ \ldots\ C_n$$

Functionen von x sind, die noch aus den n Gleichungen

$$(1)\quad x^{\nu_1}\frac{dC_1}{dx} + x^{\nu_2}\frac{dC_2}{dx} + \ldots + x^{\nu_n}\frac{dC_n}{dx} = 0,$$

$$(2)\quad \nu_1 x^{\nu_1 - 1}.\frac{dC_1}{dx} + \nu_2 x^{\nu_2 - 1}.\frac{dC_2}{dx} + \ldots$$
$$\ldots + \nu_n x^{\nu_n - 1}.\frac{dC_n}{dx} = 0,$$

$$(3)\quad \nu_1(\nu_1 - 1)x^{\nu_1 - 2}.\frac{dC_1}{dx} + \nu_2(\nu_2 - 1)x^{\nu_2 - 2}.\frac{dC_2}{dx} + \ldots$$
$$\ldots + \nu_n(\nu_n - 1)x^{\nu_n - 2}.\frac{dC_n}{dx} = 0,$$

. . . .

$$(n-1)\quad \nu_1(\nu_1 - 1)\ldots(\nu_1 - (n-3))\,x^{\nu_1 - (n-2)}.\frac{dC_1}{dx} + \ldots$$
$$\ldots + \nu_n(\nu_n - 1)\ldots(\nu_n - (n-3))\,x^{\nu_n - (n-2)}.\frac{dC_n}{dx} = 0,$$

$$(n)\left\{\begin{aligned} &\frac{x^n}{1.2\ldots n}.\Delta^n V_0\Big[\nu_1(\nu_1 - 1)\ldots(\nu_1 - (n-2))\,x^{\nu_1 - (n-1)}.\frac{dC_1}{dx} + \ldots \\ &\qquad \ldots + \nu_n\ldots(\nu_n - (n-2))\,x^{\nu_n - (n-1)}.\frac{dC_n}{dx}\Big] = \\ &\qquad = \frac{U_0}{1-x} + \frac{\Delta U_0 . x}{(1-x)^2} + \ldots + \frac{\Delta^m U_0 . x^m}{(1-x)^{m+1}} \end{aligned}\right.$$

bestimmt werden müssen.

Dieses wird nicht schwierig seyn, denn man findet aus diesen n Gleichungen die Differenzialquotienten

$$\frac{dC_1}{dx}, \frac{dC_2}{dx}, \frac{dC_3}{dx}, \ldots \frac{dC_n}{dx}$$

als bloſse Functionen von x, welche wir beziehlich durch

$$f_1(x),\ f_2(x),\ f_3(x),\ \ldots f_n(x)$$

bezeichnen wollen, so daſs

$$\frac{dC_1}{dx} = f_1(x),\ \frac{dC_2}{dx} = f_2(x),\ \frac{dC_3}{dx} = f_3(x),\ \ldots$$

$$\text{und } \frac{dC_n}{dx} = f_n(x),$$

und wenn man die Integrale

$$\int f_1(x)\,.\,dx,\ \int f_2(x)\,.\,dx,\ \int f_3(x)\,.\,dx,\ \ldots \int f_n(x)\,.\,dx$$

respective durch

$$F_1(x),\ F_2(x),\ F_3(x),\ \ldots F_n(x)$$

bezeichnet, auch

$$C_1 = F_1(x) + a_1,\ C_2 = F_2(x) + a_2,\ C_3 = F_3(x) + a_3,$$

$$\text{und endlich } C_n = F_n(x) + a_n \text{ ist,}$$

indem $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$ die durch Integration hinzugekommenen Constanten bedeuten.

Es wird demnach das vollständige Integral folgendes seyn;

$$y = F_1(x)\,.\,x^{\nu_1} + F_2(x)\,.\,x^{\nu_2} + \ldots + F_n(x)\,.\,x^{\nu_n}$$
$$+ a_1\,.\,x^{\nu_1} + a_2\,.\,x^{\nu_2} + \ldots + a^n\,.\,x^{\nu_n}$$

wo noch die Constanten

$$a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$$

der Natur der Reihe 1) gemäſs bestimmt werden müssen.

VII.
Neue physikalische Instrumente.

1. Ein einfacher Apparat zum Auffangen der Gase, welche man bei Zersetzungen durch den electrischen Strom erhält. Von *A. Robertson jun.*

Diesen Apparat stellt die 18te Figur vor. Er besteht aus einer Glasröhre *ABC*, die an dem Ende *A* geschlossen, am anderen hingegen offen ist, und an zwei Stellen *D* und *E* eine Biegung hat. In *H* und *G* sind die Platindrähte, welche den electrischen Strom zuführen, luftdicht angebracht. Der zweite Theil dieses Apparates ist ein Gefäſs *F*, durch dessen Hals die Röhre *ABC* gesteckt wird.

Will man diesen Apparat zum genannten Gebrauche anwenden, so hält man die Glasröhre so, daſs der Arm *A* nahe vertical steht, und das geschlossene Ende nach unten gekehrt ist, und füllt sie mit der Flüssigkeit, welche durch den electrischen Strom zersetzt werden soll, völlig an, schlieſst dann das offene Ende mit einem Blättchen Papier, und taucht es schnell in das Gefäſs, welches vorläufig schon zur Hälfte mit derselben Flüssigkeit gefüllt seyn muſs. Leitet man nun durch *H* und *G* den electrischen Strom, so sammeln sich die Luftblasen, welche sich an einem Pole entwickeln, im Arme *A*, die am anderen Pole entwickelten im Arme *C*, und häufen sich daselbst an. Durch Graduiren der Röhre kann man auch gleich von der Gröſse des Volumens der Gase überzeugt werden. Will man beide Gase mit einander vermengen, so darf man nur die Röhre, ohne sie vom Gefäſse *F* zu trennen, gehörig neigen.

Dieser Apparat ist ungemein einfach, und kann mittelst eines Löthrohres leicht aus einer Glasröhre beinahe von Jedermann verfertiget werden; auch lassen sich die Enden der beiden Drähte einander sehr nahe stellen, und dadurch die chemische Wirkung des electrischen Stromes ungemein steigern; man braucht nicht viel Flüssigkeit, und kann sie recht bequem einfüllen. (*Phil. journ. N. 5. p.* 44.)

2. Neues Sicherheitsrohr für chemische Apparate. Von *J. King*.

Die gewöhnlichen Sicherheitsröhre, die man am *Woolf*'schen Apparate anzubringen pflegt, lassen sich schwer luftdicht an die Flaschen anbringen, und müssen nothwendig eingekittet werden; ist der innere Druck bedeutend, so wird auch die Länge, welche sie nothwendig haben müssen, unbequem. Bringt man sie in der ersten Flasche an, die den zu condensirenden Theil des chemischen Productes aufnehmen soll, so muſs man zum Sperren der Röhre etwas Flüssigkeit in die Flasche bringen, die nun leicht das Gas absorbirt, aber leicht durch fremdartige Beimischungen aus der Retorte verunreiniget wird. *Welther*'s Sicherheitsröhre begegnet diesem Übelstande, doch ist sie von delicater Construction, und muſs bei einem starken Druck des Gases eine bedeutende Länge haben.

Auch *Murray's* Vorschlag, an jedem Arme der communicirenden Röhre eine Kugel anzubringen, hat seine Mängel, weil man mehrere Flaschen anwenden muſs, um eine mäſsige Menge von Flüssigkeit mit dem Gase in Berührung zu bringen, und dadurch die zu verkittenden Stellen vermehrt werden, welches stets nachtheilig ist.

Diesem Gebrechen glaubt *King* durch ein neues Sicherheitsrohr abzuhelfen, das in Fig. 19 abgebildet ist.

Es besteht aus einer Glasröhre, die wie ein Heber gekrümmt, und mit einem Schenkel in die Flasche *I* befestiget ist. In *B* hat es eine conische Öffnung, die mit einem Kegelventil *C* verschlossen ist, das durch aufgelegte Gewichte mehr oder weniger beschwert wird, um so dem jedesmahligen Drucke des Gases angepafst werden zu können. Im kürzeren Schenkel der Röhre befinden sich zwei andere Glasröhren, *F* und *G*, die sich luftdicht an die Wand der ersteren anlegen, und an den einander zugewendeten, aber etwas von einander abstehenden Wänden eben geschlossen sind, damit die dazwischen befindliche Scheibe *H* an einer oder der anderen luftdicht anliege, und eine Klappe formire. Von diesem Instrumente rühmt *King*, dafs es bei jedem Drucke der Gase angewendet werden kann, ohne an seiner Länge eine Änderung vornehmen zu dürfen; es braucht die erste Flasche keine Flüssigkeit zu enthalten, während die übrigen fast ganz damit angefüllt seyn können; es kann luftdicht ohne Kitt befestiget werden, ist leicht eingerichtet, gestattet dem Gase, das durch seinen Druck gefährlich werden könnte, den Ausgang, und läfst die äufsere Luft im Nothfalle zu, um ein etwa entstandenes Vacuum auszufüllen. Leider wird wohl Jeder bald bemerken, dafs ein solches Sicherheitsrohr schwerer zu verfertigen ist, und daher köstspieliger ausfallen mufs, als die gewöhnlichen Apparate zu demselben Zwecke. (*Journal of Science*, *N. XIII. p.* 61.)

3. Stereometer, von *J. Ventrefs.*

Dieses Instrument dient, wie schon sein Name anzeigt, zur Bestimmung des Volumens eines Körpers, insbesondere eines solchen, der in Pulverform vorhanden ist. Dafs man es auch benützen kann, um das spe-

cifische Gewicht einer solchen Masse zu finden, ist für sich klar.

Der Grund, worauf dieses Instrument beruht, wird aus folgender Betrachtung klar: Man denke sich eine gewisse Menge eines gepulverten Körpers in einem Gefäfse, und stürze ein mit Wasser gefülltes Gefäfs darüber, so, dafs das Ganze ein luftdichtes Behältnifs vorstellt. Das Wasser wird herabsinken, die Zwischenräume, welche zwischen den einzelnen Theilchen des Pulvers Statt finden, ausfüllen, indem es die darin enthaltene Luft vertreibt. Diese steigt in die Höhe, und nimmt den obersten Raum im Gefäfse ein. Da ist es nun klar, dafs dieses Luftvolumen, wenn es auf den äufseren Luftdruck gebracht wird, die Zwischenräume im Pulver vorstellt, und dafs man aus der Differenz zwischen dem Volumen des Gefäfses und dem der Luft auf das des Pulvers schliefsen kann.

Das Instrument selbst ist in Fig. 20 abgebildet. Es besteht aus zwei Gefäfsen *A* und *B*, wovon das erstere zur Aufnahme des Pulvers bestimmt ist, das letztere hingegen die Flüssigkeit enthält, und das oben erwähnte umgestürzte Gefäfs vorstellt. *A* schliefst luftdicht an *B*; dieses hat einen Hahn in der Nähe von *A*.

Vor dem Versuche wird *B* mit Wasser gefüllt, an *A* angeschraubt, und der Hahn gesperrt; hierauf umgewendet, die Communication zwischen beiden durch den Sperrhahn wieder hergestellt, damit das Wasser die Luft aus den Zwischenräumen des Pulvers vertreibe, und letztere in *B* in die Höhe steige. Um zu sehen, wie viel Wasser in die Zwischenräume eindringt, mithin oben in der Röhre *B* fehlt, dient die Graduirung derselben, woraus man $^1/_{100}$ eines Kubikzolles erkennt. Bei dem Instrumente, welches *King* verfertigen liefs, fafst die Röhre, vom Hahn angefangen sammt der oben an-

21 *

gebrachten Kugel 2,33 Kubikzolle, die Röhre allein faſst 1,40 K. Z., und ist 16 Z. lang.

Es ist zweckmäſsig, stets frisch gekochtes Wasser anzuwenden, das nur wenig Luft enthält. Wie man aus dem bekannten Volumen der Zwischenräume und des mit Pulver gefüllten Gefäſses das specifische Gewicht des letzteren berechnet, ist für sich klar. (*Journ. of Science, N. XIII. p.* 143.)

4. *Wheatstone's* Kaleidophon.

Es ist bekannt, daſs die Theilchen schallender Körper gewisse regelmäſsige Bahnen beschreiben, die verschieden ausfallen, je nachdem der Körper den Grundton oder einen jener Töne hören läſst, welche durch Abtheilungen in schwingende Parthien entstehen. Wird die Bahn eines solchen Theilchens, oder noch besser die mehrerer symmetrisch liegender Theile dadurch sichtbar gemacht, daſs man sie fein polirt, dadurch zur Reflexion eines groſsen Theiles des auffallenden Lichtes geeignet macht, und zugleich stark beleuchtet, so erhält man eben so eine Menge sichtbarer symmetrischer Figuren, wie dieses in *Brewster's* Kaleidoskop der Fall ist. Es kann daher füglich ein Apparat, mittelst welchem Obiges geleistet wird, *Kaleidophon* heiſsen. Einen solchen hat *Wheatstone* angegeben. Er besteht aus vier, etwa einen Fuſs langen, Stahlstäben, die auf einem horizontal liegenden Brete mit einem Ende in verticaler Richtung befestiget sind, das zugleich dem Ganzen als Basis dient. Der erste Stab ist cylindrisch, etwa $^1/_{10}$ Zoll dick, und trägt an seinem Ende eine Perle aus inwendig versilbertem Glase; der zweite unterscheidet sich vom ersten nur dadurch, daſs er am oberen Ende eine Platte trägt, die sich mittelst einer Charnier in alle Richtungen bringen läſst, die zwischen der horizontalen

und verticalen liegen, und darauf mehrere symmetrisch angeordnete Perlen derselben Art hat. Der dritte Stab stellt ein vierseitiges Prisma vor; der vierte ist etwa in der Mitte gebogen, so, dafs ein Theil vertical, der andere horizontal steht. Werden diese Stäbe mittelst eines mit Leder überzogenen Hammers angeschlagen, so gerathen sie in Schwingungen, und die glänzenden Perlen an ihren Enden beschreiben sichtbare Figuren von symmetrischer Anordnung. (*Quarterly Journ. of Scien. New. Series. Nro. II. p.* 344.)

VIII.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Magnetismus.

1. Über die Veränderungen in der mittleren Dauer der horizontalen Schwingungen einer Magnetnadel. Von *A. T. Kupffer* in Kasan.

Kupffer hat seit dem Jahre 1825 täglich zwei Mal sorgfältig die Dauer der Schwingungen einer horizontal oscillirenden Magnetnadel von 0,5 Meter Länge an einem von *Gambey* in Paris verfertigten Instrumente, wie es *Biot* in seiner Physik, Tom. II. pag. 110, beschreibt, beobachtet, und zwar um 8 Uhr früh, und um 6 Uhr Abends. Die Temperatur der Nadel gab ein innerhalb des Gehäuses des Instrumentes befindliches Thermometer an. Vor jeder Beobachtung wurde das Fadenkreuz des Mikroskopes am Instrumente so gestellt, dafs es dem Zeichen an der Magnetnadel entsprach, und hierauf dieselbe durch ein angenähertes Stück weiches Eisen aus

der Lage ihres Gleichgewichtes gebracht. Um stets denselben Ausschlagwinkel zu erhalten, würden auf der Magnetnadel zehn Linien gezogen, welche mit der als Hauptzeichen dienenden parallel waren, wovon zu jeder Seite derselben fünf befindlich waren, und von einander um 0,5 Millimeter abstanden, so, daſs die äusserste von der mittleren 2,5 Mill. entfernt war, und ihr ein Ausschlagwinkel von etwa 34′ entsprach.

Die Zeit wurde mit einem *Arnold*'schen Chronometer gemessen, das in einer Minute 150 Schläge machte. Nachdem die Beobachtung bei dem genannten Ausschlagwinkel gemacht war, wurde eine Viertelstunde ausgesetzt, und die Arbeit wieder begonnen, sobald die Magnetnadel nur um 7′ vom magnetischen Meridian abwich. Das mittlere Resultat dieser Beobachtungen ist folgendes:

Monat.		Dauer am Morgen.	Temperatur nach R.	Dauer am Abend.	Temperatur nach R.
1825.	October . .	31″,2448	12°,3	31″,2342	12°,6
»	Novemb.	2363	12°,7	2313	13°,4
»	Decemb.	2205	11°,8	2178	12°,2
1826.	Jänner . .	2286	13°,2	2259	14°,6
»	Februar .	2230	15°,3	2312	16°,7
»	März . . .	2282	14°,2	2314	15°,3
»	April . . .	2212	13°,5	2178	14°,4
»	Mai . . .	2365	14°,5	2210	16°,1
»	Juni . . .	2527	16°,9	2406	19°,2
»	Juli . . .	2660	19°,6	2625	21°,3
»	August . .	2645	17°,3	2601	19°,1
»	Septemb.	2594	14°,8	2511	16°,8
»	October .	2571	14°,5	2517	15°,3
»	Novemb.	2464	15°,3	2474	16°,1

Um aus diesen Beobachtungen ein Gesetz zu erkennen, muſs man alle Resultate auf einerlei Temperatur

bringen. *Kupffer* konnte den Einfluſs der Temperaturänderung auf seine Magnetnadel nicht durch directe Versuche bestimmen; er suchte ihn daher dadurch auszumitteln, daſs er annahm, die Dauer der Oscillationen ändere sich von Monat zu Monat gleichförmig. Dadurch fand er die Correction für eine Temperaturänderung von 1° R. gleich 0,0055, eine Zahl, die zwar viel geringer ist, als sich aus seinen früheren Versuchen (*Annales de Chim. etc. Octob.* 1825) erwarten lieſs, aber sich aus der gröſseren Härte der jetzt gebrauchten Magnetnadel, und aus den vielen daran angebrachten, und die Schwingungsdauer vermindernden Kupfertheilen wohl erklären läſst. Bringt man nach dieser Zahl alle Beobachtungen auf die Temperatur von 13° R., so erhält man folgende Resultate:

Monat.		Dauer des Morgens.	Dauer des Abends.	Mittel aus beiden.
1825.	October . .	31″,2487	31″,2364	31″,2426
»	November .	2380	2291	2335
»	December .	2221	2222	2246
1826.	Jänner . .	2275	2171	2224
»	Februar . .	2103	2109	2106
»	März . . .	2216	2188	2202
»	April . . .	2187	2101	2114
»	Mai . . .	2282	2040	2161
»	Juni . . .	2313	2055	2184
»	Juli . . .	2320	21~0	2245
»	August . .	2410	2265	2286
»	September .	2495	2302	2398
»	October . .	2488	2390	2439
»	November .	2337	2303	2320

Diese Beobachtungen zeigen: 1) daſs die mittlere Dauer der Schwingungen einer horizontal oscillirenden Magnetnadel im September oder October, also am Ende

des Sommers, ihr Maximum, und im Februar, mithin im Winter, ihr Minimum erreicht; 2) daſs die täglichen Änderungen dieser Dauer im Sommer gröſser seyen als im Winter; 3) daſs sich diese Dauer von einem Jahre zum andern in Kasan nicht merklich geändert habe.

Kupffer suchte auch durch Beobachtungen darzuthun, ob jene unregelmäſsigen und plötzlich eintretenden Änderungen im Stande der Magnetnadel, die *Arago* in Paris bemerkt hatte, auch in Kasan Statt finden. Hier folgen seine Beobachtungen.

Jahr 1825.

Am 7. October um 9 Uhr früh bewegte sich der Nordpol der Magnetnadel plötzlich um etwa 7′ gegen West, und am Abende desselben Tages sah man zu Leith ein Nordlicht.

Am 13. October um 10 Uhr Abends bewegte sich die Nadel unregelmäſsig gegen Ost; dasselbe Phänomen trat am 25. October um 9 Uhr Abends wieder ein.

Am 27. October bewegte sie sich um etwa 7′ gegen Ost.

Am 3. Nov. um 8 Uhr Abends trat eine unregelmässige Bewegung von etwa 5′ gegen Ost ein. Eine horizontale Schwingung dauerte bei 13°,5 R. 31″,2325; am vorhergehenden Abende, so wie an dem folgenden, betrug diese Dauer bei 13° R. 31″,2323 und 31″,2388. In Paris wich die Nadel um 9′ gegen Ost ab, und um 11 Uhr Abends sah man zu Leith ein Nordlicht.

Am 4. Nov. sah man zu Leith zwar ein Nordlicht, auch bemerkte man zu Paris vor Mittag eine unregelmäſsige Bewegung der Magnetnadel; zu Kasan wurde nichts der Art wahrgenommen.

Am 22. Nov. um 8½ Uhr Abends ging die Nadel um 9′ gegen Ost; die Dauer einer Oscillation betrug 31″,2101

bei 12° 5/8 R., am vorhergehenden Abende aber 31″,2318 bei 13° 1/2. In Paris unregelmäfsige Bewegungen, zu Leith ein Nordlicht.

Am 24. Nov. Abends ging die Nadel plötzlich gegen West, und eine Oscillation dauerte bei 11° 1/2 R. 31″,1820.

Am 11. December um 9 Uhr Abends ging sie gegen Ost um etwa 3′, und eine Oscillation dauerte 31″,2095 bei 11° R.

Am 25. und 26. December um 10 Uhr Abends eine unregelmäfsige Bewegung gegen Ost.

Jahr 1826.

Am 5. Jänner um 10 U. A. bewegte sich die Magnetnadel nahe um 16′ gegen Ost, und man sah zu Königsberg in Preufsen ein Nordlicht.

Am 13. J. um 9 U. M. wich sie etwas gegen Ost ab; eine Schwingung dauerte 31″,2275 bei 13° R., am folgenden Tage nur 31″,2143 bei 12° R.

Am 22. J. um 8 U. A. Bewegung gegen Ost.

Am 18. August um 6 1/2 U. A. dasselbe Phänomen.

Am 2. Sept. um 8 U. A. Ablenkung gegen West.

Am 14. Sept. um 5 U. A. Ablenkung gegen Ost um 9′—10′. Eine Oscillation dauerte 31″,2887 bei 8°,5 R.; am 12. Sept. betrug diese Dauer bei 18° 3/4 R. 31″,2606; am 15. Sept. bei 18° 3/4 R. 31″,2759. Diese Bewegungen dauerten auch den 15. und 16. fort.

Am 25. Sept. eine kleine Ablenkung gegen West.

Am 20. October unregelmäfsige Bewegungen.

Am 25. October um 7 U. A. Ablenkung gegen Ost.

Am 7. Nov. Abends eine Ablenkung gegen Ost. Die Dauer einer Oscillation betrug bei 15° R. 31″,2632, am vorhergehenden Abende bei 15° R. 31″,2394, und am folgenden Abende 31″,2547 bei 18° R.

Am 16. Nov. Ablenkung gegen West.

Am 20. Nov. um 6 U. A. Ablenkung gegen Ost. Eine Oscillation dauerte bei $17^{\circ}\,^{1}/_{2}$ R. 31'',2945; am 17. Nov. bei 17° R. 31'',2606; am 21. Nov. Abends bei $16^{\circ}\,^{3}/_{4}$ R. 31'',2515.

Diese Beobachtungen zeigen deutlich, daſs zwischen der Ursache eines Nordlichtes und den unregelmäſsigen Ablenkungen einer Magnetnadel eine innige Verbindung Statt findet, und daſs sich diese Ursache sehr weit erstrecken muſs, indem die Magnetnadeln zu Paris und Kasan fast gleich afficirt wurden. Öfters fand während einer solchen unregelmäſsigen Ablenkung der Magnetnadel eine Änderung in der Dauer einer Oscillation Statt, wie dieses die erwähnten Beobachtungen am 14. Sept., am 7. und 20. Nov. 1826, und am 24. Nov. 1825 zeigen; oft zeigte sich aber in dieser Dauer gar keine Verschiedenheit.

Es ist bekannt, daſs die Änderung in der Dauer der Schwingung einer horizontalen Magnetnadel sowohl von einer Änderung der Intensität des Erdmagnetismus, als auch von der des Cosinus der Neigung, oder von beiden zugleich herkommen kann. Weil aber nach *Sabine's* Beobachtungen die Intensität des Erdmagnetismus vom Äquator zu den Polen sich von 1 bis 2 ändert, während der Cosinus der Neigung aus 0 in 1 übergeht, so muſs die Neigung einen gröſseren Einfluſs auf die Dauer einer Schwingung haben, als die Stärke der magnetischen Kraft, und man kann füglich annehmen, daſs die *beobachteten* Variationen in der Schwingungszeit bloſs von den Änderungen der magnetischen Neigung abhängen. Mit diesem Raisonnement *Kupffer's* stimmt das recht gut überein, was von *Parry* und *Foster* zu Port Bowen gefunden wurde. (Siehe B. III. S. 93 dieser Zeitschrift.)

Aus den vorzüglich von *Arago* so glücklich benützten Beobachtungen der magnetischen Neigung, welche

die von *Duperrey* geleitete Expedition gemacht hatte, zeigte sich, dafs die Änderungen der magnetischen Neigung von einer in der Richtung von Ost gegen West erfolgenden Bewegung des magnetischen Äquators der Erde herrühren. *Kupffer* versucht nun auch die Änderungen der magnetischen Abweichung aus einer Bewegung der Linien ohne Abweichung zu erklären. Dafs diese Linien fortschreiten, ist keinem Zweifel unterworfen, und dafs die Abweichung an einem Orte wachsen mufs, wenn sich die Linie ohne Abweichung davon entfernt, ist für sich klar. Einst ging diese Linie, welche sich jetzt in Amerika befindet, durch Paris und London, die in der Nähe von Kasan befindliche ging auch einst durch Kasan; denn im Jahre 1761 war daselbst die Abweichung 2° 1/2 W., im Jahre 1805 2° O., und im Jahre 1825 fand sie *Kupffer* selbst noch von 3°, und vom Nov. 1825 bis Nov. 1826 hat sie um 5′—6′ zugenommen. Zu Archangel betrug die Abweichung beim Anfange dieses Säculums 1/2° W., zu Swatoi-Nos 1° 1/2 O., gegenwärtig beträgt sie im ersteren Orte 2° O., im letzteren 1° O. Es hat demnach die Linie ohne Abweichung wahrscheinlich Kasan im Jahre 1780 getroffen.

Da es aber mehrere Linien ohne Abweichung gibt, und sich eine einem Orte nähert, während sich die andere davon entfernt, so kann die Abweichung nur bis zu einer gewissen Grenze wachsen, und ihr Maximum erreichen, wenn beide Linien gleich weit davon abstehen, wie dieses vor einigen Jahren in London und Paris der Fall war.

Verlängert man die in Amerika befindliche Linie ohne Neigung bis zum magnetischen Äquator, so findet man, dafs sie diesen gerade an der Stelle trifft, wo er die gröfste südliche Breite hat; thut man dasselbe mit

der bei Kasan vorbeigehenden Linie, so schneidet sie ihn im Puncte seiner gröfsten nördlichen Breite.

Es scheint daher die Bewegung der Linie ohne Abweichung mit der ohne Neigung zusammen zu hängen. Damit stimmt der Umstand recht gut überein, dafs die Variationen der Neigung bei Kasan, also in der Nähe der Linie ohne Abweichung, gegen die in Christiania so klein sind. (*Annales de Chim. Juillet* 1827.)

2. Über die Neigung und Stärke der Magnetnadel in verschiedenen Theilen der nördlichen Erdhälfte. Von *P. Barlow*.

An die interessanten Bemerkungen *Kupffer's*, die Ursache der Variation der magnetischen Abweichung betreffend, schliefsen sich sehr wohl die an, welche *Barlow* im *Phil. Journal*, *Nro.* 5, *p.* 142 — 149 mitgetheilt hat, um so mehr, als sie sich auf die von *Foster* aufgestellte Hypothese beziehen, vermöge welcher die magnetischen Pole der Erde um ihren mittleren Standpunct eine tägliche Bewegung haben, und einen Kreis von 2 1/2′ — 3′ Halbmesser beschreiben, die weitläufiger im ersten Hefte des dritten Bandes dieser Zeitschrift mitgetheilt wurde. *Foster* glaubt aus dieser Hypothese alle Phänomene der täglichen Variation in der Richtung und Stärke einer Magnetnadel an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche erklären zu können. Ist dieses der Fall, so mufs der magnetische Pol stets gegen die Sonne hingelenkt werden. Da stellt nun *Barlow* die Frage auf: Rührt diese Ablenkung davon her, dafs die Sonne den Magnetismus derjenigen Theile der Erde schwächt oder verstärkt, worauf sie am kräftigsten wirkt? Zur Beantwortung dieser Frage führt er an, dafs die Resultirende aller magnetischen Kräfte der Erde näher an den Theil der Erde rücken mufs, der den Sonnenstrahlen am mei-

sten ausgesetzt ist, wenn vorausgesetzt wird, dafs der Erdmagnetismus an der von der Sonne am kräftigsten beschienenen Seite mehr sich entwickelt. Da nun die Erfahrung wirklich lehrt, es nähere sich der magnetische Pol der von der Sonne am meisten beschienenen Stelle, so mufs ihr Einflufs wohl die magnetische Kraft steigern.

Der magnetische Zustand der Erde gleicht dem einer ungleich erwärmten Kugel von Eisen. So lange die Temperatur aller Theile dieselbe ist, wirken auch alle Theile des magnetischen Fluidums bei einerlei Entfernung gleich stark auf einander ein. Werden die am Äquator befindlichen Theile einer solchen Kugel stärker erwärmt, als die auf den Polen befindlichen, so nehmen sie auch eine stärkere magnetische Kraft an. Eine Magnetnadel würde am Äquator eine gröfsere Intensität ihrer Kraft, und eine geringere Neigung zeigen, als an ihren Polen, gerade so, wie man dieses am Erdkörper bemerkt.

Indefs hat Cap. *Sabine* an der Stärke und Neigung einer Magnetnadel mehrere Anomalien entdeckt, und auch einige Modificationen in der täglichen Variation der magnetischen Intensität etc. wahrgenommen, die sich an die oben erwähnte Hypothese nicht anschliefsen zu wollen scheinen. Durch folgende Betrachtungen glaubt aber *Barlow* diese Anomalien zu erklären, und die Zuläfsigkeit obiger Hypothese auch von der Seite nachzuweisen.

Nach Dr. *Young* läfst sich die Intensität einer Neigungsnadel durch die Formel

$$I = A\sqrt{\frac{l}{4 - 3\sin.^2 \delta}},$$

und die einer Abweichungsnadel durch

$$I = A\sqrt{\frac{l}{3 + 5\sec.^2 \delta}}$$

ausdrücken, wo δ die magnetische Inclination am Beob-

achtungsplatze, und l die magnetische Breite desselben ausdrückt, vorausgesetzt, daſs an allen Stellen dieselbe Temperatur herrscht. Dieser Formeln hat sich *Sabine* bedient.

Sabine's Beobachtungen haben aber gezeigt, daſs die Formeln für Orte mit sehr verschiedener magnetischer Neigung kein ganz richtiges Resultat geben; es läſst sich aber nachweisen, daſs dieses von einer ungleichen Erwärmung herrührt.

Man denke sich eine Magnetnadel im Gleichgewichte befindlich, und in diesem von zwei Kräften erhalten, deren eine gegen die Polargegend, die andere gegen die Äquatorialgegend gerichtet ist, und lasse nun die Temperatur des Ortes, wo sich diese Nadel befindet, gegen den Äquator hin steigen. Da wird offenbar die Nadel mehr gegen die Äquatorialgegend hingezogen werden, und mithin eine gröſsere Neigung bekommen; allein ihre Intensität wird unabhängig von der Neigung gröſser oder kleiner seyn, je nachdem nun die mittlere Temperatur gröſser oder kleiner ist, als die vorhin herrschende; die Vergröſserung der Neigung bringt aber für sich schon eine Verminderung in der Stärke der Magnetnadel hervor, wenn man sie nach obiger Formel berechnet. Darum gibt es in jedem magnetischen Meridiane einen Punct, über den hinaus gegen den Pol die wirkliche Stärke einer Magnetnadel bedeutend geringer ist, als sie obige Formel anzeigt; und eben so gibt es in jedem Meridiane einen anderen Punct gegen den Äquator hin, wo diese Intensität gröſser ist, als die aus der Formel abgeleitete. Alles dieses läſst sich an einer eisernen ungleichförmig erwärmten Kugel genau nachweisen, und es kann nicht bezweifelt werden, daſs bei der Erde, wo die Erfahrung dieselben Phänomene nachweiset, auch dieselbe Ursache macht, daſs die Formeln, denen die Voraus-

setzung einer gleichförmigen Temperatur zum Grunde liegt, gegen den Äquator eine zu geringe, gegen die Pole eine zu groſse Intensität angeben.

Auf der Erde herrscht nicht einmal in demselben Parallelkreise eine gleichförmige Temperatur, wie in dem vorher betrachteten Falle vorausgesetzt wurde. Aus der Ungleichförmigkeit der Temperatur verschiedener Stellen desselben Parallelkreises lassen sich die übrigen von *Sabine* beobachteten Anomalien erklären. Es ist nicht zu erwarten, daſs man von Allem wird die genaueste Rechenschaft geben können, weil die Temperatur so sehr von Localitäten und anderen Umständen abhängt. Das feste Land und das Meer hat nicht bloſs in demselben Parallelkreise eine verschiedene Temperatur, sondern auch eine verschiedene Leitungsfähigkeit, und davon hängt wahrscheinlich viel ab. Vielleicht liegt darin, daſs das feste Land in zwei groſse Parthien abgetheilt erscheint, die Ursache, daſs sich die Phänomene des Magnetismus leichter aus der Annahme zweier magnetischer Nord- und Südpole erklären lassen, als aus einem einzigen Nord- und Südpol. Zur gröſseren Bekräftigung des Gesagten folgt hier eine Tafel, welche die von *Sabine* beobachteten, und die nach der vorhin angeführten und besprochenen Formel berechneten Intensitäten enthält:

Station.	Berechnete Intensität.	Beobachtete Intensität.	Neigung.
St. Thomas . .	1.00	0.99	0° 0′.4 S.
Ascension . . .	1.005	—	5° 10′ S.
Bahia	1.00	—	4° 1′.2 N.
Sierra Leone .	1.12	1.115	31° 2′.25 N.
Maranham . . .	1.06	1.09	23° 7′.75 N.
Port Prayat . .	1.27	—	45° 26′.1 N.
Teneriffa . . .	1.57	—	59° 50′ N.
Trinidad	1.19	1.33	39° 2′.5 N.
Madera	1.55	—	62° 12′.3 N.
London	1.72	1.54	70° 3′.5 N.
Jamaika	1.29	1.52	46° 58′.25 N
Cayman	1.32	1.53	48° 48′.3 N.
Drontheim . .	1.82	1.52	74° 43′ N.
Hammerfest . .	1.87	1.57	77° 15′.7 N.
Havannah . . .	1.37	1.62	51° 55′.3 N.
Spitzbergen . .	1.93	1.66	81° 11′ N.
Grönland . . .	1.92	1.62	80° 11′ N.
Neu-York . . .	1.79	1.88	73° 0′.5 N.

(*Phil. Journ. N.* 5. *p.* 142.)

B. Electricität.

1. Über die bei chemischen Wirkungen entwickelte Electricität und die Anwendung schwacher electrischer Ströme zur Erzeugung chemischer Verbindungen. Von *Becquerel.*

Das Verhältniſs zwischen der Electricität und der chemischen Affinität sehen die Physiker seit der Entdeckung der groſsen chemischen Wirkungen der erste-

ren als eine Sache von gröſster Wichtigkeit an; man ist aber noch keineswegs in diesem Puncte zu einem ganz sicheren Schluſs gelangt. Eine groſse Anzahl Gelehrter von hohem Verdienste spricht sich dahin aus, daſs die electrische Anziehung und die chemische Verwandtschaft Modificationen derselben Kraft sind, und sich nur dadurch von einander unterscheiden, daſs bei jener die Körper als Massen, bei dieser hingegen nach ihren kleinsten Theilen wirken, daſs mithin jede chemische Wirkung, ihrem letzten Grunde nach, eine electrische Erscheinung ist, welche auf der electrischen Polarität der kleinsten Theile beruht. (*Berzelius* Theorie der chemischen Proportionen. Dresden 1820, S. 97.)

Diese Ansicht hat in der neuesten Zeit durch *Davy's* Versuche und Autorität bedeutend gewonnen. Sie sind im zweiten Bande, S. 447 dieser Zeitschrift dargestellt worden. Die Basis seiner Ansicht liegt darin, daſs durch chemische Verbindungen keine Electricität frei werde, und die Electricität, welche man bemerkt, wenn saure und alkalische Substanzen in Berührung kommen, nicht von ihrer chemischen Wechselwirkung herrühre, sondern reine Contact-Electricität sey. Diesen Ergebnissen entgegengesetzt sind die von *Becquerel*, welcher dargethan zu haben glaubte, daſs wirklich durch bloſse Molecular-Anziehung im Augenblicke, wo sich zwei Körper mit einander chemisch verbinden, Electricität frei werde. Nachdem *Davy's* genannte Versuche bekannt geworden waren, hat *Becquerel* seine Ansicht von Neuem durch Experimente geprüft. Er läugnet keineswegs die von *Davy* bekannt gemachten Thatsachen, glaubt aber, es sey der Gang, um zu zeigen, ob sich bei chemischen Wirkungen Electricität entwickle oder nicht, natürlicher, wenn man von einfacheren Thatsachen ausgeht, als *Davy* gethan hatte.

Becquerel bediente sich zu seinen Versuchen eines Multiplicators, der aus zehn mit Seide übersponnenen Kupferdrähten bestand, welche die Compafsbüchse umgaben, und an jedem Ende sich zu einem einzigen vereinigten, der mit dem Körper communicirte, welcher dem Versuche unterworfen wurde. An diesem brachte er vier mit einander verbundene Magnetnadeln an, deren zwei innerhalb der Windung des Multiplicators sich befanden, und die gleichnamigen Pole in derselben Richtung hatten, während die zwei anderen aufserhalb derselben waren, und auch die gleichnamigen Pole nach derselben Gegend richteten, so dafs das Ganze beinahe astatisch war.

Mit diesem Apparate suchte *Becquerel* zuerst factisch zu beweisen, dafs ein Metall gegen sein Oxyd sich negativ verhalte, und nachzuweisen, wie die electro-motorische Wirkung zwischen Metallen und den Lösungen neutraler Salze beschaffen sey.

Zum ersteren Behufe nahm er zwei mit einer neutralen Salzlösung (z. B. mit Salpeter) gefüllte Porzellangefäfse, und verband sie mittelst eines Amianthfadens. Wurde in jedes derselben ein mit einem Pole des Multiplicators verbundenes Kupferplättchen getaucht, so erfolgte keine Wirkung; deckte man aber vorläufig ein Plättchen mit Protoxyd oder Deutoxyd des Kupfers, so konnte man aus der Ablenkung der Magnetnadel leicht erkennen, dafs das Metall gegen sein Oxyd positiv electrisch sich verhalte.

Um das electro-motorische Verhalten der Metalle in Berührung mit Salzlösungen zu erfahren, wurde eines der genannten Porzellangefäfse mit sehr verdünnter, das andere mit concentrirter Kochsalzlösung angefüllt, und beide mit einander mittelst einer gekrümmten, mit ersterer Flüssigkeit gefüllten Glasröhre in Verbindung

gesetzt. Tauchte man nun in jedes derselben ein blankes, Kupferstück, das mit dem Multiplicator communicirte, so zeigte sich die Wirkung im concentrirten Fluidum etwas gröſser als im verdünnten, und man konnte aus der Differenz auf die Beschaffenheit der Electricität schlieſsen, die ein Metall in Berührung mit einer Salzauflösung gibt. Die Erfahrung lehrte, daſs das Kupfer negativ electrisch werde. Eben so geht es mit Kupfer in einer Salpeterlösung, und es hat den Anschein, als herrsche bei mehreren Salzlösungen dasselbe Verhältniſs. Um zu sehen, ob diese Wirkung nicht etwa von der Bildung eines neuen an das Kupfer abgesetzten Stoffes in der concentrirteren Lösung herrühre, verwechselte *Becquerel* die Kupferstücke, und bemerkte, daſs sich auch alsogleich der electrische Strom umkehrt, welches nicht seyn könnte, wenn sich etwa eine Oxydlage gebildet hätte. Auch müſste sich in diesem Falle ein entgegengesetzter Effect zeigen, weil das Oxyd gegen das Kupfer negativ sich verhält.

Becquerel untersuchte auch die Electricitätsentwickelung bei der Wirkung einer Säure auf ein Alkali oder ein Oxyd. Er nahm zu diesem Zwecke vier Gefäſse, die man sich in eine Reihe gestellt denken muſs. Die zwei äuſseren waren von Platin, und enthielten Salz- oder Salpetersäure, die inneren von Porzellan, wovon eines eine Säure, das andere eine alkalische Flüssigkeit enthielt; verband dann das erste und zweite, so wie das dritte und vierte mittelst gekrümmter enger Röhren, wovon die in das erste und zweite Gefäſs reichende mit der in diesem enthaltenen Säure, die andere mit Meerwasser oder Salpeter gefüllt war, und setzte endlich das dritte und vierte mittelst Amianth in Communication.

Wurden nun zwei mit dem Multiplicator communicirende Platinbleche in die äuſseren Gefäſse getaucht,

so zeigte sich beim Gebrauch der Salpetersäure und einer Sodalösung eine Abweichung der Magnetnadel um 7° — 8°, die gar auf 15° und höher gebracht werden konnte, wenn man Sodastücke in die Lösung brachte, so daſs sie die Säure berührten. Die Säure erschien positiv electrisch. Schwefel- und Salzsäure führten zu demselben Resultate; jedoch darf nicht unbemerkt bleiben, daſs manchmal im Augenblicke der beginnenden Verbindung ein entgegengesetzter Strom Statt hatte, der aber schwächer wird, wenn man die chemische Wirkung steigert, endlich verschwindet, und dann gar in einen entgegengesetzten übergeht. *Becquerel* meint, es rühre dieses von Unreinigkeiten her, die manchmal im Amianth enthalten sind. *Davy* fand bei diesem Versuche keine Spur von Electricität, und zwar, wie *Becquerel* meint, weil er lauter Porzellangefäſse anwendete, und die äusseren, statt mit einer Säure, mit einer Neutralsalzlösung anfüllte.

Mit Metalloxyden zeigte sich dasselbe, wie mit Säuren und Alkalien, wenn man beim Versuche statt der Pottaschenlösung eine neutrale Salzlösung nimmt, und den Amianthfaden mit Oxyd bestreut.

Nach diesen Versuchen glaubt *Becquerel* mit Recht den Satz aufstellen zu dürfen, daſs sich bei chemischen Verbindungen Electricität entwickelt. Er führt zur Unterstützung seiner Behauptung auch noch den Umstand an, daſs mit der Temperaturerhöhung, welche so oft der chemischen Wirkung vorausgeht, nicht immer eine Verstärkung der electrischen Spannung eintritt, indem nach seinen Versuchen (Bd. I. S. 430) bei einer bestimmten Temperatur die electrische Spannung ihr Maximum erreicht, und bei fernerer Steigerung der ersteren abnimmt, ja in eine entgegengesetzte übergeht; und doch setzt, sagt *Becquerel*, die electro-chemische Theorie

voraus, daſs die electrischen Zustände der Körper, die sich berühren, durch die Temperaturerhöhung gesteigert werden, bis zu dem Punct, wo die chemische Verbindung eintritt.

Ungeachtet der Richtigkeit dieser Thatsachen scheint mir (*B.*) noch immer der electro-chemischen Theorie nicht der Stab gebrochen zu seyn. Denn was die von *Becquerel* bei der chemischen Verbindung eines Alkali oder Oxydes mit einer Säure bemerkte Electricitätsentwickelung anbelangt, so glaube ich, sie lasse sich daraus erklären, daſs während der Verbindung zweier Theilchen zwei oder mehrere andere in Berührung sind, die wieder, wenn sie sich vereinigen, durch andere sich bloſs berührende ersetzt werden; und wiewohl die Electricität der ersteren verschwindet, so kann doch die der letzteren übrig und bemerkbar bleiben. Diese Erklärung setzt nur voraus, daſs die chemische Wirkung nicht im Augenblicke der Berührung eintritt, sondern erst nach einer, wiewohl sehr kurzen Dauer derselben. Was den Wechsel der Electricität bei der Erhöhung der Temperatur anbelangt, den *Becquerel* auch als Fundament seiner Ansicht und als Einwurf gegen die electro-chemische Theorie betrachtet, so glaube ich wieder, *Becquerel* folgere etwas aus seinen Versuchen, was nicht darin liegt. Denn, genau genommen, fordert ja die electro-chemische Theorie gar nicht, daſs die electrischen Zustände der sich berührenden Körper durch die Temperaturerhöhung gesteigert werden, weil man auch nicht bestimmt behaupten kann, daſs die chemische Affinität jener Körper, die sich z. B. bei der gewöhnlichen Luftwärme nicht verbinden, sondern dazu eine erhöhte Temperatur brauchen, durch diese Temperaturerhöhung gradweise gesteigert werde, sondern nur, daſs sie bei der *bestimmten* Temperatur die zur Überwindung der

etwaigen Hindernisse nöthige Stärke besitze. Wir haben kein Mittel, das stufenweise Zunehmen der Verwandtschaft zweier Körper während ihrer Erwärmung zu messen, wohl aber eines, um den graduellen Wachsthum ihrer electrischen Spannung zu bestimmen, während ihre Temperatur steigt, und können daher keineswegs beide in ihrem Gange mit einander vergleichen; und es wäre nichts Ungereimtes, aber vielleicht unerweislich, zu behaupten, dafs die Affinität bei der Temperaturerhöhung eben so wächst und abnimmt, wie die Contact-Electricität. *Becquerel* hat auch die Metalle, deren electrischen Zustand während ihrer Erwärmung er prüfte, nicht bis zur chemischen Verbindung geprüft, und die von ihm bei niederen Wärmegraden gefundenen Thatsachen können nicht auf den Moment der Verbindung bezogen werden.

* * *

Becquerel untersuchte auch den Einflufs der Electricität von geringer Spannung auf chemische Bildungen, und betrachtete zuerst die Verbindung der Chloride, dann die der Jodide.

Zu diesem Ende mufste er vorläufig untersuchen, was Statt findet, wenn ein sehr schwacher electrischer Strom durch eine metallene Kette, die von einer Salzlösung unterbrochen ist, geleitet wird. Er nahm zwei dünne Kupferdrähte, setzte sie mittelst zweier in einander greifender Ringe in Communication, und verband ihre freien Enden mit denen des Multiplicators; schnitt dann den Metallbogen an einem Puncte entzwei, und tauchte die dadurch erhaltenen Enden in eine Kochsalzlösung. Erhöhte er nun die Temperatur eines der beiden Ringe, so bemerkte er einen electrischen Strom, der vom erwärmten Ringe zum anderen ging, so dafs erste-

rer negativ electrisch seyn mufste; endigte sich aber jedes in die Salzlösung getauchte Stück mit Platin, so verschwand der Strom. Dasselbe erfolgte mit Gold. Mit Silber war der Strom sehr schwach, mit Zink, Blei, Eisen, Zinn etc. hingegen äufserst kräftig. Man sieht leicht, dafs dieses Phänomen nicht von der Leitungsfähigkeit der Metalle abhängt, weil gerade die schlechteren Leiter, wie Blei und Zink, mit Kupfer einen so starken Strom geben. Da Zink, Kupfer, Blei und Eisen zu den oxydirbaren Metallen gehören, so schlofs *Becquerel*, dafs in einer metallenen Kette, welche durch eine Salzlösung unterbrochen ist, und an deren einer Stelle man beide electrische Zustände in geringem Grade hervorruft, ein electrischer Strom Statt findet oder nicht, je nachdem die beiden in die Flüssigkeit getauchten, übrigens gleichen Endtheile aus einem oxydirbaren Metalle bestehen oder nicht. Daraus erklärt es *Becquerel*, warum *Davy*, bei seinen Versuchen über die Electricität während der Verbindung eines Alkali mit einer Säure, keine Spur derselben bemerken konnte, weil er nämlich Platinbleche in die Salzlösung reichen liefs.

Um den Einflufs einer schwachen Electricität auf die Verbindung der Chloride zu untersuchen, nahm *Becquerel* eine Uförmig gebogene Röhre von 1 — 2 Min. im Durchmesser, brachte am Boden derselben einen Pfropf von Amianth an, um den Inhalt beider Arme von einander zu trennen, gofs in einen derselben eine mit einer gewissen Menge Kupferoxyd gemengte Auflösung von schwefelsaurem Kupfer, in den anderen aber eine Hydrochloridlösung und nicht aufgelöstes Salz derselben Art, z. B. Seesalz. Sobald die Communication durch Kupferbleche hergestellt war, so bedeckte sich das Ende des Metalles, welches in das schwefelsaure Salz getaucht war, mit metallischem Kupfer; die Schwefelsäure lösete

einen Theil des am Boden befindlichen Kupferoxydes auf, woraus durch den fortdauernden electrischen Strom eine neue Zersetzung hervorging, die mit einer chemischen Verbindung beständig wechselte; weil aber alles dieses langsam vor sich ging, so bildeten sich Kupferkrystalle von bestimmter Gröſse. Diese hing von der Stärke des electrischen Stromes ab, und ward kleiner, wenn diese zunahm. Im anderen Arme der Röhre ward ein Theil Kochsalz zersetzt, die Salzsäure begab sich zum Kupfer, das sich oxydirt hatte, und bildete wahrscheinlich ein Sauerstoff-Chlorid, das sich mit dem Sodium-Chlorid verband; am Kupferplättchen bildeten sich octaëdrische Krystalle. Alles dieses ging vor sich, es mochte die Luft Zutritt haben oder nicht.

Diese Krystalle erleiden in luftdicht geschlossenen Röhren keine Veränderung, wohl aber in Berührung mit Wasser, wo sie zersetzt werden. Dauert der Versuch ein oder zwei Monate, so erleiden sie merkwürdige Veränderungen: wiewohl sie anfänglich farbenlos und sehr klar sind, so werden sie doch violett, und nehmen eine smaragdgrüne Farbe an, ohne ihre Durchsichtigkeit zu verlieren. Silber gibt mit Sodium-Chlorid auch eine Verbindung. Man wendet auch dabei gekrümmte Röhren an, und gibt in jeden Arm derselben eine Kochsalzlösung; dann taucht man in einen einen Platindraht, in den anderen einen Silberdraht, und verbindet beide an ihren freien Enden, um so ein *Volta*'sches Element zu erhalten. Der Apparat war einige Monate lang in Thätigkeit. Nach vierzehn Tagen bemerkte man zuerst am Silberdrahte Krystalle, die langsam wuchsen, und mit ihren Nebenflächen eine rhomboëdrische Gestalt darstellten, doch waren sie zur näheren Bestimmung ihrer Krystallisation zu klein. Wasser änderte sie nicht; sie wechseln die Farbe, werden violett, und dann blau.

Blei und Zinn wurden auf gleiche Weise versucht, indem man sie dem Kupfer substituirte, und in einen Arm des heberförmigen Röhrchens eine Auflösung von schwefelsaurem Kupfer, in den anderen Kochsalzlösung gab. Auch hier schied sich das Kupfer auf dem Blei oder Zinn aus.

Eine Auflösung von Salmiak statt des Kochsalzes gab im vorhergehenden Versuche mit Kupfer, ohne Berührung mit Luft, ein Product, das in Octaëdern krystallisirte, dessen Kanten oder Winkel abgestumpft sind; mit Wasser wird es zersetzt. Es wurde bei längerer Dauer des Versuches violett, wie ein Amethyst. Man erhält auch ein ähnliches Product mittelst eines Kupferplättchens, das man in freier Luft in eine Salmiaklösung bringt; doch ist dazu der Luftzutritt nöthig. In dem hermetisch geschlossenen kleinen galvanischen Apparat vertritt der Sauerstoff, der durch Zersetzung gewonnen ist, und sich am Kupferpol anhäuft, die Stelle des Oxygens der Luft.

Oft bilden sich, aus einer bis jetzt unbekannten Ursache, selbst in einer sorgfältig geschlossenen Röhre zwei Producte, deren eines den oberen Theil einnimmt, und aus schönen blauen, hexaëdrischen, in vierseitige Pyramiden ausgehenden Krystallen besteht, das andere vorhin beschriebene aber den unteren. In Berührung mit Wasser geben beide dieselben Producte. Silber, Blei, Zink etc. geben mit Salmiak dieselben Phänomene, wie Kupfer.

Salzsaurer Baryt und Blei wirken nur sehr langsam auf einander ein, aber nach Verlauf von vierzehn Tagen findet man um das Blei viele Krystalle, die mit Wasser eine Zersetzung erleiden, und salzsauren Baryt und salzsaures Blei geben.

Die Methode, welche dazu gedient hat, die Chlo-

ride mittelst der Electricität zu erzeugen, läſst sich auch zur Bildung der Jodide, insbesondere zur Erzeugung einer Verbindung der unlöslichen metallischen Jodide mit den alkalischen, anwenden.

Becquerel gab in einen Arm der vorhin beschriebenen Röhre eine Auflösung von schwefelsaurem Kupfer, in den andern eine Auflösung von wasserstoffjodsaurer Pottasche oder Soda, tauchte dann in jeden derselben das Ende eines Bleidrahtes, und bemerkte auf einer Seite eine Ausscheidung des Kupfers, auf der anderen eine schnelle Bildung von Kalium oder Sodium, und Bleijodid, das in langen Fäden krystallisirt, und durch Wasser zersetzt wird. Die Röhre war 5—6 Min. weit. Kupfer statt des Bleies angewendet, gibt einen weiſsen Niederschlag; Eisen, Silber, Gold zeigen nichts besonderes. Man braucht aber zu jedem Producte einen electrischen Strom von eigener, erst durch die Erfahrung auszumittelnder Stärke.

Becquerel gibt noch ein zweites Verfahren an, um durch Electricität besondere chemische Verbindungen hervorzubringen, dessen Wesen darauf beruht, daſs ein Metall mit seinem eigenen, oder einem anderen Oxyde electro-motorisch wirkt. Gibt man in eine einerseits geschlossene Röhre irgend ein Oxyd, dann eine Flüssigkeit und ein Metallplättchen, das beide berührt, so hat man es mit der Electricität zu thun, die durch Berührung des Metalls mit dem Oxyde und der Flüssigkeit mit den zwei anderen Körpern entsteht; daraus geht gleichsam eine resultirende electrische Kraft hervor, welche chemische Wirkungen äuſsert.

Er nahm, um diese Wirkung zu zeigen, drei Glasröhren, jede von 2—3 Mill. Weite, gab in die erste eine kleine Quantität Bleiprotoxyd, in die zweite Deutoxyd, und in die dritte Tritoxyd desselben Metalles;

hierauf füllte er in jede dieser Röhren eine Ammoniaklösung, und tauchte hierauf ein Bleiplättchen ein, das sowohl das Oxyd, als auch die Auflösnng berührte. Der Erfolg war merkwürdig. In der ersten Röhre wurde das Blei auf das Plättchen metallinisch ausgeschieden, in der zweiten zeigte sich keine auffallende chemische Wirkung, in der dritten bildete sich eine große Menge Blei- und Ammoniak-Chlorid, das in Nadeln sich an das Bleiplättchen absetzte. Darum ist das erste Phänomen am meisten befremdend; denn damit sich das Metall reduciren kann, muſs das Bleiplättchen negativ seyn; allein in Berührung mit Protoxyd ist es positiv, und gibt diese Electricität an die Salmiaklösung ab, wie man an einem Multiplicator sehen kann; daher bleibt nur die electro-motorische Wirkung der Lösung auf das Protoxyd übrig, die aber, als stets sehr gering, nicht wohl die zwei anderen überwiegen kann. Demnach hält *Becquerel* diese Erscheinung für unerklärbar. Das Phänomen in der dritten Röhre läſst sich wohl erklären. Das Blei ist nämlich mit Tritoxyd mehr positiv, als mit Protoxyd, und darum kann diese electro-motorische Wirkung wohl die übrigen überwiegen, und positiv bleiben, den Salmiak zersetzen, und ein Doppel-Chlorid erzeugen. Kochsalz statt Salmiak gebraucht, gibt ähnliche Resultate. Auch Kupfer zeigt mit salzsaurer Soda, Pottasche, Ammoniak etc. ähnliche Erfolge.

Nach dem hier dargestellten Verfahren kann man auch Oxyde krystallisiren. Gibt man in eine einerseits geschlossene Röhre eine Lösung von schwefelsaurem Kupfer, feinen Kohlenstaub oder Kupferdeutoxyd, das sich zu Boden setzt, und ein Kupferbleeh, und schlieſst die andere Seite, so bemerkt man nach vierzehn Tagen am Kupfer kleine, rothe, durchsichtige, octaëdrische Krystalle von Kupferprotoxyd. (*Annal. de Chim. Juin* 1827.)

2. Über die electro-chemischen Erscheinungen und Bewegungen des Quecksilbers. Von *Nobili*.

Im letzten Hefte des zweiten Bandes, und im ersten Hefte des dritten Bandes dieser Zeitschrift sind die merkwürdigen Erscheinungen mitgetheilt worden, welche *Nobili* bei chemischen Zersetzungen mittelst eines electrischen Stromes bemerkt hat. In den *Annales de Chimie et de Physique*, *Mars* 1827, ist zwar angeführt, daſs schon vor 60 Jahren von *Prieſsley* ähnliche Erscheinungen, mittelst der gewöhnlichen Reibungs-Electricität hervorgebracht, beobachtet worden sind; allein *Nobili* bemerkt, daſs diese Phänomene rein electrischer Natur, und an beiden Polen von derselben Beschaffenheit waren, während die von ihm beschriebenen electro-chemisch sind, und sich an jedem Pole von besonderer Art zeigen. *Nobili* hat diese Erscheinungen, welche er bis jetzt stets an festen Metallplatten hervorgebracht hatte, an der Oberfläche des Quecksilbers erzeugt, und dabei besondere Eigenthümlichkeiten wahrgenommen.

Der Apparat, dessen er sich zu diesen Versuchen bediente, besteht aus einer kleinen Kaffehtasse, in welcher sich Quecksilber befindet, so, daſs es eine etwa 2 — 3 Zoll im Durchmesser haltende Schichte bildet; auf dieses wird die Salzauflösung, z. B. schwefelsaure Soda, gegossen, welche durch den electrischen Strom zersetzt werden soll. In diese Flüssigkeit tauchen sich zwei Platindrähte, beiläufig zwei Linien tief, ein, so daſs sie das Quecksilber nicht treffen. Diese Drähte werden von eigenen Trägern gehalten, und lassen sich durch eine Vorrichtung heben und senken, welche denen ähnlich ist, mit welchen man den Docht an den Lampen regulirt. Bringt man die genannten Drähte mit den Polen einer mäſsig starken Säule in Verbindung, wie sie z. B.

zwölf Elemente nach *Wollaston's* Einrichtung bei einer Gröſse von vier Quadratzoll Oberfläche mit einer Mischung aus $^1/_{60}$ Schwefel- und Salpetersäure geben, so bilden sich alsogleich um die Eintauchungspuncte, die hier Pole heiſsen mögen, zwei Systeme von Strömen. Sieht man schief auf das Quecksilber hin, so bemerkt man an der Oberfläche desselben Figuren, die den Umrissen der gewöhnlichen electro-chemischen Erscheinungen entsprechen. Diese bestehen aus zwei ovalen Linien, in deren Mittelpuncten sich die beiden Pole befinden, und innerhalb welchen das Quecksilber etwas tiefer steht, als auſserhalb derselben. Diese Linien sind an den einander zugekehrten Stellen stärker, als nach auſsen zu. Zwischen beiden, etwa in gleichen Entfernungen von ihren Mittelpuncten, zeigt das Quecksilber eine oder zwei Linien, wo sich das Quecksilber bewegt, als begegneten sich daselbst zwei entgegengesetzte Ströme. Dieser Umstand beweiset, daſs der Sitz der electrischen Bewegungen des Quecksilbers an der Oberfläche desselben sey. Die darüber befindliche Flüssigkeit verhält sich ganz passiv, und folgt nur der Bewegung des Quecksilbers. Selten sind die von beiden Mittelpuncten ausgehenden Ströme von gleicher Stärke; im Allgemeinen zeigt sich der positive Pol am kräftigsten, und wenn er dieses nicht am Anfange ist, so wird er es während des Versuches.

Am positiven Pole bildet sich fast immer ein wenig Oxyd, das durch die Strömung an den Umfang der ovalen Linie versetzt wird. Am äuſseren, vom negativen Pole abgewendeten Theile des Umfanges häuft sich dieses mehr oder weniger an, an dem diesem Pole zugewendeten Theile hingegen breitet es sich schnell gegen die negative Seite aus, wo es absorbirt und reducirt wird, sobald der Strom die Ausbreitung nicht mehr hin-

dern kann. Um alles dieses zu bemerken, mufs man den Versuch öfter anstellen.

Das Verschwinden der negativen Strömung tritt zugleich mit dem der negativen ovalen Linie ein, und rührt von der Oxydschichte her, welche von den positiven Strömen über ihre gewöhnlichen Grenzen hinausgetrieben werden. Man darf der Ausbreitung dieser Schichte nur durch eine Glastafel ein Ziel setzen, und alsogleich tritt die Oxydation und die negativen Ströme wieder kräftig hervor. Dadurch kann man aber die Oxydation dahin bringen, dafs sie die positiven Ströme aufhebt. Nimmt man aber die Glasplatte weg, bevor die Oxydation weit fortgeschritten ist, so zerreifst die Oxydhaut in mehrere Stücke, und die zum negativen Pole hingehenden werden absorbirt und reducirt.

Schwefelsaure Soda wurde darum zu diesen Versuchen gewählt, weil sie leicht die beiden Strömungen um die zwei Pole zeigt. Etwas ähnliches ergibt sich aber auch bei anderen Flüssigkeiten, doch nicht bei allen. Die Ursache dieses verschiedenen Verhaltens liegt nach *Nobili* darin, dafs das Quecksilber von der betreffenden Flüssigkeit die electro-positiven und negativen Bestandtheile um seine secundären Pole sammelt, deren einige vermöge ihrer Natur das Quecksilber mit einem mehr oder weniger consistenten Schleier überziehen, während andere es gänzlich rein lassen. Bei Auflösungen von Salzen, deren Basis Kupfer, Silber, Zinn, Wismuth, Spiefsglanz, Zink etc. ist, reduciren sich diese Basen am negativen Pole des Quecksilbers, und erscheinen daselbst; die negativen Ströme fehlen aber. Diese sind hingegen sehr lebhaft, wenn man eine Salzlösung mit einer alkalinischen Basis wählt, doch lassen die metallinischen Grundlagen der Alkalien das Quecksilber ganz rein.

So oft electro-negative Elemente, wie Sauerstoff und Säuren, sich in dünner Schichte an das Quecksilber absetzen, fehlen die positiven Ströme ganz. Bei thierischen und vegetabilischen Flüssigkeiten deckt sich das Quecksilber mit einer Schichte am positiven Pole, doch zeigt daselbst sich keine Bewegung des Quecksilbers; am negativen Pole zeigen sich sehr merkliche Ströme, doch bleibt das Quecksilber ungetrübt.

Aus diesen Beobachtungen zieht *Nobili* den Schluſs, daſs die Strömungen nur dort entstehen, wo die Ablagerungen mangeln, welche die electrisch-chemischen Erscheinungen hervorbringen. In diesem Falle behält das Quecksilber seine völlige Beweglichkeit, und man bemerkt daran nichts, als die genannten ovalen Flecken, innerhalb welche die electro-positiven und negativen Elemente der Auflösungen durch den electrischen Strom getrieben werden. Ob dieses durch einen wirklichen Transport der Elemente von einem Pole zum anderen vor sich gehe, den der electrische Strom bewerkstelligt, weiſs man nicht. *Nobili* denkt sich die Kraft, wodurch dieses geschieht, in zwei andere zerlegt, deren eine horizontal wirkt, und gleichsam das Ausstrahlen des Metalles von den beiden Polen bewirkt, während die andere eine verticale Richtung hat, und die Depression des Quecksilbers innerhalb der ovalen Linien hervorbringt.

Die Cohärenz der Theile fester Metalle hebt die Wirkung beider Kräfte auf, und zum Erscheinen von Strömungen ist der flüssige Zustand nothwendig, daher sie auch nicht bemerklich sind, wenn das Quecksilber mit einer festen Haut überzogen ist.

Die auf dem Quecksilber ruhende Flüssigkeit folgt nur der Bewegung des ersteren. Daher kommt es, daſs selbst an jenem diese Bewegung recht merklich und schnell wird, wenn die Theile dieser recht leicht be-

weglich sind. Dieses ist in besonders hohem Grade bei der Schwefelsäure der Fall, deren Tropfen sich, wie bekannt, auf Quecksilber mit der gröfsten Schnelligkeit ausdehnen. Daher sind die Bewegungen des Quecksilbers auch am schnellsten, wenn es mit Schwefelsäure bedeckt ist, und werden von der kleinsten electro-motorischen Kraft hervorgebracht. Die Theile des Quecksilbers und der anderen Flüssigkeit können sich nicht blofs in einer Richtung an der Oberfläche bewegen, ohne dafs zur Herstellung des Gleichgewichtes im Innern der flüssigen Masse eine entgegengesetzte Bewegung Statt findet. Diese inneren Ströme bringen verschiedene Modificationen in der Gestalt der flüssigen Masse hervor, die am häufigsten in einer Verlängerung des Quecksilbers gegen den Pol hin bestehen.

Aus dem hier entwickelten Grundsatze glaubt *Nobili* die heftigen Agitationen nicht erklären zu können, welche das Quecksilber unter gewissen Umständen erleidet. Taucht man z. B. einen Quecksilbertropfen in ein Bad von Schwefelsäure, und berührt ihn gegen den Rand mit dem Ende eines Eisendrahtes, so zieht sich dieses sichtbar zusammen; zieht man den Draht zurück, so nimmt der Tropfen wieder seine vorige Gestalt an. Begegnet er bei dieser Ausdehnung wieder dem Eisendrahte, so zieht er sich von Neuem zusammen, dehnt sich wieder aus, und setzt dieses Spiel der Bewegungen fort, so lange die electrische Wirkung der drei Elemente, des Quecksilbers, Eisens und der Säure, fortdauert. Solche Erscheinungen erhält man nur mit leicht oxydirbaren Metallen; Gold oder Platin bringen sie nicht hervor, weil da der electrische Strom zu schwach ist, wenn überhaupt einer der letzteren Fälle Statt findet. Die Erscheinung ist daher wohl gewifs electrochemischer Natur. Die natürlichste Erklärung dieser

Erscheinung meint *Nobili* dadurch zu geben, daſs er annimmt, die Contraction des Quecksilbers werde durch den Stoſs der angezogenen anlangenden electro-positiven Bestandtheile der Säure und des Wassers hervorgebracht.

Anders fallen alle diese Erscheinungen aus, wenn man statt reinen Quecksilbers ein Amalgam anwendet. Man stelle sich den vorigen Versuch mit schwefelsaurer Soda im vollen Gange vor, und tauche den negativen Pol des Platindrahtes, der bis jetzt das Quecksilber nicht berührte, in dasselbe ein. Alsogleich treten die negativen Strömungen ein, die electro-positiven Bestandtheile der Auflösung langen daselbst an, und das Sodium amalgamirt sich. In einer Minute ist so viel Sodiumamalgam vorhanden, daſs folgende Effecte eintreten: In dem Augenblicke, wo man den negativen Pol aus dem Quecksilber nimmt, verschwinden die electro-positiven Strömungen um den Pol, und man bemerkt dafür ein System von Strömungen, die schnell vom Anfange der ovalen Linie gegen den Pol convergiren, aber nicht an allen Stellen dieselbe Geschwindigkeit haben; auch bemerkt man eine von der ovalen Linie begrenzte Vertiefung des Quecksilbers, die an der dem anderen Pole zugewendeten Seite von einem etwas erhöhten Rande umgeben ist; dort wogt das Quecksilber, und bildet eine zungenförmige Erhöhung, die wahrscheinlich von verschiedenen ungleich schnellen Strömen herrührt, welche von allen Seiten anlangen. Enthält das Quecksilber einige Unreinigkeiten, so sammeln sich diese schnell innerhalb des ovalen, hier nach auſsen zu etwa mehr flachen Raumes, und drehen sich da im Kreise herum; ist es aber ganz rein, so bleibt es an dieser Stelle einige Zeit glänzend hell, doch gibt es an der Seite, wo der entgegengesetzte Pol liegt, aber zunächst

an dem hier besprochenen Pole einen Streifen, der dem negativen Pole desto näher rückt, je mehr die Bewegung abnimmt.

Die vorhin bezeichnete Vertiefung im Quecksilber zeigt, dafs sich daselbst die electro-negativen Bestandtheile der Auflösung, darunter auch der Sauerstoff, ansammeln. Das Sodium kommt diesem überall entgegen, und bewirkt so das System der sehr schnellen Strömungen, die denen entgegengesetzt sind, welche man bemerkt, wenn das reine Quecksilber nur den Stofs, welchen es von den electro-negativen Elementen erleidet, vom Centrum zur Peripherie fortzupflanzen hat. Während nun das Sodium von allen Seiten anlangt, um sich mit dem Sauerstoffe zu verbinden, nimmt das Quecksilber am negativen Pole einen anderen Antheil desselben auf, und bringt dadurch die gewöhnlichen negativen Strömungen hervor, welche durch die vom Sodium schon bewegten Quecksilberoberfläche die übrigen Modificationen erzeugen.

Die Bewegungen der Flüssigkeit auf dem Quecksilber erfolgen oft so schnell, dafs ihnen das Auge kaum folgen kann, daher mufs man, um jeden Umstand bemerken zu können, den Versuch öfter anstellen, und zwar bei einer verschiedenen Stärke der Säule, und bei verschiedener Anordnung der beiden Pole. *Nobili* räth, den negativen Pol nach dem Mittelpuncte der Quecksilbermasse hin zu richten, und den positiven gegen den Rand desselben.

Nobili machte blofs aus Neugierde folgenden Versuch: Er wickelte einen Quecksilbertropfen in ein sehr feines Goldplättchen ein, gofs darüber eine alkalinische Auflösung, und brachte den negativen Pol einer *Volta'*schen Säule am Tropfen, den positiven hingegen am Golde an, und bemerkte, dafs das Gold fast augenblick-

lich vom Quecksilber aufgelöst ward; allein bei einer entgegengesetzten Anordnung der Pole war er nicht im Stande, wieder eine Trennung der beiden Körper hervorzubringen. Mit einem Silberplättchen zeigte sich dasselbe Phänomen. (*Bibl. univ. Août.* 1827, *p.* 261.)

3. Über die Verminderung der electrischen Spannung an einer geschlossenen electromotorischen Kette, und die Wiedererlangung ihrer Kraft durch Isolirung der Pole. Von *Marianini*.

Der Verfasser dieses Aufsatzes hat schon früher eine Reihe electrometrischer Versuche angestellt, die im ersten Hefte dieses Bandes in einem kurzen Auszuge mitgetheilt worden sind *). *Marianini* hat diese seine Untersuchungen fortgesetzt, und am 10. Mai 1827 darüber zu Venedig eine Denkschrift vorgelesen. Zu den früheren Resultaten von *Marianini's* Arbeiten gehört auch die Beobachtung, daſs zwei Electromotoren durch Schlies-

*) Dieser Auszug ist ein Theil eines kurzen Berichtes über die Erweiterung der Electricitätslehre in der neuesten Zeit, der wegen Mangel an Raum keineswegs so vollständig ist, als ich gewünscht hätte. Physiker, deren Arbeiten unerwähnt blieben, mögen dieses als Entschuldigung ansehen; besonders glaube ich anführen zu müssen, daſs des verdienstvollen *Schweigger's* litterarische Producte darum nicht besonders hervorgehoben wurden, weil dieser Gelehrte sich schon früher, besonders aber durch seinen Multiplicator, den ich für einen der wichtigsten phys. Apparate halte, einen solchen Rang erworben hat, daſs wohl Jedermann sich bemühen wird, seine Arbeiten, die sein allgemein verbreitetes Jahrbuch enthält, in extenso kennen zu lernen, und ein kurzer Auszug, wie er da geliefert werden konnte, wohl nicht mehr viel zur Verbreitung derselben beitragen konnte. (*B.*)

sen der Kette an electrischer Spannung verlieren, aber ihre vorige Kraft wieder erlangen, wenn die Kette einige Zeit offen blieb. Dasselbe suchte *Marianini* auch an zusammengesetzten electromotorischen Apparaten darzuthun. Er nahm einen Becherapparat von acht Plattenpaaren aus reinen Zink- und Kupferplatten, die eine wirksame Oberfläche von nahe drei Quadrat-Centimeter hatten, und brauchte als flüssigen Leiter Brunnenwasser mit $^1/_{100}$ Kochsalz. Dieser Apparat zeigte anfangs an einem Strohhalm-Electrometer mittelst eines Condensators 11°. Er schloſs nun die Kette mittelst eines messingenen, zwei Millimeter dicken Drahtes, den er in die zwei äuſsersten Becher tauchte, und fand, nachdem er nach Verlauf einer Minute die Kette wieder geöffnet hatte, mittelst obiger Instrumente die Spannung gleich 7°. Kaum hatte der Electromotor seine ursprüngliche Kraft wieder erlangt, wurde die Kette von Neuem geschlossen. Nach zwei Minuten betrug die Spannung nur 6°. Als der Apparat wieder in die erstere Wirksamkeit getreten war, und die Kette drei Minuten geschlossen blieb, fand man die Spannung nur 5° groſs. Nach einem Schluſs von fünf Minuten war sie gar auf 4° herabgesetzt. Eine andere Versuchsreihe mit einem ähnlichen Apparate zeigte ähnliche Resultate. *Marianini* fand

die Spannung vor dem Schlusse der Kette gleich			12°,
nach einem Schlusse von	0 Min.	5 Sec. . . .	9° 1/2.
	0 »	10 » . . .	8° 1/2.
	0 »	30 » . . .	8°.
	1 »	. . . .	7°.
	2 »	. . . .	6°.
	5 »	. . . .	5°.
	10 »	. . . .	4°.
	15 »	. . .	kaum 4°
	20 »	. . .	kaum 4°
	30 »	. . .	kaum 4°
	40 »	. . .	kaum 4°
	60 »	. . .	kaum 4°

Daraus schliefst *Marianini*, dafs die Abnahme der electrischen Spannung gleich nach dem Schliefsen der Kette schnell erfolgt, aber in der Folge immer langsamer wird, und dafs es eine Grenze gibt, über die hinaus keine Verminderung mehr eintritt. Liegt nun die Ursache dieser Abnahme der Spannung in einer relativen Änderung der electromotorischen Kraft der Metalle durch den electrischen Strom, so ist es klar, dafs diese Abnahme der Stärke des Stromes folgen mufs.

Nun wurden ähnliche Versuche mit zwei Apparaten gemacht, deren einer 16, der andere 24 Plattenpaare von einerlei Gröfse enthielt, und wie vorhin verfahren. Da fand man beim

gröfseren Apparat

die Spannung vor dem Schlusse gleich	22°,
nach einem Schlusse von 0 M. 5 S. .	15°,
0 » 10 » .	13°,
0 » 30 » .	12°,
1 » . . .	10° 1/2,
2 » . . .	9°,
3 »	8° circa,
5 » . . .	7°,
10 » . . .	6° 1/2,
20 » . . .	6°,
30 » 40 » 50 » } kaum	6°;

kleineren Apparat

die Spannung vor dem Schlusse gleich	33°,
nach einem Schlusse von 0 M. 5 S. .	20° circa,
0 » 30 » .	15° circa,
1 » . . .	14°,
3 » . . .	11°,
5 » . . .	9°,
10 » . kaum	8°,
20 »	7° 1/2,
30 » . . .	7°,
60 » . . .	6° circa,
90 » 120 » } . .	5° 1/2.

Daraus folgt, daſs die Abnahme der Spannung in einer bestimmten Zeit desto bedeutender ist, und desto später zu der Grenze gelangt, über die hinaus keine Abnahme eintritt, je gröſser die Anzahl der Plattenpaare ist.

Von zwei Electromotoren von acht Paaren, wie beim ersten Versuche, wurde der eine mit destillirtem Wasser, der andere mit Regenwasser in Thätigkeit gesetzt, das 1/4 Kochsalz enthielt. Die Resultate waren folgende:

Apparat mit destillirtem Wasser.

		Spannung.
Vor dem Schlieſsen	. . . . . .	12°.
Nach einem Schluſs von	0 M. 30 S.	11°.
	1 » . .	10°.
	3 » . .	9°.
	6 » . .	8°.
	12 »	
	20 »	
	30 » } . .	7°.
	60 »	

Apparat mit Salzwasser.

		Spannung.
Vor dem Schlieſsen	. . . . . .	12°.
Nach einem Schluſs von	0 M. 30 S.	8° 1/2.
	1 » . .	7°.
	3 » . .	6°.
	6 » . .	4°.
	15 » . .	3° 1/2.
	30 » } . .	3°.
	60 »	

Daher erfolgt die Abnahme der electrischen Spannung schneller, und gelangt auch später zur Grenze, bei einem besseren electrischen Leiter, als bei einem minder guten, auch ist der Verlust vor Erreichung dieser Grenze gröſser. Wurde die Leitungsfähigkeit des Bogens geändert, mit dem die Pole des Electromotors in

Verbindung gesetzt wurden, so fand man dasselbe Verhalten, als wenn der flüssige Leiter geändert wurde.

Alle diese Versuche wurden angestellt, um das Gesetz der Abnahme der Spannung durch das Schließen der Kette kennen zu lernen. *Marianini* suchte auch das Gesetz aufzudecken, nach welchem die Electromotoren ihre Kraft wieder erlangen.

Er brauchte einen Becherapparat von acht Plattenpaaren, wie der beim ersten Versuche angewendete, welcher eine Spannung von 12° zeigte; als er eine Minute lang geschlossen blieb, fand sich seine Spannung gleich 7°. Eine halbe Minute nach Öffnung der Kette betrug diese 9°, nach 1 M. 10°, nach 2 M. 11° 1/2, und erst nach 2 M. 30 S. kehrte die ursprüngliche Spannung von 12° wieder zurück. Als derselbe Apparat 5 M. lang geschlossen war, zeigte er bald nach Öffnung der Kette eine Spannung von 5°, nach 30 Sec. 7° 1/2, nach 1 M. 8° 1/2, nach 3 M. 10° 1/2, und nach beiläufig 5 M. 30 S. 12°. Blieb dieser aber eine Viertelstunde lang geschlossen, so war die Spannung gleich nach dem Öffnen der Kette 4°, nach 1 M. 7° 1/2, nach 2 M. 8° 1/2, und nach beiläufig 7 M. 12°.

Hieraus sieht man, daſs die Spannung, welche ein Electromotor in der ersten Zeit nach dem Öffnen der Kette wieder erlangt, gröſser ist, als die, welche er in der letzten Zeit wieder erhält. Es ist demnach auch der Verlust im Anfange gröſser als am Ende. Je länger der Kreis geschlossen bleibt, desto mehr Zeit braucht es, ihn wieder zur ursprünglichen Kraft zu bringen.

Um das Verhältniſs zwischen der Dauer des Schlusses und der zur Wiedererlangung der ersteren Stärke erforderlichen Zeit zu finden, wurden mit einem Becherapparat von acht Plattenpaaren viele Versuche angestellt, wovon hier die Mittelresultate folgen.

Dauer des Schlusses.	Zeit zur Wiedererlangung der ursprünglichen Stärke.
0 Min. 5 Sec.	1 Min.
0 » 30 »	2 » schwach.
1 »	2 » 30 Sec. stark.
3 »	3 » 30 »
5 »	5 » circa.
8 »	6 » 30 Sec. circa.
15 » } 30 » }	7 »

Ist demnach die Kette nur kurze Zeit geschlossen, so ist die zur Wiedererlangung der ursprünglichen Stärke erforderliche verhältnifsmäfsig lang; je gröfser jene wird, desto kürzer wird diese verhältnifsmäfsig, endlich werden beide einander gleich, hierauf ist letztere kleiner als erstere; hat endlich diese ihr Maximum erreicht, so wird jene constant.

Um zu erfahren, wie sich die zur Erlangung der verlornen Spannung nöthige Zeit mit der Anzahl der Plattenpaare ändert, wurden mehrere Versuche angestellt, von denen folgende besonders angeführt werden: Ein Apparat von acht Plattenpaaren hatte eine anfängliche Spannung von 12°. Als aber die Kette eine Minute lang geschlossen war, betrug die Spannung 7°,

nach 0 Min. 30 Sec.	circa 10°,
1 » 30 »	11°,
2 » 30 »	12°.

War sie 2 Min. lang geschlossen, so war sie

gleich nach dem Öffnen	6° 1/2,
nach 0 Min. 30 Sec.	9°,
1 »	10° 1/2,
2 »	11°,
3 » 30 Sec.	12°.

War sie 3 Min. lang geschlossen, so war sie

gleich nach dem Öffnen . . . . . $5^{0}\ {}^{1}/_{2}$,
nach 0 Min. 30 Sec. . . . . 8°,
1 » . . . . 9°,
3 » . . . . $10^{0}\ {}^{1}/_{2}$,
5 » circa . . . . 12°.

An einem Apparate von zwölf Plattenpaaren war die ursprüngliche Spannung 18°. Als aber die Kette 1 M. lang geschlossen war, zeigte sie sich

gleich nach dem Öffnen gleich . . 10°,
nach 0 Min. 30 Sec. . . . . 14°,
1 » . . . . 15°,
3 » . . . . 18°.

Als der Apparat 2 M. lang geschlossen war, betrug seine Spannung gleich nach dem Öffnen . $8^{0}\ {}^{1}/_{2}$,

nach 0 Min. 30 Sec. . . . . . . 12°,
1 » . . . . 15°,
2 » . . . . 16°,
4 » 30 Sec. . . . . 18°.

War er 3 M. lang geschlossen, so betrug seine Spannung gleich nach dem Öffnen . . . . . . 6°,

nach 0 Min. 30 Sec. . . . . 11°,
1 » . . . . 13°,
3 » . . . . 15°,
7 » 30 Sec. circa . . . . . 18°.

Hieraus folgt: Je gröfser die Anzahl der Plattenpaare ist, desto mehr Zeit ist zur Erlangung der ursprünglichen Spannung nothwendig; und je weniger Elemente ein Apparat enthält, desto länger braucht er, um in seiner Spannung um eine bestimmte Anzahl von Graden zuzunehmen.

Von zwei Electromotoren von acht Paaren enthielt einer Brunnenwasser mit $^{1}/_{4}$ Kochsalz, der andere destil-

lirtes Wasser. Letzterer zeigte eine Spannung von 11°, die, nachdem er 6 M. lang geschlossen war, auf 8° herabsank, und erst wieder zurückkehrte, als er 3 M. lang geöffnet war. Der Electromotor mit Salzwasser hatte eine anfängliche Spannung von 11°, nach einem Schlusse von 1/2 M. war diese 8°, und stieg wieder auf 11°, nachdem durch 2 M. lang die Communication der Pole aufgehoben war.

Bei einem anderen Versuche blieb ein Apparat, bei welchem der feuchte Leiter destillirtes Wasser war, 1/4 Stund geschlossen, und seine Spannung betrug 7°, nach 4 M. war sie auf 11° gestiegen. Dieselbe Spannung herrschte auch anfänglich. Die Spannung des Apparates mit Salzwasser war schon durch einen 1 M. dauernden Schluſs auf 7° herabgesetzt, und erreichte 11° erst, nachdem er 2 1/2 M. offen erhalten worden war.

Der wichtigste Schluſs, den man aus diesen Versuchen ziehen kann, ist, daſs ein Apparat bei übrigens gleichen Umständen zur Wiedererlangung seiner anfänglichen Spannung desto weniger Zeit braucht, je mehr die Flüssigkeit des Electromotors leitet; indeſs verkürzet die Vergröſserung der Leitungsfähigkeit dieser Flüssigkeit die zur Erlangung der Spannung nöthige Zeit nicht um so viel, wie die, welche nothwendig ist, um sie bei geschlossener Kette zu verlieren. Eine Veränderung im Bogen, der beide Pole mit einander in Communication setzt, hat auf die Zeit keinen Einfluſs, die ein Apparat braucht, um seine ursprüngliche Spannung wieder zu erlangen; diese richtet sich nur nach der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit, in die dieser Bogen getaucht wird, und steht mit ihr im verkehrten Verhältnisse.

Die Pole eines Apparates aus zwölf Zink- und Kupferplatten mit starkem Salzwasser wurden 5 M. lang mit einem Metallbogen in Communication gesetzt; da ver-

minderte sich seine Spannung von 18° auf 6°. Als er die ursprüngliche Spannung von 18° wieder erlangt hatte, wurde die Kette wieder wie vorhin 5 M. lang geschlossen, aber nach Verlauf dieser Zeit diese Pole des Apparates mit einer Schichte Brunnenwassers verbunden, die 35 Centimeter dick, und mit sechs kupfernen Querplatten unterbrochen war, dann aber die Metallverbindung aufgehoben. Da war nun der electrische Strom nicht einen Augenblick lang unterbrochen, sondern nur wegen der schlechteren Leitungsfähigkeit des neuen Verbindungsmittels verzögert. Als nach 5 M. auch diese Verbindung aufgehoben war, fand man die Spannung gleich 9°. Es können daher Electromotoren die Spannung wieder erlangen, ohne daſs der electrische Strom aufgehoben wird, bloſs durch eine Verzögerung desselben. Hieraus läſst sich einiger Maſsen erklären, warum der Verlust der Spannung eine gewisse Grenze erreicht; denn man hat es bei einer geschlossenen electrischen Kette stets mit zwei Kräften zu thun, wovon eine (der elect. Strom) die electromotorische Kraft der Platten, mithin auch die Spannung beständig zu vermindern sucht, während die andere dahin zielt, sie wieder herzustellen. Ist nun der Strom durch den erlittenen Verlust an Spannung so weit geschwächt, daſs er in jedem Augenblicke die electromotorische Kraft aufhebt, so wächst dadurch die andere Kraft um eben so viel, und es kann während der Verbindung der Pole keine fernere Verminderung der Spannung eintreten *).

*) *Marianini* meint, die Ursache, welche die Spannung wieder herstellt, liege in partiellen Strömen, die zwischen den Theilen jeder Platte Statt haben. Indeſs führt er, als dieser Annahme nicht ganz günstig, die Erfahrung an, welche er öfter gemacht hatte, daſs ein neugebauter electromotorischer Apparat bald nachdem er

Wenn ein *Volta*'scher Apparat seit längerer Zeit aufgebaut ist, so erleidet seine Spannung eine Verminderung, selbst wenn die Pole gar nicht, oder nur einige Augenblicke mit einander in Communication gesetzt worden sind. Die vorhin erzählten Versuche machen es wahrscheinlich, daſs diese Verminderung der Stärke von einer schwachen Circulation der Electricität herrührt, die wegen der unvollkommenen Isolirung stets Statt findet. Darin wird man noch durch die Erfahrung bestärkt, daſs ein Becherapparat von vierzig Plattenpaaren, der neun Monate aufgebaut blieb, beständig an trockenen Tagen eine gröſsere Spannung zeigte, als an feuchten. Hier ist es wahrscheinlich, daſs die Feuchtigkeit der Umgebung eine Verbindung der Pole bewirkte, und dadurch das Stattfinden eines electrischen Stromes begünstigte, der die Spannung schwächte. Es konnte aber auch seyn, daſs die Spannung bloſs durch die Berührung zwischen den Platten und der Flüssigkeit geschwächt worden.

Um dieses zu prüfen, nahm *Marianini* einen Becherapparat von eilf Elementen, und richtete ihn so ein, daſs er die metallische Berührung zwischen jeder Kupfer- und Zinkplatte aufheben, und nach Belieben erneuern konnte, ohne die Platten von ihrem Platze zu bewegen.

---

geöffnet war, eine gröſsere Spannung erlangte, als er vor dem Schlieſsen der Kette hatte. *Configliachi* sucht die Ursache dieser Erscheinungen darin, daſs beim Durchströmen der Electricität durch die Masse eines Körpers in ihr ein kleiner Rest bleibt, ähnlich dem Residuum an Leidnerflaschen. Er räth, zu bedenken, daſs auch der beste Leiter der Electricität einiges Hinderniſs in den Weg setzt, wenn sie denselben durchströmen will; daraus erklärt er seit langem die Electrisirung der Körper, sie mag bleibend oder vorübergehend seyn, mittelst der electrischen Ströme.

Diesem zur Seite stellte er einen anderen Apparat mit eben so vielen Plattenpaaren, und der gewöhnlichen Einrichtung. Die Platten von beiden waren neu und glänzend; der in die Flüssigkeit (Meerwasser) getauchte Theil betrug bei jeder 3 Q. Centim. Jeder zeigte eine Spannung von 15°. Die Communication der Platten des ersteren Apparates wurde hierauf, um jeden electrischen Strom zu verhüten, aufgehoben, und sie an einem gegen Staub geschützten Orte aufbewahrt. So oft *Marianini* die Spannung in diesen beiden Apparaten untersuchen wollte, wurde noch ein dritter hergenommen, der blanke Platten hatte, und ganz dem zweiten gleich war. Aus diesem nahm er ab, ob das Electrometer mittelst des Condensators an einem Tage wie am anderen wirke, welches wegen der Veränderlichkeit des Feuchtigkeitszustandes der Luft, die auf die electrische Spannung einwirkt, nothwendig war. Nach zwölf Tagen fand er an dem neu aufgebauten Electromotor (Nro. I.) die Spannung gleich 16°, an dem mit getrennten Platten (Nro. II.) nahe 16°, an dem auf gewöhnliche Art eingerichteten (Nro. III.) gleich 15°. Nach funfzehn Tagen, die feuchter waren als die vorhergehenden, betrug die Spannung

in Nro. I. . . . . . . 15°,
» Nro. II. . . . . . 15°,
» Nro. III. . . circa 13°.

Nach vierzig Tagen zeigten alle drei Apparate dieselbe Spannung von 17°.

Versuche, die nach Verlauf von drei Monaten angestellt wurden, zeigten immer, daſs die Apparate Nro. II. und III. eine etwas gröſsere Spannung haben, als Nro. I., welches daher kam, daſs die electromotorische Kraft des Kupfers durch dessen Oxydation, welche im Salzwasser eintrat, bedeutend gesteigert war. Aus allen diesem folgt, daſs eine längere Berührung zwischen Metall und

Flüssigkeit wenig oder gar keinen Einflufs auf die Verminderung der Spannung des Electromotors hat, und dafs daher dieses von der unvollkommenen Isolirung herrühre. Indefs darf man nicht übersehen, dafs auch die Verminderung der Leitungsfähigkeit des flüssigen Leiters in einer lange Zeit thätigen Säule auf die Verminderung des electrischen Stromes einen Einflufs äufsere; dasselbe thun die Materien, die sich an die Platten der thätigen Säule absetzen, und ihre Leitungsfähigkeit verändern. Daher sah *Marianini* oft, dafs ein Becherapparat, der an Spannung und der Kraft, einen Stofs zu ertheilen, bedeutend verloren hatte, alsogleich an beiden wieder gewann, wenn man blofs die Flüssigkeit wegnahm, und sie durch eine neue ersetzte; eben so fand auch *Larive* vor ihm, dafs der electrische Strom, der durch einen mehrfach durch Metallplatten unterbrochenen flüssigen Leiter gehen mufste, durch die an diese Platten sich ansetzende Unreinigkeit sehr geschwächt wurde, aber durch Reinigen derselben wieder seine alte Stärke bekam.

* * *

Frühere Versuche hatten *Marianini* den grofsen Einflufs der Oxydation der Platten eines *Volta*'schen Apparates auf die Erscheinungen an demselben kennen gelehrt, und gezeigt, dafs dieser Einflufs bei verschiedenen Metallen auch verschieden ist. Darum wollte er auch die hier beschriebenen, bei blanken Platten aus Zink und Kupfer bemerkten Versuche mit oxydirten und aus verschiedenen Metallen bestehenden anstellen: Ein Electromotor von acht Elementen, wovon besonders die Zinkplatten stark oxydirt waren, und dessen Spannung 11° betrug, wurde mit einem anderen, eben so viele, aber neue Elemente enthaltenden, verglichen, der auch eine Spannung von 11° zeigte. Die Resultate waren folgende:

Apparat mit oxydirten Platten.

Dauer des Schlusses der Kette.	Spannung.	Zur Wiedererlangung der ersten Spannung nöthige Zeit.
1 M.	5° circa	3 M. circa.
3 »	4° 1/2	4 »
30 »	3°	6 » circa.
60 »	2° 1/2	9 »
120 » } 180 » }	2°	10 » circa.

Apparat mit neuen Platten.

Dauer des Schlusses der Kette.	Spannung.	Zur Wiedererlangung der ersten Spannung nöthige Zeit.
1 M.	7° circa	2 M. 30 S.
3 »	6°	3 » 30 »
15 » } 30 » } 60 » }	4°	7 »

Hieraus folgt: 1. Der Apparat mit neuen Platten verliert in einer gegebenen Zeit weniger von seiner Spannung, als der mit oxydirten Platten. 2. Der gröfste Verlust an Spannung ist bei dem Apparate mit neuen Platten kleiner, als bei dem mit oxydirten. 3. Der neue Apparat erlangt eher die Grenze, über die hinaus der Verlust an Spannung nicht abnimmt, wenn man auch die Kette geschlossen läfst.

Ein *Volta*'scher Becherapparat mit acht Plattenpaaren von Zink und Gold mit Wasser, in welchem 1/100 Kochsalz aufgelöset war, hatte eine Spannung von 14°; ein anderer, mit Platten von Zink und Blei, übrigens dem vorigen gleich, zeigte eine Spannung von 9°. Diese zeigten folgende Resultate:

Platten von Gold und Zink.

Dauer des Schlusses der Kette.	Spannung.	Zur Wiedererlangung der ursprüngl. Spannung nöthige Zeit.
0 M. 5 S.	8° 1/2	circa 0 M. 45 S.
10 »	8°	circa 50 »
30 »	7° 1/2	1 »
1 » } 6 » } 15 » }	7°	1 »

Platten von Blei und Zink.

Dauer des Schlusses der Kette.	Spannung.	Zur Wiedererlangung der ursprüngl. Spannung nöthige Zeit.
0 M. 5 S.	8°	0 M. 30 S.
30 »	7°	1 » 20 »
1 »	6°	2 » 30 »
3 »	5°	3 » 30 »
6 »	schwache 5°	4 »
15 » } 40 » } 60 » }	4½°	4 »

Vergleicht man diese Resultate mit den vorhergehenden, so sieht man, daſs in dem Apparate mit Platten aus Gold und Zink die Spannung schneller, in dem mit Platten von Blei und Zink langsamer abnimmt, als im gewöhnlichen mit Platten aus Kupfer und Zink, und die Abnahme erreicht auch im ersteren in sehr kurzer Zeit ihr Maximum.

Marianini hat mit mehreren anderen säulenförmigen Apparaten aus verschiedenen Metallen Versuche angestellt; doch fand er diese Form der Apparate zu solchen Untersuchungen untauglich, weil die feuchten Tuchlappen keine unveränderliche Kraft haben. Solche Apparate könnten nur zweckdienlich seyn, wenn man den Leiter der zweiten Classe auf das Minimum der Feuchtigkeit gebracht hätte, welches bei den sogenannten trockenen Säulen der Fall ist.

Marianini stellte mit zwei von *Zamboni* erhaltenen trockenen Säulen, deren jede 1500 Plattenpaare enthielt, und am Strohhalm-Electrometer ohne Condensator eine Spannung von 14° zeigten, Versuche an. Er setzte ihre Pole mittelst eines bleiernen Streifens in Verbindung, und lieſs sie eine Minute lang geschlossen. Kaum war die Communication hergestellt, so sank die Spannung von 14° auf 6° herab. Bei anderen Versuchen nahm die

Spannung in 3 M. um 9°, in 8 M. um 10°, und in 15 M. um 10° 1/2 ab. Als in einer dieser Säulen die Kette 20 M. lang geschlossen war, betrug ihre Spannung gleich nach der Eröffnung der Kette 2°., nach 1 M. 4°, nach 2 M. 5°, nach 3 M. 6°, nach 5 M. 7°, nach 8 M. nahe 9°, nach 12 M. 11°, und nach 21 M. 14°.

Wenn die Pole statt des Metallstreifens mit einem feuchten Leiter geschlossen wurden, und wenn ein Pol der Säule mit der Zunge in Berührung gebracht, und der andere zwischen zwei mit Speichel benetzten Fingern gehalten würde, erhielt man ganz ähnliche Resultate. Es ist nicht einmal nothwendig, daſs die Verbindung der beiden Pole continuirlich Statt habe; es ist hinreichend, wenn die Kette tactförmig von Zeit zu Zeit geschlossen, und wieder geöffnet wird, nur darf sie nicht so lange offen bleiben, als nothwendig ist, um die ganze bei einer Berührung verlorene Spannung wieder zu erlangen.

Als *Marianini* einen Pol einer solchen Säule in einer Hand hielt, mit der anderen eine Bleiplatte faſste, und damit dreiſsig Mal den zweiten Pol berührte, so daſs in jeder Secunde eine Berührung Statt fand, bemerkte er, daſs die Spannung der Säule um 3° abgenommen hatte. Dasselbe fand er, als er eben so viele unmittelbar auf einander folgende Berührungen anbrachte. Als die Säule wieder ihre vorige Stärke erlangt hatte, setzten sie sechzig ähnliche Berührungen um 4° herab, aber zwanzig schnell auf einander folgende Berührungen verminderten die Spannung derselben Säule auch um 4°. Es verhalten sich daher die Zambonischen Säulen wie die anderen, auſser daſs sich bei jenen der Verlust der Spannung nicht nach der Leitungsfähigkeit des Ausladers richtet, welches wohl darin seinen Grund hat, daſs in solchen Apparaten der electrische Strom wegen der geringen Leitungsfähigkeit des Leiters des zweiten Classe, und der

grofsen Anzahl der Elemente, sehr an Intensität abnimmt.

* * *

Die bisher besprochenen Erscheinungen, vermöge welchen ein *Volta*'scher Apparat einen Theil seiner Spannung verliert, wenn seine Pole einige Zeit lang mit einander in Verbindung standen, und sie wieder erlangt, wenn die Kette einige Zeit offen stehen blieb, gestatten mancherlei Anwendungen. So kann man dadurch eine Substanz durch eine beliebige Zeit einem electrischen Strome aussetzen, dessen Stärke sich nicht unter eine gewisse Grenze vermindert. Man denke sich z. B. einen Apparat, dessen Spannung in 10 M. um 15° abnimmt, aber wieder 20 M. nach Eröffnung der Kette zurückkehrt, und lasse drei solche Apparate von gleicher Stärke, und zwar jeden durch 10 M. auf eine Substanz wirken, so kann jeder 20 M. ausruhen, in welcher Zeit er sich auch erholt. Wenn auch ihre Wirkung durch unvollkommene Isolirung oder durch Zersetzung der Flüssigkeit leidet, so kann man sie durch drei andere ersetzen, und den ersteren die zur Erholung nöthige Zeit gönnen.

Bekanntlich hat *Zamboni* durch seine Säulen ein Pendel mit einem Uhrwerk in Bewegung gesetzt; allein selbst viele Bemühungen führten nicht zum Zweck, theils wegen der Unvollkommenheit der Säulen, theils weil der Mechanismus eine den Säulen nicht angemessene Kraft forderte, theils auch wegen der Verminderung der Spannung durch die Schliefsung der Kette. *Zamboni* hat zwar seine Electromotoren sehr verbessert, und die zur Erzeugung der beabsichtigten Bewegung nöthige Kraft auf ein Minimum gebracht, zugleich mehrere Säulen angebracht, die selbst bei der kleinsten Kraft das Uhrwerk noch bewegen können, aber dadurch ist doch noch nicht

der Zweck ganz erreicht. *Marianini* meint, man könne die Abnahme der Spannung durch unvollkommene Isolirung vermindern, wenn man den Apparat in ein Gehäuse stellt, wo sich eine die Luftfeuchtigkeit absorbirende Substanz befindet, und die Abnahme der Spannung durch das Geschlossenseyn der Säule dadurch unschädlich machen, dafs das Uhrwerk selbst, etwa durch ein sinkendes Gewicht, die schon schwachen Säulen aufser Thätigkeit setzt, und dafür andere ausgeruhte in Anspruch nimmt.

Es werden diese Anwendungen wohl defshalb nicht sehr zweckmäfsig erscheinen, weil die Schwächung der Spannung bei der Verbindung der Pole durch einen metallinischen Leiter sehr schnell erfolgt, die Zunahme der Spannung langsam vor sich geht, und man zwanzig und mehrere Electromotoren haben müfste, um einen Metalldraht einem electrischen Strome aussetzen zu können, dessen Stärke nicht unter eine gewisse Gröfse herabsinkt. Indefs bei den Wirkungen, bei welchen der die Pole verbindende Bogen von Metall seyn mufs, kommt es wenig auf die Anzahl der Elemente an, ja eine grofse Anzahl derselben ist mehr schädlich als nützlich; auch ist es bekannt, dafs man die Änderungen der electromotorischen Kraft, die ein electrischer Strom erzeugt, durch einen entgegengesetzten Strom leicht aufheben kann. Ein Electromotor von sechs Elementen hatte eine Spannung von 9°, und verlor durch das Schliefsen der Kette in 4 M. 5°; als der die Kette schliefsende Metalldraht weggenommen war, wurde mit dem + Pol dieses der + Pol eines Becherapparates von vierzig Elementen in Verbindung gebracht, und mit den — Polen eben so verfahren. Da ging durch ersteren Apparat der electrische Strom in entgegengesetzter Richtung, und nach $^1/_2$ M. hatte er seine ursprüngliche Spannung wieder.

Auf diese Weise kann man sogar die Kraft eines Apparates über seinen natürlichen Zustand steigern. So bekam der vorige Apparat, dessen Spannung 5° betrug, durch den Becherapparat von zwanzig Elementen in 2 M. eine Spannung von 10°.

Um zu sehen, ob mit dieser Zunahme der Spannung auch die electro-magnetische Kraft wächst, wurde ein Electromotor von acht Elementen, der die Nadel eines Multiplicators um 8° ablenkte, 1 M. lang geschlossen, worauf die genannte Ablenkung nur 3° betrug, die erst nach 12 M. auf 8° stieg; wurde dieser, statt ihn offen zu lassen, mit den gleichnamigen Polen eines Apparates von vierzig Elementen verbunden, so kehrte seine Kraft schon in 15 Sec. zurück. Durch längeres Verbundenbleiben beider Apparate läfst sich die Kraft des ersteren auf ihren dreifachen Werth bringen. (*Giorn. di Fis. Tom.* X. 299.)

C. Meteorologie und physische Geographie.

1. Bemerkungen über die Temperatur und das Klima von Schettland. Von *Scott.*

Scott hat während der Jahre 1824 und 1825 zu Belmont in der schettländischen Insel Unst, westl. Länge 0° 51′, nördl. Breite 60° 42′, Seehöhe 66.2 F., 300 Yard von der See entfernt, Thermometer-Beobachtungen angestellt, und daraus das Mittel für die Morgen und Abende deducirt, aus denen sich folgendes ergibt: In den Monaten Juni, Juli, August übertrifft die mittlere Temperatur des Morgens die des Abendes um 3°, im September um 1°, im October und November sind beide einander gleich, im December ist die Abendtemperatur um 0°,6 gröfser als die Morgentemperatur, im Jänner um 0°,2, im Februar um 0°,1.

In dieser Gegend sind nur wenige Gewitter, und

diese herrschen im Winter mehr als im Sommer; jetzt sieht man Nordlichter nicht mehr so häufig, wie vor 15—20 Jahren, ja selbst die, welche man sieht, haben kein so lebhaftes Licht und keine so schnell dahinfahrenden Strahlen. Merkwürdig ist folgende Erscheinung, die *Scott* erzählt. Im Erdgeschosse des Hauses zu Belmont, wo diese Beobachtungen angestellt wurden, befindet sich ein Schrank mit umgestürzten Weingläsern. Diese Gläser geben oft beim ruhigsten Wetter, wo nicht die mindeste Bewegung an ihnen oder am Kasten hervorgebracht wurde, einen eigenen Klang, der stets Wind verkündet, und der selbst desto stärker ist, je heftiger der bevorstehende Wind ist. Es steht dieses Phänomen mit der Wetterharfe in genauer Verbindung. (*Philos. Journ. N. 5. p.* 118.)

2. *Latta's* Beobachtungen über das Klima und die Eisberge von Spitzbergen.

Latta hat im fünften Hefte des *Philos. Journal*, Seite 91, einen Aufsatz geliefert, in welchem er seine Bemerkungen über das Klima und die Eisberge von Spitzbergen bekannt macht, und zugleich einen Streit zu schlichten gedenkt, der aus einem früheren Aufsatze zwischen ihm und *Scoresby* in Betreff des ersteren Gegenstandes entstanden ist. Hier wird der polemische Theil gänzlich übergangen, und nur das angegeben, was *Latta* beobachtet hat.

Wir landeten, erzählt *Latta*, zu Spitzbergen, in der Nachbarschaft der sieben Eisberge, die etwa nördlich von dem Canale liegen, der Faire-Foreland vom Hauptlande trennt, in einer Breite von 79°. Da war das Land auf den schneefreien Stellen ganz nackt. Mein Hauptauftrag ging dahin, Exemplare verschiedener Thiere zu sammeln, die mir in den Weg kämen. Auf einer Ex-

cursion an den Küsten folgte ich, wiewohl ein dichter Nebel das Innere des Landes deckte, dem Laufe eines Thales, das landeinwärts führte, brauchte aber gar nicht weit zu gehen, um zu sehen, dafs der Schnee allgemein wurde. Wo der Nebel einen Augenblick zerrifs, sah ich nur eine einförmige, wüste Schneefläche, ohne die mindeste Spur eines lebenden Wesens; darum kehrte ich auch um. Da nun der Schnee selbst in den unteren Regionen nicht schmilzt, so mufs wohl das Land eine sehr geringe Temperatur haben.

Ich richtete nun meine Schritte nach einem der vorzüglichsten Eisberge, und beschlofs, das Boot mir an einer Seite folgen zu lassen, und zu Fufs diese ungeheure Masse zu durchwandern. Bei dieser Excursion hatte ich eine schickliche Gelegenheit, Phänomene zu beobachten, welche beweisen, wie niedrig die Temperatur im Lande ist, wie nahe die Schneegrenze der Meeresfläche liegt, und dafs die Luft über den Küsten und in der Nachbarschaft des Meeres viel wärmer sey. Die der See zugekehrte Seite des Eisberges bildet einen steilen Abhang, von etwa 200 F. Höhe, und wird von Wellen bespielt. An dieser Seite ist nicht nur der Schnee, sondern auch ein Theil des Eises geschmolzen. Die Landseite, die längs eines Thales hinläuft, ist mit ewigem Schnee bedeckt. Die Schneemasse ist nach allen Seiten zerklüftet, und in den gähnenden Klüften rinnt das vom geschmolzenen Schnee entstandene Wasser dem Ocean zu. Die Risse im Eise gehen vielleicht bis zum Boden des Eisberges, sie sind 1 oder 2 englische Klafter breit, unten aber weiter als oben; sie nöthigten mich, um den höheren Theil des Berges herum meinen Weg zu nehmen; ich fand aber keinen Ausweg, bis ich in die Nähe der Schneelinie gelangte. Da konnte ich nur mit der gröfsten Vorsicht weiter schreiten, weil der

Schnee die gefährlichen Stellen unkenntlich machte, die tiefer unten noch durch ihre Farbe kenntlich waren. Wo der Schnee die Klüfte ganz ausfüllte, war die Gefahr geringer, doch bildete er oft nur eine dünne Decke über einen Abgrund, die kein Gewicht zu tragen vermochte. Einmal wich plötzlich unter mir der Grund, und nur die Kraft meines Armes und der Widerstand meines Schiefsgewehres erhielt mich einige Secunden lang zwischen zwei Wänden über einem furchtbaren Abgrunde; doch half ich mir durch wenige gefahrvolle Bemühungen wieder heraus. Es ist unmöglich, meine Gefühle nach diesem schrecklichen Momente zu schildern, als ich den finsteren Schlund betrachtete, der mir kurz vorher den Untergang gedroht hatte. Ich war unentschlossen, ob ich meinen Weg fortsetzen, oder umkehren sollte. Endlich, als ich bedachte, dafs ich den halben Weg und manche Gefahren überstanden hatte, und das Boot meiner am Gestade wartete, zu dem ich nur über den Eisberg gelangen konnte, so setzte ich meinen Weg fort, und langte glücklich beim Boote an.

Während eines grofsen Theils des Jahres herrscht eine sehr starke Kälte, die Temperatur der Wintermonate ist meistens zwischen 60° oder 70° F. unter dem Eispuncte (?), während des Sommers steigt sie nur an den Küsten etwas über 40°, und dieses selten; denn die Luft ist gröfstentheils voll undurchdringlicher Nebel, so dafs die Wärme der Sonnenstrahlen absorbirt ist, lange bevor sie den Boden erreichen. Selbst während der kurzen Dauer heiterer Tage kann nur wenig Wärme sich an der Erdoberfläche entwickeln, weil die Strahlen der Sonne bei ihrem schiefen Auffallen eine so grofse Luftmasse zu durchwandern haben, die wegen der intensiven Kälte auch noch sehr dicht ist; ja die wenige Wärme wird noch durch den Einflufs der oberen

kalten Region absorbirt. Capitän *Weddel* schreibt in einer Beschreibung der Reise in den antactischen Ocean die Kälte der See in der Nähe hoch gelegener Inseln dem erkältenden Einflusse des Festlandes zu, und ich zweifle nicht, dafs sich dieses auf Spitzbergen anwenden lasse. Spitzbergen ist eine Insel von grofser Ausdehnung, der Boden ist erkaltet durch einen fast beständigen furchtbar strengen Winter, und, an den Küsten ausgenommen, zu allen Jahrszeiten mit Schnee bedeckt, darum können die Sonnenstrahlen wenig Wirkung darauf ausüben. Der Einflufs dieser Eigenthümlichkeiten ist keineswegs durch die Nähe der See verhindert, sie mag mit Eis und Schnee bedeckt, oder offen seyn. Sie absorbirt die wenige von Sonnenstrahlen herrührende Wärme ohne Erhöhung ihrer Temperatur. Letzteres verhindern die beständigen kalten Ströme. Der Frierpunct des Seewassers liegt 4° F. unter dem des süfsen Wassers, und da die Beweglichkeit der Theile desselben viel geringer ist, so geht auch der Wechsel derselben langsam vor sich, und es braucht lange, bis die Temperatur der oberen Schichten den Eispunct des süssen Wassers erreicht hat.

Unter diesen Umständen mufs die Temperatur in Spitzbergen im Allgemeinen gering seyn. Die Kraft der Sonne ist daselbst nicht unbedeutend, und in den vom Schnee freien Stellen steigt oft die Temperatur auf 40° — 50°; doch gilt dieses nicht allgemein, sondern nur von den Küstengegenden, wo die wärmere Seeluft den Schnee schmilzt, und der Boden dem Einflusse der Sonnenstrahlen Preis gegeben ist. Wenn der Wind von der See her blies, war der Himmel an den Küsten heiter, während das Festland in dichten Nebel eingehüllt war. Die Ursache dieser Erscheinung liegt zum Theil in der Vermengung von Luftschichten von verschiede-

ner Temperatur, und zwar der wärmeren von der See kommenden, und der kälteren vom festen Lande. Wenn der Wind von Süden über die See kommt, wie dieses im Juni, Juli und August der Fall ist, so ist die Temperatur der Luft, die von der eisfreien See herkommt, um einige Grade über dem Eispunct, und enthält viele Dünste. So lange sie gegen die Küsten hin geht, berührt sie keinen kälteren Körper, sobald sie aber an die kalten Berge oder an die mit Eis bedeckte See gelangt, so wird ihre Temperatur vermindert, sie ist nicht mehr im Stande, die Dünste zu behalten, und diese scheiden sich zu Nebel aus, der die Atmosphäre verdunkelt. Dieses zeigt sich besonders am Klima von Spitzbergen.

Die Wärme der anliegenden See ist gemäſsigter, als irgend wo in der arctischen Zone. Dieses zeigen nicht nur Beobachtungen, sondern auch der Umstand, daſs sich an der ganzen Westküste der Insel so wenig Eis bildet. Wahrscheinlich rührt dieses von der Wärme des Golphstromes her, der von den Küsten von Schottland und Norwegen nach Spitzbergen geht, und sich in den Strömungen des Eismeeres verliert. Aus diesem Grunde friert die See hier viel später, und es bildet sich ein merkwürdiger Meerbusen, der sich bis zum 80° der nördl. Breite in der Richtung dieses Stromes erstreckt, und Wallfischbay heiſst. Dieses beweiset auch die auf die Westküste von Spitzbergen beschränkte Grenze der Eisberge, die alle nur bis an die Küste sich erstrecken, während in der Baffinsbay und an der Ostküste von Alt-Grönland, wo die Temperatur des Wassers geringer ist, Eisberge bis in die See hineinreichen, und mit der Zeit jene im Ocean schwimmenden bergähnlichen Eismassen erzeugen. Sobald nun in Spitzbergen die mit Dünsten beladene wärmere Luft ein Eisfeld trifft,

so setzen sich ihre Dünste ab, und bilden Nebel oder Schnee; gelangt sie aber ans Land, so löset sie den Schnee an den Küsten auf, beim Eindringen in das Innere desselben hingegen wird sie aber durch den kalten Boden erkältet, und es entsteht Schnee, der die Luft fast immer verdunkelt.

Vom Zustande des inneren Landes überzeugte ich mich vom Gipfel eines Berges aus, wohin mich *Scoresby* begleitete, von wo aus wir eine der wildesten Scenen sahen, welche die Fantasie zu mahlen vermag. Der Wind hatte alles Gewölke verjagt, alles war ruhig, und das Wasser, so weit das Auge reichen konnte, frei von Eis; auch am Gestade und weiter ins Land hinein war der Schnee geschmolzen, bis auf das Innere, welches noch damit bedeckt war. Dieses zu schmelzen, reichte die Sonnenwärme nicht hin. (*Phil. Journ. Nro.* 5, *p.* 91.)

3. Über den Einfluſs der Niederungen auf die Bildung des Reifes während der Nacht. Von *P. Prevost.*

Schon *Theophrastus* hat, sagt der Verfasser, den schädlichen Einfluſs der Kälte auf Pflanzen in tief liegenden Orten bemerkt; *Wells* gibt dieses zwar nicht allgemein zu, sondern meint, es beschränke sich nur auf niedere, aber hinreichend frei liegende Orte, und finde nur in ruhigen und heiteren Nächten Statt. Er schreibt dieses zwei Ursachen zu, deren beide von der Ruhe der Luft in niedrig liegenden Orten herrühren, nämlich dem Umstande, daſs daselbst die Luft weniger erneuert, und daher der Zutritt der wärmeren abgehalten wird, und dem davon abhängenden gröſseren Absatz an Feuchtigkeit, wodurch die Luft weniger Thau erzeugt, und so weniger gebundene Wärme frei macht.

Indeſs läſst seine Arbeit manches zu wünschen übrig, woran gewiſs der schwankende Gesundheitszustand dieses Gelehrten Schuld war.

Mit der Erscheinung, daſs sich während der Nacht in tief liegenden Orten häufiger Reif bildet, als in höheren, steht die gröſsere Kälte, welche in solchen Orten Statt findet, in Verbindung. Davon überzeugte sich *Wells*, und schon vor ihm *Wilson*. Schon in den Jahren 1778 und 1779 hat *Pictet* zur Zeit der Nacht den Unterschied in der Temperatur bemerkt, welcher von zwei Thermometern angezeigt wurde, deren eines 75, das andere 5 Fuſs über dem Boden hing. Er bemerkte auch, daſs in einer heiteren und ruhigen Zeit diese zwei Thermometer innerhalb 24 Stunden zwei Mal einander begegneten, und zwar zwei Stunden nach Sonnenaufgang, und einige Zeit nach Sonnenuntergang. Von da an bis um 11 Uhr Abends zeigte das untere Thermometer eine um 4° — 5° F. niedrigere Temperatur. Dieselbe Temperaturdifferenz fand auch noch bei Tagesanbruch Statt, so, daſs der Beobachter daraus den Schluſs zog, sie dauere die ganze Nacht so fort.

Einige Jahre später fand *Six* in einer Höhe von 220 Fuſs die Luft um 10° wärmer als in der von 7 Fuſs, und bei 110 Fuſs fand er eine Mitteltemperatur. Indeſs bemerkt *Pictet*, daſs bei bewölktem Himmel, bei einem heftigen Wind oder Nebel die um 70 Fuſs von einander entfernten Thermometer einerlei Temperatur zeigten; dasselbe bemerkte auch *Six*, wiewohl er einige Abweichungen von diesem Gesetze wahrnahm, und fand, daſs wenn diese Statt fanden, die Thermometer einen entgegengesetzten Stand zeigten, mithin die oberen Luftschichten kälter waren als die unteren. *Wells* bemerkt, daſs in unruhigen trüben Nächten der Boden und die

Luft bei einer bestimmten Höhe einerlei Wärmegrad zeigen, der desto geringer ist, je bedeutender diese Höhe ist.

Nun frägt es sich aber um die Ursache dieses Temperatur-Unterschiedes zwischen dem Boden und der Luft, und zwischen der oberen und unteren Luft. Der erstere Unterschied zwischen der Luft und dem Boden erklärt sich leicht aus dem bekannten Ausstrahlungsvermögen der Erde, und dem geringen der Luft. Vermöge diesem sendet erstere während der Nacht beständig Wärme aus, ohne sie wieder zurück zu erhalten. Aus diesem leitet sich auch der zweite Punct der obigen Frage ab, warum nämlich die untere Luft kälter ist als die obere. Die Luft nimmt nämlich an der Erkältung des Bodens desto mehr Antheil, je näher sie ihm ist, und darum werden auch die unteren Luftschichten mehr als die oberen abgekühlt. Aufser diesen Hauptursachen spielt auch noch eine untergeordnete eine Rolle, nämlich die Bewegung der Luft. Die kalte Luft sinkt beständig abwärts, und häuft sich daher auch in den unteren Regionen an, so dafs dadurch die schon aus dem vorigen Grunde herabgesetzte Temperatur der unteren Luftschichten noch mehr zum Sinken gebracht wird. (*Mém. de la Soc. de Phys. de Genève. Tom. III. P. II.*)

4. Hof- und Nebensonnen, in Amerika beobachtet.

Am 8. September 1816 wurde zwischen 2 und 3 Uhr zu New-Port in der Insel Rhode ein merkwürdiger Hof um die Sonne beobachtet, der gegen eine Stunde dauerte. Er wurde von *D. Melville* gezeichnet, und ist in der Fig. 21 vorgestellt.

Der die Sonne *S* umgebende Kreis war von der ge-

wöhnlichen Gröfse, und zeigte am ganzen Umfange die prismatischen Farben. Am oberen und nordöstlichen Rande befand sich eine Nebensonne, deren Strahlen einen zweiten Hof von trüber, weifser Farbe bildeten, der seinem ganzen Umfange nach wohl begrenzt erschien, aber immer schwächer wurde, so wie er sich dem Haupthofe gegen den südwestlichen Rand hin näherte, an welchem Rande er sich mit ihm vereinigte. Dieser Hof *AB* hatte einen doppelt so grofsen Durchmesser, wie der, welcher die Sonne umgab, und hatte in *A* uud *B* Nebensonnen. Die von *A* und *B* ausgehenden Strahlen bildeten zwei andere Kreise, *mn* und *np*, deren Durchmesser wieder doppelt so grofs war, als *AB* (was aber in der Zeichnung nicht der Fall ist). Da, wo sich diese Kreise (in *n*) schnitten, bildeten sich Segmente *qr* eines fünften Hofes, wovon ein Stück von 120° sich unter dem Horizont befand.

Zu Tol County Kentucky sah man am 19. August 1825 einen anderen Hof, der in Fig. 22 abgebildet ist. Stellen *O* und *W* den Ost- und Westpunct vor, *A* das Zenith, und *B* die Sonne, so ist *CC* ein Ring mit ungemein glänzenden prismatischen Farben, *DD* ein anderer sehr heller Ring, der durch die Sonne *B* geht, *EE* zwei Segmente von Ringen, die *DD* in *F* schneiden. Diese Segmente erschienen sehr hell um *F*, wurden aber immer weniger sichtbar, so wie sie sich der Sonne näherten. Die Puncte *B*, *A*, *F* lagen in einer geraden Linie, der Durchschnitt *F* hatte mit der Sonne einerlei Höhe über dem Horizont, und bewegte sich in dem Mafse gegen Nord, dem Zenith sich nähernd, in welchem die Sonne dem Süden zuging, und dem Zenith sich näherte. Man bemerkte diese Kreise zuerst um 8 Uhr, sah sie aber bis 11 Uhr. Es war keine Wolke

zu sehen, und der Nebel in der Atmosphäre so dicht, dafs der Himmel völlig weifs erschien; die Sonne schien aber mit solchem Schimmer, dafs es den Augen an beleuchteten Stellen wehe that.

Am folgenden Freitag zeigte sich dasselbe Phänomen, es hatte aber noch um einen elliptischen Hof mehr, der weniger glänzend erschien, als einer der äufseren.

Am 19. August 1825 sah man zu Jackson in Tennessee einen Hof, den die Fig. 23 darstellt. Er ist beinahe so beschaffen, wie der vorhin beschriebene. *A* ist das Zenith, *B* die wahre Sonne, *C C* etc. Nebensonnen, wie sie in den Durchschnitten der Kreise *D E* erscheinen, *D D* sind zwei kleine Segmente eines grofsen Kreises, und *E*, *W* der Ost- und der Westpunct.

Der leuchtende Kreis sah aus, wie ein Mondregenbogen; der Theil des kleinen Kreises, welcher westlich von der wahren Sonne sich befand, erschien heller, als der übrige Theil; die äufsersten, gegen Nord und Süd gelegenen Puncte der zwei grofsen Kreise erschienen sehr trübe, und das Ostende des kleinen Kreises etwas gedrückt. In diesem Hofe erschienen die zwei Kreise *m n*, *n p* der Figur 21 vollkommen, und noch dazu die Segmente *D D*; der Kreis, wovon *A* der Mittelpunct ist, erschien kleiner als in Fig. 21, auch befanden sich dort Nebensonnen, die an dem vorigen mangelten.

Am 14. August 1825 sah man zu Millberg in Massachussets einen Hof, wie er in der Figur 24 abgebildet ist. Er erschien um 8 Uhr Morgens, und dauerte bis nach 11 Uhr. *S* ist die Sonne, *A B* ein Kreis, in dessen Mittelpunct sich die Sonne befindet, *C D* ist eine Ellipse, und *E F* ein grofser Kreis an der Westseite der

Sonne, durch welche er geht. Die Farben waren, mit Ausnahme der Puncte *G* und *H*, denen an einem Regenbogen ähnlich. (*Edinb. journ. of science. N. XIII. p.* 113.)

* * *

Ich glaube an allen diesen Erscheinungen nichts zu finden, was mit der vom unsterblichen *Fraunhofer* gegebenen Theorie der Hof- und Nebensonnen etc. unverträglich wäre. Mehr würde sich hierüber sagen lassen, wenn die Ordnung der Farben von Innen nach Aufsen an den Höfen angegeben wäre.

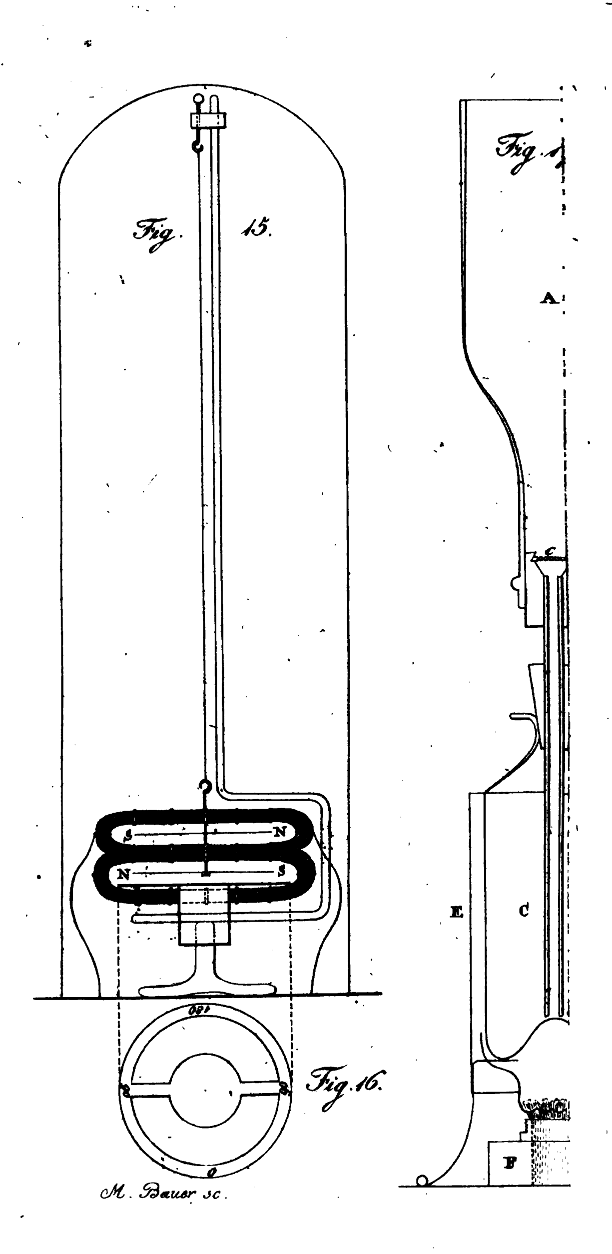
5. Grenze der Atmosphäre.

Graham glaubt durch eine von *Schmidt* und *Wollaston* ganz verschiedene Schlufsweise zu der Einsicht geführt zu werden, dafs die Atmosphäre begrenzt sey. Seine Ansicht, die an Richtigkeit wohl in den Augen eines Jeden verdächtig erscheinen wird, ist folgende: Die Luft in den obersten Regionen befindet sich in einer sehr niedrigen Temperatur; die oberste Schichte ist diejenige, welche nicht mehr im ausdehnsamen Zustande bestehen kann, sondern fest wird. Durch dieses Festwerden der Luft wird Licht entwickelt; in den Polarregionen ist die Atmosphäre kälter, und daher erstreckt sie sich auch minder weit von der Erde, und das beim Festwerden entwickelte Licht ist das, was man Nordlicht nennt. (*Philos. mag. Feb.* 1827.)

D. Depression des Quecksilbers im Barometer vermög der Capillarität. Von *Bouvard.*

Durchmesser der Röhre.	Depression.	Durchmesser der Röhre.	Depression.
Millimeter.	Millimeter.	Millimeter.	Millimeter.
21.000	0.028	10.500	0.372
20.500	0.032	10.000	0.419
20.000	0.036	9.500	0.473
19.500	0.041	9.000	0.534
19.000	0.047	8.500	0.604
18.500	0.053	8.000	0.684
18.000	0.060	7.500	0.775
17.500	0.068	7.000	0.877
17.000	0.077	6.500	0.995
16.500	0.087	6.000	1.136
16.000	0.099	5.500	1.306
15.500	0.112	5.000	1.507
15.000	0.127	4.500	1.752
14.500	0.143	4.000	2.053
14.000	0.161	3.500	2.415
13.500	0.181	3.000	2.902
13.000	0.204	2.500	3.594
12.500	0.230	2.000	4.579
12.000	0.260		
11.500	0.293		
11.000	0.330		

Connaiss. des tems. 1829.


Fig. 15.
S
N
N
S
180
0
Fig. 16.
A
c
E
C
F
M. Bauer sc.

ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Einige Beobachtungen über die Temperatur der Amphibien;

von

Jos. J. Czermak,

Doctor und Professor der Heilkunde.

Alles Organische hat eine, von dem Medium, in welchem es lebt, dem es sein kürzeres oder längeres Daseyn zum Theile verdankt, differente Temperatur; und sollte keine Verschiedenheit Statt finden, so müssen wir es in den meisten Fällen einer zufälligen Übereinstimmung zuschreiben. Ich untersuchte mit meinem hochgeehrten Freunde *Biasoletto*, Dr. der Philosophie und Chemie zu Triest, an den Küsten Istriens einige Protozoen, und wir fanden im Vergleich des Meeres sowohl als der Atmosphäre, Unterschiede von 1 — 1½° R. Ich gestehe zwar offen, nie Entozoen in dieser Beziehung geprüft zu haben, doch gaben mir alle anderen Thiere niederer Classen eine unbedingte Bestätigung meines Ausspruchs: Alles Organische hat eine eigenthümliche Wärme. Actinien, Holothurien, Asterien, so viele aus der Classe der Insecten, Polymerien, Annularien und Molusken überzeugten mich sattsam desselben. Ich entferne mich zwar von meinem festgesetzten Ziele, der Überschrift meines Aufsatzes, doch hielt ich es für

nöthig, im Allgemeinen einige Beobachtungen, welche ich in demselben Journale specificiren werde, vorauszuschicken, und noch einige Worte vorangehen zu lassen.

Kälte und Wärme sind relative Begriffe, und im Vergleiche unserer Temperatur sind alle übrigen Geschöpfe, die Säugethiere und Vögel ausgenommen, kaltsäftig; indessen dürfen wir diesen Ausdruck nicht so verstehen, als würde ihre Wärme von der äufsern bestimmt, als mangle ihnen die innere Kraft, die Wärme des Mediums zu besiegen. Würden sie in diesem Kampfe des unwägbaren Stoffes von dem Äufsern unterdrückt werden, so wären sie in dieser Beziehung abhängige, und nicht bestimmende Wesen; sie sind daher lebenslos, lebensunfähig, so wie ich es an mehreren frisch gelegten Eiern beobachtete, welche, da sie keine eigenthümliche Wärme zeigten, vergebens bebrütet wurden. Durch die innere Metamorphose, die pro- und regressive Umwandlung der organischen Materie, wird die Wärme entwickelt; so wie jene als Scheidungslinie zwischen dem (sogenannt) Todten und Lebenden von dem Verstande anerkannt wird, so ist diese das *sinnlich wahrnehmbare* Zeichen des Todten und Lebenden. Hier ist die weite Kluft zwischen dem Organischen und Unorganischen. — Die organischen Wesen zeigen beinahe im gleichen Verhältnisse der Vervielfältigung und Vollkommenheit der Organe, welche die Summe, den Organismus, bedingen, eine bestimmtere, mehr unabhängige Wärme; daher der Mensch am besten diese cosmische Potenz bezwingt, obwohl auch seine so beständige Wärme durch die zu sehr erhöhte oder verminderte äufsere, wie ich oft an mir selbst zur heifsen Sommerszeit im wärmeren Clima beobachtete, um einige Grade verändert wird. — Betrachten wir nun die Organisationen nach der vollkommneren Ent-

wicklung ihrer Organe, so sind die Reptilien, besonders ihren Respirations- und Blutumlaufsorganen nach, höher gestellt, als die Fische, und daher haben sie auch eine höhere, von dem Medium unabhängigere Temperatur, als jene [1]). Ich vertraue wenig auf *Braun's* [2]) Beobachtungen, und wundere mich, dafs er an dem vortrefflichen Naturforscher *Treviranus* [3]) einen Anhänger fand, da es eine so leichte Sache ist, sich von dem Gegentheile zu überzeugen. *Davy's* [4]), *Borda's*, *Rudolphi's* [5]), *Krafft's* [6]) treue Beobachtungen bestätigen meine Versuche, da ich sowohl in den Flufs- als Meerfischen bedeutende Unterschiede fand. Vorzüglich aber überzeugte ich mich an einigen electrischen Fischen (*Torpedo marmorata*), welche, ausgesetzt der atmosphärischen Luft, wasserlos durch mehrere Stunden lagen, und an denen keineswegs mehr eine electrische Wirkung (eine höhere Lebenskraft) zu fühlen war, dennoch in der Gegend der Kiemen und des Herzens eine selbstständige Wärme zeigten. Um so mehr aber erfreute mich diese Erfahrung, welche ich auf dem Fischmarkte zu Venedig machte, da unser grofser *Rudolphi* ein Gleiches beobachtete, das ich an mehreren Individuen bestätigt fand. Ich bezweifle daher nicht die Temperatur dieser Thiere, und schreite somit zu dem eigentlichen Ziele meines Aufsatzes.

---

1) *Martine Medical and philosophical Essays. Lond.* 1740, *pag.* 331, 332.

2) *Nov. Comment. Acad. scient. Petrop. T. XIII. p.* 419.

3) Biologie, T. V, S. 29.

4) *Heusinger's* Zeitschrift f. d. organische Physik. Bd. 1, Heft 2. August 1827, S. 218.

5) Grundrifs der Physiologie. Bd. 1. S. 174.

6) *Praelect. in Phys- theor. Tubing.* 1750, S. 293.

Ich durchstreifte im verflossenen Frühlinge mit einigen meiner Schüler die Umgebungen Wiens, in der Absicht, die eigenthümliche Temperatur der Amphibien genauer zu untersuchen, und meine früher gemachten Beobachtungen durch neue zu begründen. Der Thermometer, den ich benützte, ist nach *Réaumur's* Seala getheilt, und nach unten mit einem sehr dünnen Kolben versehen, um ihn in kleinere Organe einbringen zu können. Von der Güte dieses Instruments überzeugte ich mich früher genügend durch Vergleiche mit anderen, und ich gestehe aufrichtig, dafs ich seit dieser Zeit kein ähnliches erhielt. — Die Amphibien, welche ich gewöhnlich auf meinen Spaziergängen fing, waren: Frösche, Kröten, Eidechsen, Schlangen; jedoch reihte ich meinen Versuchen auch Proteen, welche mir aus Illyrien zugesandt wurden, und Schildkröten an. Stellen wir die Temperaturen dieser Thiere neben einander, so kömmt den Batrachiern die am wenigsten eigenthümliche Wärme zu, und sie steigen fast in folgender Ordnung: Proteen (*Hypochlon Laurentii*), Chelonier, Saurier, Ophidier.

Ich füge hier eine kleine Tabelle bei, welche die Temperatur der Batrachier darstellt; damit soll aber nicht gesagt seyn: es sind alle Versuche, welche gemacht wurden; denn, überzeugt von den Schwierigkeiten, mit denen man selbst bei so einfachen Beobachtungen zu kämpfen hat, wählte ich nur jene, die bei frischen Thieren, und minderer Veränderung ihres Naturzustandes durch zu starke Verletzung, längeres Betasten u. a. m. von Mehreren genau geprüft wurden. Die früher untersuchten Organe werden zuerst angeführt.

1. Batrachier.

Thier.	Äufsere Temperatur.	Theil.	Eigen thüml. Temp.	Beständigkeit.
1. *Rana esculenta.*	Was. $5\frac{1}{2}^{\circ}$ R. Atm. $10\frac{1}{8}^{\circ}$ R.	Herzbeutel Bauchhöhle	$7\frac{1}{8}^{\circ}$ R. $6\frac{1}{3}^{\circ}$ R.	In 3 Minuten $5\frac{3}{4}^{\circ}$
2. —	Wasser $6\frac{1}{4}^{\circ}$ Atmosph $6\frac{3}{4}^{\circ}$	Herz Speiseröhre	$6\frac{3}{4}^{\circ}$ $6\frac{3}{8}^{\circ}$	In 4 Minuten $5\frac{3}{4}^{\circ}$
3. —	Atmosph. 14°	Magen Herz	$16\frac{2}{3}^{\circ}$ $16\frac{3}{4}^{\circ}$	In 8 Secund. $15\frac{1}{2}^{\circ}$.
4. —	Atmosph. 16°	Speiseröhre Herz	$17\frac{3}{8}^{\circ}$ 18°	In 9 Secund. $16\frac{1}{4}^{\circ}$
5. —	Wasser 34° Atm. $17\frac{1}{8}^{\circ}$	Bauchhöhle	30°	In 3 Minuten 10°
6. —	Künstl. Kälte -4° Atm. $+17\frac{1}{8}^{\circ}$	Herzgegend Bauchhöhle	$2\frac{1}{4}^{\circ}$ $1\frac{1}{8}^{\circ}$	Stieg in 6 Minuten auf 8°
7. *Calamita arborea*, Laubfrosch	Atm. $14\frac{1}{8}^{\circ}$	Bauchhöhle Herz	$16\frac{3}{4}^{\circ}$ $17\frac{1}{8}^{\circ}$	Nicht weiter untersucht.
8. —	Atmosph. 17°	Speiseröhre Herz Bauchhöhle	16° $16\frac{3}{4}^{\circ}$ $16\frac{1}{8}^{\circ}$	—
9. —	Wasser $33\frac{1}{4}^{\circ}$ Atm. $18\frac{1}{8}^{\circ}$	Herzkam.	$29\frac{1}{8}^{\circ}$	—
10. *Bufo cin.* gem. Kröte	Atm. $22\frac{1}{4}^{\circ}$	Magen Herz	$18\frac{1}{8}^{\circ}$ 19°	—

Aus diesen Versuchen erhellet:

1. Dafs diesen Thieren, so wandelbar auch die innere Wärme seyn mag, gewifs eine eigenthümliche Temperatur zukomme, welche ich auch in ihren zusammenhängenden Eiern beobachtete.
2. Dafs die Wärme in der Herzgegend und dem Herzen selbst höher ist, als in jedem anderen Theile.

3. Daſs der Versuch (5) von jenen, welche *de la Roche* [1]) anstellte, um einige Grade differire.

4. Daſs *Hunter's* [2]) Beobachtung keineswegs dem Versuche (9), in wie ferne die äuſsere Temperatur bedeutend erhöht war, widerspreche, und auch *Davy's* Erfahrungen [3]) sich mit den meinigen verbinden lassen.

Bevor ich zu den Hypochtonen schreite, will ich noch einen Fall, der sich mir öfters ereignete, mittheilen. Wenn ich nämlich die Temperatur plötzlich, und um eine bedeutende Differenz veränderte, so starben viele dieser Thiere. Auf diese Weise tödtete ich zwei Laubfrösche, welche ich aus der Temperatur — 9° in das Wasser von der Temperatur von + 37° brachte. Bemerkenswerth ist es allerdings, daſs bei beiden die Reizbarkeit der Muskelfiber sodann vernichtet war, was ich bei dem umgekehrten Experimente nicht beobachtete. In den fast erstarrten Thieren brachte ich mittelst der *Volta*'schen Säule Muskelbewegungen hervor.

Die folgenden fünf Versuche stellte ich an dem räthselhaften *Proteus anguinus* (*Hypochton Laurentii M.*) an; und obwohl diese Thiere, ehe sie zu uns kommen, aus ihrem Naturzustande gerissen, oft kränklich, ganz entfärbt und blutleer sind, so glaube ich doch über ihre Temperatur, da diese Erscheinungen in vier Individuen ziemlich übereinstimmen, ein Urtheil fällen zu können.

---

1) *Mém. sur la cause du refroidissement qu'on observe chez les animaux etc. Journ. de Phys. T.* 71, *P.* 292.

2) *Experim. and observ. on animals etc. Philos. transact.* 1775 — 1778, *p.* 102.

3) *Heusinger's* Zeitschrift, S. 217.

2. Hypochtonen.

Thier.	Äufsere Temperatur.	Theil.	Eigenthüml. Temp.	Beständigkeit.
1. *Hypochton Laurentii.*	Atm. 16° R. Wasser, worin er lebte, 12 1/4° R.	Rachen Herzgegend	15 3/4° R. 16 1/8° R.	Sank in 2 Minuten auf 15 1/8°
2. —	Atm. 10 1/2° Wasser 10 1/4°	Rachen Herzgegend	14° 14 3/4°	In einer Minute 12 1/4°
3. —	Atmosph. 14° Wasser 10 1/4°	Herzgegend Bauchhöhle	16 1/8° 14 3/4°	In 10 Secunden 14 1/8°
4. —	Atmosph. 18° Wasser 11 1/2°	Herzgegend Bauchhöhle	17° 15 1/4°	In 2 Minuten 14 1/2°
5. —	Atmosphäre 13 1/8°	Herzgegend Bauchhöhle	19 1/2° 16 3/8°	In 6 Minuten 15°

Es leuchtet aus den Versuchen hervor:

1. Dafs diese Thiere eine viel bestimmtere Wärme besitzen, als die Batrachier.
2. Dafs die Temperatur in der Gegend des Herzens und der grofsen Gefäfse höher sey, als im Rachen und in der Bauchhöhle.
3. Dafs auch meine Versuche mit dem von *Rudolphi* *) angestellten übereinkommen.
4. Dafs die hohe Temperatur des *Proteus* (Nro. 5) wohl einem Krankheits-Prozesse zuzuschreiben sey, da seine ganze Haut entartet war;

eine Abnormität, welche ich öfters bemerkte, und die eine nähere Erörterung verdient. Ich erhielt vom Herrn *Talavania Med. Cand.* drei lebende, und mehrere todte Proteen. Bei letztern machte er mich auf ein flockiges

*) a. a. O. S. 179.

Gewebe aufmerksam, welches an der Haut des Bauches und Schwanzes in der Länge von $^1/_4$ Zoll wollig herabhing. Bei einem andern war die ganze Haut, selbst die der Kiemen, in ein wolliges Gewebe verwandelt. Erwünscht war es mir, das Beginnen dieser Krankheit an einem lebenden zu beobachten, welchen ich einer sehr genauen Untersuchung würdigte. Täglich, ja so zu sagen, stündlich, sah ich, dafs diese Umstaltung der Haut, welche vom Rücken ihr Entstehen zeigte, sich mehr und mehr ausdehne, das Gebilde sich verdicke; und in 16 Tagen, als ebenfalls die Kiemen an dieser Entartung Theil nahmen, starb das Thier plötzlich. Ich zergliederte es, und fand ebenfalls die Schleimhaut des Mundes, Rachens, und der Speiseröhre mit wolligen Wucherungen ausgefüllt. Betrachten wir den schnellen Verlauf der Krankheit, so wird Jeder schon im Anfange derselben auch eine bedeutende innere Veränderung vermuthen, woher wohl auch die höhere Temperatur zu leiten wäre. Sollte es wohl nur ein gestörter Häutungs-Prozefs seyn? — sodann wäre die Wärme noch leichter erklärbar, da ich bei acuten Hautkrankheiten ein Ähnliches wahrnahm. —

Die *Chelonier* werden zwar von Vielen in Rücksicht ihrer Wärme den andern Reptilien, oder den Batrachiern gleich gehalten, indessen beobachtete ich doch einige Unterschiede an den hier im Handel vorkommenden Schildkröten: *Emys Europaea* (Flufsschildkröte) und *Chersine Graeca* (gemeine Landschildkröte). *Davy* *) fand in dem, aus der Carotis strömenden Blute einer Riesenschildkröte bei der Lufttemperatur 21 $^8/_9{}^0$ die

---

*) *The Journal of science and the arts. Ed. at the Royal Institution of Great Brit. V. II. p. 247. — Heusinger's* Zeitschrift, S. 217.

Wärme 25 $^1/_9$°, und ich hätte gewiſs an dem Exemplare von 108 Pf., das ich in Venedig kaufte, diesen Versuch wiederholt, wäre nicht in mir die Furcht erwacht, es führe zu keinem reinen Resultate, weil das Thier bereits sechs Tage, ohne Wasser, der Sonnenhitze ausgesetzt war, und sehr matt zu seyn schien. Ich brachte nur den Thermometer in den After, und fand bei der Atmosphäre von 18 $^1/_4$° eine Wärme von 13 $^1/_4$°. Die Untersuchung stellte ich an einem schattigen Orte an. — Wahrlich ist es zu wundern, daſs so wenige Erfahrungen über diese Thiere angeführt werden, da sie doch in unsern Ländern so wohlfeil sind, und die Küstenbewohner sie so leicht erhalten können. Sollte vielleicht das Bauchschild, welches die Prüfung der Wärme innerer Theile, z. B. des Herzens, Magens etc. schwierig macht, die Ursache dieser Vernachläſsigung seyn? so könnte man doch wenigstens den Rachen, die Speiseröhre, den After und die Hautwärme füglich untersuchen. — Ich verletzte in den unten angeführten Beispielen sehr wenig Gefäſse, da ich die Verbindung bei Hinwegnahme des Bauchschildes sehr genau zu treffen wuſste, und es erfolgte in den meisten Fällen nur eine sehr geringe Blutung. — Ich wählte von 35 Untersuchungen die zehn folgenden zu dieser Tabelle.

3. Chelonier.

Thier.	Äuſsere Temperatur.	Theil.	Eigenthüml. Temp.	Beständigkeit.
1. *Emys Europaea.*	Atmosphäre 13° R.	Speiseröhre. zwisch. Haut u. Muskeln.	14 $^1/_4$° R. 13 $^1/_8$° R.	Nach 10 Min. auch dieselbe Wärme.
2. —	Atmosphäre 13°	Speiseröhre Herz	14° 14 $^2/_3$°	In 16 Sec. auf 14 $^1/_4$°

Thier.	Äuſsere Temperatur.	Theil.	Eigenthüml. Temp.	Beständigkeit.
3. *Emys Europaea.*	Atmosphäre 13° R.	Herzkam. Magen	14° R. 13 $\frac{1}{8}$° R.	In 20 Secunden 13°
4. —	Atmosphäre 18°	Herz Magen	15 $\frac{1}{3}$° 15 $\frac{1}{4}$°	In 12 Sec. noch dieselbe Wärme.
5. —	Wasser 33° Luft 18 $\frac{1}{8}$°	Bauchhöhle Rachen	19° 21 $\frac{1}{8}$°	Nicht untersucht.
6. *Chersine Graeca.*	Atmosphäre 12 $\frac{1}{4}$°	Herzgegend Herz Lungen	10 $\frac{1}{4}$° 10 $\frac{3}{4}$° 10 $\frac{1}{4}$°	Nach 4 Min. 9 $\frac{3}{8}$°
7. —	Atmosphäre 18 $\frac{1}{8}$°	Herz Lungen	15° 14 $\frac{1}{2}$°	Nach 3 Min. 14°
8. —	Künstliche Kälte 5° Atmos. 14 $\frac{1}{8}$°	Bauchhöhle Rachen	2 $\frac{1}{4}$° 3 $\frac{1}{4}$°	Nach 2 Min. 2 $\frac{1}{2}$°
9. —	Künstl. Kälte 2 $\frac{1}{2}$° Atmosph. 18°	Bauchhöhle Unter der Haut	3° 2 $\frac{1}{4}$°	Nach 4 Min. 1 $\frac{1}{3}$°
10. —	Atmosphäre 14 $\frac{1}{3}$°	Das aus den groſsen Gefäſsen strömende Blut.	15 $\frac{1}{8}$°	—

Wir ersehen aus diesen hier angeführten Versuchen:

1. Daſs die Chelonier eine eigenthümliche Wärme haben, welche allerdings bei solchen Unterschieden leicht bemerkbar wird, und eine geringere Wandelbarkeit zeigt.

2. Daſs in der Herzgegend, dem Herzen und dem Blute eine höhere Temperatur wahrgenommen wird, als in dem Rachen, der Speiseröhre etc.

3. Dafs in dem Versuche (4) die höhere Temperatur des Magens, welcher von Chymus ausgedehnt war, wohl mehr der nun Statt findenden vitalen Gährung zuzuschreiben sey, da ich diese Erscheinung in dem leeren Organe niemals beobachtete.
4. Dafs sich selbst bei künstlicher Höhe und Tiefe der Temperatur eine gröfsere Selbstständigkeit zeigte.

Somit glaube ich mit Recht schliefsen zu können, dafs sich die Temperatur etwas anders als bei den Batrachiern verhalte, und eine gröfsere Eigenthümlichkeit wahrzunehmen sey. — Auch steigt sie wohl höher, als *Martine* bei diesen Thieren angab, nämlich 1° — 5° F. in Beziehung des Mediums.

Ein gröfserer Unterschied bietet sich gewifs bei Prüfung der Saurier dar, und ich wunderte mich oft, als ich im Monate April die kaum der Erde entschlüpften Thiere mit meinem gewöhnlichen Begleiter, Herrn *Ludwig Creutzer*, Cand. der Medizin, prüfte. Schon *Rudolphi* *) merkt eine Differenz von 5 Graden im Vergleich des Mediums bei der *lacerta maculata* an, doch hielt er diese Thiere schon einige Tage im Zimmer, und ich vermuthe, dafs die Temperatur höher gestiegen wäre, hätte er die frisch gefangenen untersucht, so wie ich diesen Unterschied bei mehreren Individuen fand.

Durch Herrn *Kolar*, Custos bei dem k. k. Naturalien-Cabinette, erhielt ich einen Gekko (aus Dalmatien), dessen Temperatur ich den bei uns vorkommenden Thieren anreihe.

---

*) a. a. O. S. 178.

4. Saurier.

Thier.	Äufsere Temperatur.	Theil.	Eigenthüml. Temp.	Beständigkeit.
1. *Lacerta viridis.*	Atmosphäre 13° R.	Bauchhöhle Herzgegend	16 1/3° R. 17° R.	Nach 4 Min. 15 1/2°
2. —	Atmosphäre 13 1/2°	Herzgegend Bauchhöhle	16° 15 2/3°	Nach 3 Min. 14 1/2°
3. —	Atmosphäre 18 1/4°	Herz Bauchhöhle	24 1/8° 23°	Nach weggeschnittenem Kopfe in 3 Minut. 21 1/2°
4. *L. agilis.*	Atmosphäre 17 1/2°	Herz Bauchhöhle	24° 21 1/2°	Nach 3 Min. 19 1/8°
5. —	Atmosphäre 10°	Herz Mundhöhle	15 1/8° 13 1/4°	Nach 4 Min. 12°
6. —	Atmosphäre 19°	Herz Magen, der sehr gefüllt war	23 1/8° 22 1/2°	Nach 5 Min. 21 1/3°
7. —	Atmosphäre 17 1/8°	Magen (leer) Herz	19 2/3° 21°	Nach 4 Min. 18 1/2°
8. —	Atmosphäre 9 1/4°	Herz Bauchhöhle	11 1/3° 10 1/4°	Nach 4 Min. 8 1/8°
9. —	Wasser 32°	Bauchhöhle	24 1/4°	Nicht untersucht.
10. —	Künstl. Kälte von 5 1/8° Atmos. 10 1/3°	Herz	1 1/4°	In 2 Minut. 2 1/8°
11. —	Künstl. Kälte von 4 1/4° Atmos. 10 1/5°	Bauchhöhle	+ 1/2°	In 3 Minut. 1 1/8°
12. *Gecko* (ich bestimmte nicht die Species).	Atmosphäre 12 1/8°	Mundhöhle	12°	Beständig durch 4 Minuten.

Ehe ich weiter schreite, ist noch einiges anzumerken.

Die Versuche (8 und 12) sind wohl hier nicht so sehr zu berücksichtigen, da das erstere Exemplar ein mit Eiern gefülltes Weibchen, letzteres wahrscheinlich ein krankes, sehr abgemagertes Thierchen war, welches mehr als zehn Tage ohne alle Nahrung lebte. Aus den übrigen Beobachtungen geht jedoch deutlich hervor:

1. Daſs man den Sauriern eine (leicht wahrnehmbare) eigenthümliche Wärme nicht abläugnen könne.
2. Daſs sie eine höhere und beständigere Temperatur haben, als die früher genannten Thiere.
3. Daſs die Herzgegend und der volle Magen wärmer sey, als jeder andere Theil.

Und wir betrachten nun die letzte Ordnung der Amphibien, nämlich die Ophidier. Die Naturforscher geben zwar sehr verschiedene Meinungen an; — stützen sich alle auf treue Erfahrungen, wohlan! so haben wir verschiedene Resultate, die sich zwar nicht so leicht auf einen Punct reduciren lassen, — doch sehen wir die Unmöglichkeit ein. Sollte aber der Spruch: Viele Köpfe, viele Meinungen, Statt finden, so sinken wir selbst auf eine unbeständige Temperatur in der einfachsten Sache unserer Wissenschaft zurück. Ich achte gewiſs jeden Experimentator, der es redlich meint, und doch schätze ich nur Einige, welche in dieser Beziehung versuchten, da ich weiſs, wie viel Geduld und Zeitaufwand jede Beobachtung dieser Art kostet. Ich muſste oft weit, und stundenlang wandern, ehe es mir gegönnt war, Schlangen in ihrem Naturzustande zu untersuchen, wozu mich aber zwei Beobachtungen zwangen. Ich machte vor zwei Jahren mit einem meiner Schüler einen kleinen Ausflug an der Donau, und fing an dem Ufer eine gewöhnliche Natter (*Natrix torquatus*, *M.*). Die äuſsere Temperatur war $17\,^1/_8{}^0$, und als ich die Bauchhöhle un-

tersuchte, so stieg das Quecksilber auf $22\,^1/_5{}^{\circ}$. Ich staunte darüber, und mufste leider, von Geschäften überhäuft, den heifsen Sommer abwarten, um meine Beobachtungen fortsetzen zu können. Als ich im vorigen Jahre mit meinem Begleiter, Herrn *Creutzer*, eine Excursion machte, fingen wir im Monate April eine *Natrix laevis*, welche im Herzen, da die Wärme der Luft $15^2/_3{}^{\circ}$ betrug, eine Temperatur von $24\,^1/_8{}^{\circ}$ zeigte. Diese Erfahrungen eiferten mich zu den späteren an. Meine Zuhörer brachten mir viele frisch gefangene Exemplare, und so liefere ich die Temperatur der bei uns häufiger vorkommenden drei Species: *Natrix laevis*, *torquatus*, und *anguis fragilis*.

Die zur Prüfung tauglichsten Individuen sind in folgender Tabelle enthalten:

5. Ophidier.

Thier.	Äufsere Temperatur.	Theil.	Eigenthüml. Temp.	Beständigkeit.
1. *Natrix laevis.*	$15\,^1/_4{}^{\circ}$ R.	zwisch. Haut und Muskeln Lungen Herz Speiseröhre	$19\,^3/_4{}^{\circ}$ R. $21\,^5/_8{}^{\circ}$ $22\,^1/_8{}^{\circ}$ $20\,^1/_3{}^{\circ}$	Nach längerer Zeit erst ein Sinken zu beobachten.
2. —	Luft $16\,^1/_8{}^{\circ}$	Zwisch. der Haut u. den Muskeln Rachen Herz	$17\,^3/_4{}^{\circ}$ $19\,^1/_3{}^{\circ}$ $20\,^1/_4{}^{\circ}$	Nach 10 Minuten $18\,^1/_4{}^{\circ}$
3. —	$16\,^1/_4{}^{\circ}$	Herzgegend Bauchhöhle	$21\,^1/_3{}^{\circ}$ $18\,^1/_4{}^{\circ}$	Nach 4 Min. $17\,^1/_8{}^{\circ}$
4. —	$14\,^1/_2{}^{\circ}$	Gegend der grofsen Gefäfse Bauchhöhle	$17\,^3/_8{}^{\circ}$ $13\,^1/_3{}^{\circ}$	Nicht untersucht.
5. —	$19\,^1/_3{}^{\circ}$	Herz Rachen	$20\,^1/_3{}^{\circ}$ $19\,^1/_2{}^{\circ}$	Nicht weiter untersucht.

Thier.	Äufsere Temperatur.	Theil.	Eigenthüml. Temp.	Beständigkeit.
6. *Natrix laevis.*	13 1/2° R.	Voller Mag. Herz	15 1/8° R. 15 1/2°	Nach 6 Min. 14°
7. *Natrix torquatus.*	13 1/2°	Herz Bauchhöhle Rachen	16 1/2° 14 1/2° 15 1/4°	Nach 4 Min. 14 1/8°
8. — (von ausgezeichneter Länge.)	14 1/8°	Speiseröhre Herz Bauchhöhle	15 1/3° 15 2/3° 14 3/8°	Nach 5 Min. Temperatur d. Mediums.
9. —	20 1/8°	Herz Bauchhöhle	19 1/8° 18 3/4°	Wegen starker Blutung nicht weiter untersucht.
10. —	16 1/8°	Rachen Herz Der volle Magen	17 1/4° 18° 18 1/8°	Nach 3 Min. 17 1/3°
11. *Anguis fragilis.*	15 1/4°	Rachen Herz Bauchhöhle	17 1/3° 18 2/3° 17°	Nach 3 Min. 16 1/8°
12. —	15 1/4°	Herz Rachen	16 1/2° 16 1/4°	Nach 4 Min. 15 1/8°
13. —	14 3/4°	Bauchhöhle Herz	15 1/8° 16 2/3°	Nach 3 Min. 15 1/6°
14. —	16 1/4°	Herz Voller Mag.	18 1/8° 17 2/3°	Nach 3 Min. 16 3/4°
15. —	15 3/4°	Zwischen der Haut u. den Muskeln Rachen Herz	16 1/4° 16 1/2° 17 2/3°	Nach 5 Min. 16°

Ich habe bei diesen Versuchen besonders Beispiele gewählt, die uns eine höhere Temperatur zeigen, habe aber jene ausgelassen, welche ein aufserordentliches

Steigen des Thermometers darbieten, das ich besonders bei kürzlich der Erde entkrochenen Thieren beobachtete. Auch hatte ich Gelegenheit, die vor acht Stunden gelegten Eier einer Natter zu prüfen, und obwohl die Wärme derselben sehr verschieden war, so kann ich doch keine Parallele ziehen, da in jedem Eie eine differente Entwicklung des Thierchens zu finden war. Eines hielt ich für unbefruchtet, da ich keinen Unterschied wahrnahm. Stellen wir nun andere Erfahrungen an die Seite der meinigen, so überzeugen wir uns, daſs letztere sich nicht so sehr entfernen.

Hunter [1]) bemerkt eine (im Vergleiche der Luft) höhere Temperatur von 4° R. in dem Magen einer Viper; *Davy* [2]) gibt ebenfalls ein ähnliches Verhältniſs an, u. a. m. Wir schlieſsen daher aus andern und meinen Beobachtungen:

1. Daſs auch die Ophidier eine eigenthümliche (wahrnehmbare) Wärme besitzen.
2. Daſs ihre Temperatur höher steige, als bei allen andern Reptilien.
3. Daſs die Wärme in der Gegend der groſsen Gefäſse, des Herzens um etwas zunehme, u. s. w.

Diese Untersuchung war mein Ziel

Ich kann fehlen, allein der Fehler, welcher unmittelbar von den äuſsern gesunden Sinnen ausgeht, ist der geringste, besonders, wenn man immer in Gesellschaft Mehrerer versucht, und die Beobachtungen wiederholt.

Ich spreche daher nun offen den Schluſs meiner Erfahrungen aus: *Es fehle keinem organischen Wesen die eigenthümliche Wärme, um desto weniger aber den Amphibien.* Das Letztere ist das Bewiesene, das Erstere

---

1) a. a. O. S. 102.

2) *Heusinger's* Zeitschrift, S. 217 u. 218.

das zu Beweisende, welches ich in den folgenden Heften fortsetzen, und diesem meine Meinung über die Ursache der Höhe und Selbstständigkeit der Wärme anhängen werde; *über die Temperatur des kranken Menschen* weise ich aber auf unsere medizinischen Jahrbücher, in welchen bald ein Aufsatz dieser Art von mir erscheinen wird.

II.

Über die Wirkung des Zuckers auf Kupfersalze;

vom

Med. Dr. Ritter von *Holger.*

Da es nun als eine erwiesene Sache angesehen wird, dafs Zucker in der wässerigen Auflösung, in grofser Menge genommen, das beste Gegengift gegen Vergiftungen mit Kupferoxydsalzen sey; da er seine rettende Kraft nicht nur bei Versuchen an Thieren, sondern in mehreren Fällen bei den nur zu häufigen Vergiftungen durch nachläfsig gereinigte Kupfergeschirre bewiesen hat; so dringt sich sogleich die Frage auf, auf welche Art der Zucker die Wirkungen der Kupfersalze aufhebe — diefs könnte geschehen: 1) mechanisch als einhüllendes Mittel, in wie ferne er die Kupferoxydtheilchen umgibt, und so als ein Mittelkörper zwischen diese und die Wände des Darmkanals tritt, und die Berührung aufhebt; 2) chemisch, in wie ferne er das auflösliche Kupfersalz in ein unauflösliches, und folglich langsamer, und in geringerem Grade schädlich wirkendes umwandelt, oder das Oxyd ganz oder zum Oxydul reducirt, in-

dem vom metallischen Kupfer wenigstens die Mehrzahl glaubt, dafs es keine schädlichen Wirkungen auf den Organismus habe, vom Oxydul wenigstens, auf diese Erfahrung gestützt, diefs angenommen werden müfste, bis nicht directe Versuche das Gegentheil beweisen; endlich 3) dynamisch, indem er die Veränderung, die das Kupfersalz in dem organischen Lebens-Prozesse hervorbringt, dadurch aufhebt, dafs er die entgegengesetzte Veränderung in selbem erzeugt. — In wie ferne nun der Zucker chemisch auf Kupfersalze einwirke, nahm ich mir vor, genauer zu untersuchen; denn wenn auch *Orfila* in seiner Toxikologie ähnliche Versuche anführt, so schienen mir doch diese weder umständlich genug, noch die daraus gezogenen Folgerungen hinreichend begründet. — Das Resultat meiner Erfahrungen unterlege ich in folgenden Zeilen der allgemeinen Beurtheilung.

Die Versuche wurden mit neutralem essigsaurem Kupfer und krystallisirtem Grünspan angestellt, weil diefs das Salz ist, mit welchem gewöhnlich Vergiftungen geschehen, und weil die übrigen Salze ziemlich gleiche Resultate liefern müssen, da nicht die verschiedene Säure, sondern das, allen gemeinschaftliche, Kupferoxyd der giftig wirkende Körper ist.

Ein blofses Gemenge von Zuckerwasser und Grünspanauflösung verändert sich nicht; diefs gibt *Orfila* an, und ich fand es auch bestätigt; ich konnte durch alle Reagentien das Kupferoxyd so gut nachweisen, wie in der unvermengten Grünspanlösung. Selbst wenn man das Gemenge einige Wochen stehen läfst, erfolgt nach *Witting* (s. *Trommsdorff's* Taschenbuch vom Jahre 1821), nur eine theilweise Zerlegung, indem die Flüssigkeit noch grün gefärbt blieb, nur einen geringen Niederschlag von Kupferoxydul absetzte, und etwas freie Essigsäure enthielt.

Ich fand es aber durch Versuche erwiesen, daſs die Auflöslichkeit des Grünspans im Zuckerwasser gegen die im reinen Wasser bedeutend vermindert werde.

Ich lösete zu diesem Zwecke zwei Drachmen Zucker in zwei Unzen Wasser auf, gab dann fünf Grane Grünspan dazu, und unterstützte das Auflösen durch oftes Umrühren. Ich fand hiebei, daſs der Grünspan gerade noch ein Mal so viel Zeit brauchte, um sich in dem angegebenen Zuckerwasser, als um sich in reinem Wasser zu lösen. Ich fand dasselbe bestätigt, ob ich die Auflösung im ungeheitzten Zimmer (Temperat. + 10° R.), oder auf dem geheitzten Stubenofen vor sich gehen lieſs. — Nicht minder auffallend ist der Unterschied, wenn fünf Grane Grünspan in einer Reibschale gerieben werden, welche entweder zwei Unzen reines Wasser, oder Zuckerwasser von angegebener Stärke enthält. Während in ersterem die Auflösung beinahe augenblicklich erfolgt, muſs man in letzterem gegen vier Minuten reiben, bis der Grünspan ganz aufgelöset ist. Gibt man Grünspan und Zucker zugleich in das Wasser, so bleibt ersterer so lange unaufgelöst, bis letzterer gänzlich aufgelöst ist.

Orfila rieb 15 Gran Grünspan mit 2 Unzen Zucker und etwas Wasser eine Viertelstunde, und erhielt ein grünes Gemenge, welches, im Wasser gelöset, durch Blutlaugensalz roth gefärbt wurde, ohne daſs ein Niederschlag entstand. Er sieht dieſs als einen Beweis an, »daſs der Zucker den Grünspan durch das Reiben zersetzt, oder wenigstens ihn im kalten Wasser fast unauflöslich macht.«

Jeder Chemiker wird mir zugeben, daſs gerade die rothe Färbung durch Blutlaugensalz das Nichtzerlegtwerden des Kupferoxydes beweiset, und daſs nur darum bloſs Färbung und kein Niederschlag entstand, weil das

Hattchetbraun durch den Zucker, der im grofsen Übermafse gegen das Kupfersalz sich in der Auflösung befand, suspendirt wurde, etwa so wie das gallussaure Eisenoxyd in der Tinte durch Zucker oder arabischen Gummi suspendirt wird.

Ich stellte mehrere Versuche dieser Art mit 1 Th. Grünspan, mit 2, 4, 8, 16, 32 Th. Zucker und Wasser durch eine Viertelstunde an, und erhielt immer dasselbe Resultat. Es entstand eine grüne Masse, die sich im destillirten Wasser ohne Rückstand auflöste. Die Auflösung färbte sich durch Ammoniak blau, gab mit Blutlaugensalz den bekannten braunen, mit Kali einen grünen Niederschlag, der sich in Salpetersäure ohne Aufbrausen, und auch in überschüssigem Kali auflöste. Ich konnte also weder eine Spur von einem unauflöslichen Salze entdecken, noch finden, dafs Kupferoxydsalze durch diese Behandlung mit Zucker zerlegt werden.

Als ich 1 Th. Grünspan mit 64 Th. Zucker rieb, welches dasselbe Verhältnifs gibt, wie es von *Orfila* angewendet wurde, erhielt ich eine farbenlose Auflösung, welche vom Blutlaugensalz nur roth, und vom Kali blafsgrün gefärbt wurde, ohne einen Niederschlag abzusetzen; diefs spricht aber durchaus nicht für eine Zerlegung des Kupfersalzes.

Reibt man 15 Grane Grünspan ohne Zucker mit einer Unze Wasser fünf Minuten, so entsteht zwar, wie *Orfila* angibt, eine blaue Auflösung, allein diese wird nicht blofs durch Blutlaugensalz gefärbt, sondern es entsteht dadurch ein häufiger brauner Niederschlag.

Läfst man 1 Th. Grünspan mit 8 Th. Zucker und 33 Th. Wasser durch eine Viertelstunde kochen, so erhält man eine grüne Auflösung, auf welche alle Reagentien gerade so wirken, wie auf unzerlegte Kupfersalze. Es wird daher dieser Versuch von *Orfila* ganz unrichtig

als Beweis der Zerlegung des Kupfersalzes durch Zucker angeführt.

1 Th. Grünspan mit 48 Th. Zucker und 48 Th. Wasser, durch eine halbe Stunde gekocht, wird zerlegt; die Essigsäure bleibt aufgelöset, und wird durch die blauen Papiere angezeigt; das Kupferoxyd fällt desoxydirt als Oxydul zu Boden. — Man erhält eine gallertartige, farbenlose Masse, und auf dem Boden ein zinnoberrothes Pulver. Die Gallerte löset sich im Wasser auf, ist farbenlos, und hat noch eine Spur unzerlegtes Kupfersalz; das Blutlaugensalz färbt sie blafs rosenroth; Ammoniak gibt einen Stich ins Blaue, und sie reagirt auf die blauen Papiere. — Das zinnoberrothe Pulver ist carbonsaures Kupferoxydul, welches schon durch die Farbe, und dadurch bewiesen wird, dafs es sich in Salpetersäure mit starkem Aufbrausen auflöset. Hier findet also eine Zerlegung des Kupfersalzes Statt, die Essigsäure wird frei, das Oxyd wird desoxydirt und an die Carbonsäure gebunden, die das freigewordene Oxygen mit dem Zucker gebildet hatte. Denn, dafs wirklich hiebei der Zucker, und nicht etwa die Essigsäure zerlegt wird, geht aus dem hervor, weil Grünspan für sich allein mit Wasser gekocht kein solches rothes Salz liefert. — *Orfila* erhielt bei dem angeführten Versuche eine grüne Auflösung und ein bläulicht grünes Pulver, welches im Wasser gar nicht, in Salpetersäure mit Aufbrausen löslich war, und also nur carbonsaures Kupferoxyd seyn konnte. Bei ihm wurde das Kupferoxyd sonach nicht zerlegt, und daran konnte nur eine zu geringe, oder zu kurz dauernde Erhitzung schuld seyn; denn selbst, wenn man den ganzen Versuch mit nicht destillirtem Wasser anstellt, erhält man kein grünes, sondern das bereits angegebene rothe Pulver als Rückstand.

Witting erhielt dasselbe Resultat, wie ich, als er

1 Th. Grünspan mit 33 Th. Zucker kochte. Ich konnte mit 30 Th. Zucker auf 1 Th. Grünspan keine vollständige Zerlegung hervorbringen, und selbst nicht mit 80 Th. Die Auflösung war wasserklar und ungefärbt, wurde aber doch durch Blutlaugensalz noch merkbar roth gefärbt.

Aus diesen Versuchen scheint hervorzugehen, dafs der Zucker nur in der Siedhitze Kupfersalze zerlegen könne, dafs er die giftigen Wirkungen der Kupfersalze auf den Organismus nicht durch chemische Zerlegung derselben aufhebe; diefs wird auch noch dadurch klar, dafs nach *Orfila's* Versuchen auch Zucker in Substanz, Thiere, die in 24 Stunden nicht die geringste Flüssigkeit zu sich genommen, von dem Tode durch Grünspan befreite, dafs die durch den Zucker erzeugten Ausleerungen stets grün waren, was sie doch nicht hätten seyn können, wenn carbonsaures Kupferoxydul erzeugt worden wäre. Aufser der dynamischen Wirkung des Zuckers gegen Kupfergifte, deren Auseinandersetzung nicht mehr innerhalb der Gränzen dieser Zeitschrift liegt, können wir die durch viele Erfahrungen als gewifs bestätigte Wirkung desselben nur davon herleiten, dafs er sie schwerer auflöslich macht, einhüllt, hindert, die Wände der Organe unmittelbar zu berühren, und auf eine Art aus dem Körper schafft, welche dem Erbrechen, das sie so heftig anregen, geradezu entgegengesetzt ist, und es darum aufhebt.

Da das schwefelsaure Ammoniakkupfer innerlich gewöhnlich mit Zucker verordnet wird, könnte nach dem Vorhergehenden leicht die Besorgnifs entstehen, dafs es in dieser Verbindung in seiner Wirkung merklich geschwächt würde; es wurde daher 1 Th. dieser Verbindung mit 10 Th. Zucker und Wasser gerieben, und gefunden, dafs das schwefelsaure Kupferoxyd unzersetzt blieb, und nur das Kupferoxyd-Ammoniak zerlegt wurde.

Die Zerlegung dieser letzteren Verbindung läſst sich aber, auch ohne Zucker, nie verhindern, da sie bloſs durch längeres Aussetzen des dreifachen Salzes an die Luft vor sich geht; auf jeden Fall dürfte es aber rathsam seyn, mit so wenig Zucker als möglich, oder mit einem andern nicht zuckerhältigen indifferenten Stoffe vereinigt, diese Verbindung zu verordnen.

III.
Darstellung des Chlorine-Baryums durch doppelte Wahlverwandtschaft auf trockenem Wege;

von

Joh. Planiawa.

Als ich bei einer Gelegenheit Chlorine-Baryum bereiten sollte, erinnerte ich mich, vor einigen Jahren in einem mir zufällig zugekommenen Hefte des *Gilbert'*-schen Journals gelesen zu haben, daſs nach *John Davy* Chlorine-Calcium und deutoxythionsaures Baryumoxyd sich in hoher Temperatur gegen die bei niederen Temperaturgraden bestehenden Verwandtschaftsgesetze wechselseitig zerlegen, wobei Chlorine-Baryum neben deutoxythionsaurem Calciumoxyd entsteht. Wohl wissend, daſs die chemische Verwandtschaft durch die mannigfaltig zusammenwirkenden Agentien — dem Wärme-, Licht-, Electricitäts- und Magnetstoff, oder vielmehr die vier Modificationen des Wärmestoffes — sich auch auf mannigfaltige Art und Weise zu äuſsern bestimmt werde, zweifelte ich keinen Augenblick an dem glücklichen Ausgange der Arbeit, und faſste diese Bereitungsart um so

lieber auf, als mir das gewöhnliche Verfahren zu langweilig erschien. Da ich übrigens allen meinen Arbeiten die Stöchiometrie zu Grunde lege, so mufste diefs nothwendiger Weise auch hier geschehen.

14,57 Unzen (14 Unzen, 274 Gr.) feingepulverten deutoxythionsauren Baryumoxydes wurden mit 6,988 Unzen (6 Unzen, 47½ Gr.) gröblich gepulverten Chlorine-Calciums gemengt, und in einem leicht bedeckten Tiegel der Rothglühhitze ausgesetzt. Die Masse kam bald in Flufs; doch, weil ich das deutoxythionsaure Baryumoxyd für nicht genug fein gepulvert hielt, so steigerte ich die Temperatur bis zum Weifsglühen, und hielt selbe so gegen ³/₄ Stunden an, als ich bemerkte, dafs sich Chlorine-Baryum beim Zulegen von Kohlen auf der kalten Eisenzange verdichtete, was mich zum schnellen Abbrechen der Arbeit bewog. Die geschmolzene graue Masse wurde nun in einen eisernen Mörser ausgegossen, schnell so fein, als es nur möglich war, gepulvert, und gewogen; ihr Gewicht betrug 16,5 Unzen, also viel weniger, als es hätte betragen sollen, und zeigte somit an, dafs sich schon viel Chlorine-Baryum verflüchtigt haben müsse.

Indessen wurden 60 Unzen destillirten Wassers in einer eisernen Pfanne zum Kochen gebracht, die gepulverte Masse in dasselbe eingetragen, und das Ganze ungefähr 10 Minuten unter beständigem Umrühren mit einer eisernen Spatel im Sieden erhalten, hierauf vom Feuer entfernt, und, da sich das deutoxythionsaure Calciumoxyd schnell zu Boden setzte, in einigen Augenblicken aufs Filtrum gegossen. Die Flüssigkeit ging schnell durch, und der Rückstand wurde nach dem Abtropfen mit etwas Wasser übergossen, erhitzt und filtrirt. Sämmtliche erhaltene Flüssigkeit wurde hierauf in einer eisernen Pfanne bis zum Krystallisationspuncte

verdünstet, und, um die Krystallisation auf dem Filtro zu verhindern, und schönere Krystalle zu erhalten, mit 2 Unzen Wassers versetzt, nochmals filtrirt, und dann zur Krystallisation hingestellt. Nach wiederholtem Verdünsten und Krystallisiren, und nochmaligem Lösen und Krystallisiren des erhaltenen Salzes in Glasgefäfsen, wurden 7 Unzen sehr schöner, blendend weifser, ganz reiner Krystalle Chlorine-Baryums erhalten, neben 5 Drachmen Chlorine-Strontiums, und die rückgebliebene Mutterlauge enthielt ungefähr 5 bis 6 Drachmen Chlorine-Calciums gelöst.

Aus dem Angeführten geht hervor, dafs die Verwandtschaftsthätigkeit zwischen Deutoxythionsäure und Baryumoxyd, und zwischen Chlorine und Calcium durch die gesteigerte Thätigkeit des Wärmestoffes ganz umgekehrt werde, und dafs der Sauerstoff des Baryums sammt der mit dem Baryumoxyd verbunden gewesenen Deutoxythionsäure an das Calcium übergeht, während die Chlorine, mit dem freigewordenen Baryum, Chlorine-Baryum bildet, welches seine im obigen Versuche bemerkte, auffallend bedeutende Flüchtigkeit wahrscheinlich im Momente des Zusammentretens seiner Elemente erlangt.

Anmerkung. Bei genauer Betrachtung der in der Rothglühhitze und jener in der Weifsglühhitze geschmolzenen Masse, und bei Vergleichung ihres Geschmackes, hat sich ergeben, dafs beide bis auf den Salzgehalt einander gleich waren, und dafs folglich schon im ersten Falle die gegenseitige Zersetzung vollständig Statt gefunden hatte; wie ich mich auch später, als ich Chlorine-Baryum auf diesem Wege bereitete, vollkommen überzeugte, und fand, dafs ein halbstündiger mäfsiger Flufs in der Rothglühhitze schon zur vollständigen wechselseitigen Zersetzung der beiden Zuthaten hinreiche,

und noch nebenbei den Vortheil einer gröfseren Ausbeute an Chlorine-Baryum, weil nämlich die Temperatur zu seiner Verflüchtigung nicht hinreicht, gewähre. Ein Schema mag noch den Vorgang und die stöchiometrischen Verhältnisse darstellen *):

Chlorine-Calcium = 111,970 { Chlorine 70,940 ; Calcium 41,030 }

Deutoxythionsaures Baryumoxyd = 233,564 { Baryumoxyd 153,325 { Baryum = 137,325 ; Oxygen = 16,000 } ; Deutoxythionsäure 80,239 }

Chlorine ······ + Baryum ······ → Chlorine-Baryum = 208,265

Calcium ······ + Oxygen ······ → Calciumoxyd = 57,030

Calciumoxyd ······ + Deutoxythionsäure ······ → Deutoxythionsaures Calciumoxyd = 137,269.

*) Die stöchiometrischen Werthe im Schema sind nach *Berzelius's* letzten Bestimmungen angenommen worden. Die Differenz zwischen den Grundzahlen derselben, und jenen dem Versuche zu Grunde liegenden nach *Döbereiner*, ist, wie man aus der Vergleichung der letzten stöchiometrischen Tafeln desselben mit jenen von *Berzelius* ersieht, nur unbedeutend.

IV.

Über die Entwässerung des Alkohols, und überhaupt der geistigen Flüssigkeiten mittelst der Blase.

Von Ebendemselben.

Im Jahre 1825 und 1826 stellte ich Versuche über die Entwässerung der geistigen Flüssigkeiten, namentlich des Alkohols und des Weines, an, und fand die in dieser Hinsicht bereits von Anderen gemachten Erfahrungen vollkommen bestätigt. Auf diese Art entwässert sich wässeriger Alkohol bis auf 97 Procente, wie ich bereits im ersten Hefte des zehnten Bandes von *Kastner's* Archiv d. g. Naturlehre unter andern anführte, und den Wein betreffend, so nahm auch dieser nach und nach an Quantität ab, während die Qualität desselben dergestalt stieg, daſs ihn die erfahrensten Weinkenner für einen sehr guten und angenehmen Alten erklärten. Bei diesem letzteren muſs ich einer für die Praxis und vielleicht auch für die Theorie nicht unwichtigen Erfahrung erwähnen. Nachdem nämlich derselbe von seinem Bodensatze abfiltrirt worden war, blieb er an einem kühlen Orte in einem vermeintlich vollkommen, mittelst doppelter Blase geschlossenen Gefäſse mehrere Monate hindurch ruhig stehen, bis es sich später beim Öffnen desselben ergab, daſs die Atmosphäre zum Theil freien Zutritt zu demselben gehabt haben müsse; denn der Wein hatte zum Theil seinen Alkoholgehalt verloren, nahm aber dafür einen so lieblichen Geruch an, daſs dessen Beschreibung ganz unmöglich ist, und er hinsichtlich seiner Feinheit sich gar nicht mit dem noch so fein zertheilten Geruche des Essigäthers vergleichen läſst. Al-

ter und auch junger Wein, dem von diesem so veränderten Weine nur wenig zugesetzt wurde, nahm an Güte in aufserordentlichem Maſse zu.

Die geringe Quantität des so veränderten Weines erlaubte nicht die Abscheidung dieses eigenthümlichen Aromas, und zur Anstellung späterer Versuche gebrach es mir an Zeit. Da aber die Umstände, unter denen sich dieses Aroma bildete — ein partieller Luftzutritt nämlich — bekannt sind: so kann es nichts anderes seyn, als ein gewisser Maſsen modificirter Essigäther, verbunden mit einem eben so modificirten Weinsteinäther, und den ebenfalls durch das atmosphärische Oxygen in ihrer chemischen Constitution zum Theil modificirten aromatischen Theilen des Weines. Wahrscheinlich besteht hier die Modification des Essigäthers darin, daſs er gegen einen stöchiometrischen Antheil Essigsäure (= 51) zwei stöchiometrische Antheile Alkohols (=46 × 2 = 92) enthalte, und dann durch die Zahl 143 ausgedrückt werden könnte, was jedoch nur Vermuthung ist, und späteren Nachforschungen zu beantworten bleibt *).

---

*) Im vierten Hefte des neunten Bandes von *Kastner's* Archiv f. d. g. Naturl. ist ein Aufsatz über die chemische Constitution des Essigäthers von mir, und nach den dort angeführten Versuchen besteht er aus 46 Gewichtstheilen wasserfreien Alkohols, und 51 Gewichtstheilen wasserfreier Essigsäure; und da ich den stöchiometrischen Werh des Alkohols nach *Döbereiner's* älterer Tabelle zu 23 annahm: so nannte ich den Essigäther »*subacetas alcoholis*.« Allein da dem stöchiometrischen Werthe der Essigsäure (= 51) das Doppelte des angeführten Alkoholwerthes (= 23 × 2) entspricht, indem 46 Gewichtstheile Alkohols, wenn sie oxydirt werden, nur 51 Gewichtstheile an trockner Säure liefern: so muſs 46 der einfache stöchiometrische Werth in Bezug auf die Essigsäure und ihre Sättigungs-Capacität seyn, und so-

Diese Erscheinungen der Entwässerung der geistigen Flüssigkeiten, die bisher nicht zur Genüge erklärt werden konnten, lassen sich leicht erklären, wenn auf alle hierbei obwaltenden Umstände vollkommen Rücksicht genommen wird. Der Wein oder der Alkohol befindet sich hierbei in einer weiten, mit vom Fette befreiter und wohl ausgewaschener Rindsblase gut überbundenen Flasche, und zwischen Wein und Blase stagnirt eine Schichte atmosphärischer Luft, während dieselbe Blase wieder von aufsen mit der sie umgebenden Atmosphäre in unmittelbarer Berührung steht. Das Vermögen der Luft, bedeutende Quantitäten flüchtiger, mit ihr in Berührung stehender tropfbarer Flüssigkeiten, hier also des Alkohols und vorzüglich auszeichnend des Wassers in sich aufzunehmen und im gasförmigen Zustande zu erhalten, ist bekannt, wie nicht minder die hygroscopische Eigenschaft der Blase und ihr Unvermögen, Alkohol im tropfbaren sowohl als auch im elastischflüssigen Zustande durchzulassen. Diese letztere entzieht nun der unter ihr befindlichen, über der geistigwässerigen Flüssigkeit stagnirenden, demnach mit Wasserstoffoxyd und einer diesem entsprechenden Alkoholmenge überladenen Luft einen Theil des Wasserstoffoxydgases, ohne dem Alkoholgase einen Durchgang zu verstatten, und das aufgenommene Wasserstoffoxyd wird ihr wieder von der sich frei bewegenden äufseren, immer noch viel trockeneren Atmosphäre entzogen, wäh-

---

dann der Essigäther als ein neutrales Pflanzensalz, bestehend aus gleichen stöch. Antheilen an Säure und Basis, betrachtet, und *acetas* oder *alcoholas* genannt werden, wo dann der vermeintlich modificirte Essigäther des Weines wahrscheinlich als das wirkliche *sub-acetas* oder *sub-alcoholas* erwiesen, und durch die Zahl 143 $(= 46 \times 2 + 51)$ ausgedrückt werden könnte.

rend dessen die eingeschlossene, ihres Wasserstoffgehaltes hiedurch zum Theil beraubte Luft dasselbe wieder aus der sie berührenden Flüssigkeit aufnimmt, sich damit im Übermafse schwängert, wieder das aufgenommene Übermafs an die Blase absetzt, welches dieser letzteren, wie bereits erwähnt worden, von der äufseren, mit ihr abwechselnd in Berührung kommenden Atmosphäre wieder entzogen wird; welches Schwängern, Entziehen und Wiederentziehen so lange fortwährt, als die Verwandtschaft zwischen der Blase und dem Wasserstoffoxyd jene zwischen dem letzteren und dem Alkohol zu überwältigen vermag. Denn dafs nach und nach aller Alkohol der Flüssigkeit neben dem Wasserstoffoxyd mittelst der eingeschlossenen Luft mit der Blase in Berührung kommt, geht schon aus der gröfseren Flüchtigkeit desselben hervor, und dafs folglich seine Entwässerung nur auf der gröfseren Verwandtschaft der hygroscopischen Substanz zum Wasserstoffoxyd beruhe, und deren Äufserung nur durch die zwischen beiden stagnirende Luftschichte vermittelt werde, geht aus der Berücksichtigung aller Umstände, die hierbei Statt finden müssen, hervor.

V.

Über die Theorie der Parallellinien;

vom

Dr. und Prof. *Joseph Knar.*

§. 1. Die Theorie der Parallellinien wird gemeiniglich für den einzigen Gegenstand der Elementar-Geometrie gehalten, welchem, obgleich fast das ganze üb-

rige geometrische Gebäude auf demselben beruht, dennoch selbst eine feste Begründung mangelt. *Euklid* hat den Satz, welchen er nicht zu erweisen vermochte, unter die Grundsätze aufgenommen. Seither sind zahllose Versuche, diesen eilften Grundsatz zu beweisen, gemacht worden, ohne jedoch zu dem erwünschten Ziele zu gelangen. Es ist nicht meine Absicht, hier eine Kritik dieser angeblichen Theorien zu liefern. Diefs würde eine eben so undankbare, als mühevolle Arbeit seyn, denn die Zahl jener Theorien ist Legion, und die letztverflossenen Jahre sind in dieser Beziehung hinter ihren Vorgängern an Fruchtbarkeit nicht zurück geblieben. Mein Zweck geht hier nur dahin, meine eigene Ansicht über diesen Gegenstand, als einen Versuch zu dessen Beilegung, darzustellen. Indessen mag es mir erlaubt seyn, über zwei jener Theorien meine Meinung kurz zu äufsern, weil einige Gründe zu einer solchen Ausnahme vorhanden sind.

§. 2. Herr *J. A. P. Bürger*, grofsherzoglich badischer Renovator, hat im Jahre 1816 eine vollständige Theorie der Parallellinien herausgegeben, welche im Jahre 1820 noch mit Erläuterungen versehen wurde. Derselbe hat nun neuerlich die Mathematiker aufgefordert, seine Theorie als gelungen anzuerkennen, und gerade darin liegt der Grund, warum dieselbe hier erwähnt wird, indem ich es als eine Pflicht der Höflichkeit gegen den Verfasser ansehe, die Gründe anzugeben, aus welchen ich seiner Meinung nicht beipflichten kann.

Den Beweis des eilften *Euklid*'schen Grundsatzes wörtlich so herzusetzen, wie ihn Herr *Bürger* geführt hat, ist wegen seiner Weitschweifigkeit nicht thunlich. Indessen hoffe ich den Geist desselben im Folgenden getreu darzustellen, jedoch ohne Einmengung unwesentlicher Dinge. Seyen (Fig. 25) die beiden Winkel

BGH und GHD zusammen kleiner, als zwei Rechte; so folgt, daſs $DHF > BGH$ seyn müsse. Man mache $FHI = BGH$, und es wird HI unter HD fallen. Man kann sich nun die Linie HI längs der HE aufwärts dergestalt bewegt denken, daſs beide immer den nämlichen Winkel mit einander einschlieſsen. Dadurch geschieht es, daſs nach und nach jeder Punct, z. B. I, der Linie HI in die HD fallen muſs, während die Verlängerung der HI über jenen Punct immer noch unter HD liegt, so daſs dieses Aufwärtsbewegen immer fort Statt finden kann, und zugleich die HD in jeder Lage von der, nöthigenfalls verlängerten, HI geschnitten wird. Wird nun diese Bewegung so lange fortgesetzt, bis H in G, und daher auch wegen $FHI = BGH$ die Linie HI in GB fällt; so folgt, daſs auch in dieser Lage die Linien HI und HD, oder BG und HD sich schneiden müssen, was zu erweisen war.

§. 3. Gegen den in §. 2 geführten Beweis will ich nicht einwenden, daſs darin der Begriff einer Bewegung angewendet sey, da derselbe doch der Geometrie ganz fremd ist. Denn es haben auch andere Schriftsteller die Bewegung gebraucht, und ich glaube, daſs dieser Gebrauch vorzüglich deſswegen wenigstens kein *wesentlicher* Mangel sey, weil alle Beweise, welche mit ihrer Beihülfe geführt werden, sich auch ohne dieselbe ganz leicht darstellen lassen. Indessen führt sie dennoch die Unbequemlichkeit mit sich, daſs sich dadurch manche Mängel in den Beweisen dem ungeübten Auge verhehlen lassen, welche sogleich hervortreten, wenn man jene Beweise ohne diese fremdartige Einkleidung in streng geometrischer Darstellung betrachtet. Das eben Gesagte lieſse sich auch an dem vorliegenden Beispiele leicht bewähren, wenn ich nicht fürchten müſste, mich dem Verdachte einer absichtlichen Verdrehung auszusetzen, wenn

ich erst nach der Übertragung des Beweises in eine andere Form einen Mangel daran rügen wollte. Auch ist es nicht schwer, das Ungenügende desselben in seinem vorigen Gewande nachzuweisen. Man sieht nämlich leicht, daſs es bei jenem Beweise darauf ankomme, zu zeigen, die HI könne sich bis zur GB hinauf bewegen, während noch immer die HD von ihr geschnitten werden muſs. Dieſs ist aber nicht geleistet, sondern nur gezeigt worden, daſs sich die HI, unter der Bedingung, die HD zu schneiden, immer fort aufwärts bewegen könne. Es bleibt also noch zu erweisen, daſs es keine Gränze gebe, welcher sich die HI in ihrer Bewegung zwar immer fort nähere, sie aber doch nicht überschreiten kann, ohne aufzuhören, die Linie HD zu schneiden.

Ein Beispiel wird diesen Mangel des Beweises ganz deutlich machen. Man denke sich anstatt der geraden Linie HI einen Zweig einer Hyperbel, der durch H geht, und dessen Asymptote unter der Linie HD, zu ihr parallel, liegt. Auch dieser hyperbolische Zweig wird unter HD liegen, und sich, in der nämlichen Lage gegen HE bleibend, an derselben aufwärts bewegen lassen, und zwar läſst sich diese Kewegung beständig fortsetzen, so daſs immer noch die Linie HD von der Hyperbel geschnitten wird. Allein dessen ungeachtet gibt es eine gewisse Gränze, über welche hinaus diese Hyperbel nicht gelangen kann, ohne dann aufzuhören, die HD zu schneiden. Daſs nun ein Gleiches bei der geraden Linie HI nicht eintreten könne, muſs bewiesen werden, und gerade diesen Beweis ist uns Herr *Bürger* schuldig geblieben. So lange daher dieser Beweis nicht geliefert seyn wird, kann ich nicht umhin, auch obige Theorie gleich allen ihren Vorgängern, als nicht vollkommen befriedigend, zu erklären.

§. 4. Die zweite Theorie der Parallellinien, deren

kurze Beurtheilung ich mir vorgenommen habe, ist in der zweiten Anmerkung zu *Legendre's* wahrhaft klassischen Anfangsgründen der Geometrie enthalten. Diese Theorie schien durch lange Zeit in kein geometrisches System genau zu passen. In dem laufenden Jahre jedoch hat einer der geachtetsten mathematischen Schriftsteller dieselbe seinem Systeme der Geometrie zum Grunde gelegt, wodurch sie eigentlich erst ins Leben getreten ist, so dafs auch nun erst das Bedürfnifs einer genaueren Prüfung der *Legendre*'schen, sogenannten analytischen Theorie der Parallellinien vorhanden ist.

Nachdem *Legendre* gezeigt hat, dafs der dritte Winkel C eines Dreieckes durch die beiden andern Winkel A und B, und die dazwischen eingeschlossene Seite p vollkommen bestimmt, und daher eine Function derselben $C = \varphi(A, B, p)$ seyn müsse, fährt er folgender Mafsen fort:

Soit l'angle droit égal à l'unité, alors les angles A, B, C *seront des nombres compris entre* 0 *et* 2; *et puisque* $C = \varphi(A, B, p)$, *je dis que la ligne* p *ne doit point entrer dans la fonction* φ. *En effet on a vu que* C *doit être entièrement déterminé par les seules données* A, B, p, *sans autre angle ni ligne quelconque, mais la ligne* p *est hétérogène avec les nombres* A, B, C; *et si on avait une équation quelconque entre* A, B, C, p, *on en pourrait tirer la valeur de* p *en* A, B, C; *d'où il résulterait que* p *est égal à un nombre, ce qui est absurde: donc* p *ne peut entrer dans la fonction* φ, *et on à simplement* $C = \varphi(A, B)$.

Hieraus beweist nun *Legendre* ganz einfach, dafs die Summe aller Winkel eines Dreieckes gleich zweien Rechten sey, wovon dann die Theorie der Parallellinien eine leichte Folge ist.

§. 5. Ich habe hier *Legendre's* eigene Worte aus der zehnten Ausgabe seines oben genannten, vortrefflichen

Werkes angeführt, theils weil sie ohnehin jene Kürze und Deutlichkeit besitzen, welche den Meister beurkunden, theils weil ich dadurch von jedem Verdachte einer Verdrehung oder eines Mifsverständnisses gereiniget erscheine. Ich mufs jedoch offenherzig gestehen, dafs ich mich von der Richtigkeit des Grundsatzes der Gleichartigkeit *(principe de l'homogénéité, loi des homogènes)*, auf solche Art angewendet, nicht überzeugen kann. Ich glaube vielmehr, dafs diese Art, jenen Grundsatz anzuwenden, durchaus keinen sicheren Schlufs gestattet, indem man dadurch eben so gut auch auf offenbar falsche Sätze gelangen kann.

Man gehe nur folgender Mafsen zu Werke:

Zuerst läfst sich aus dem vierten Satze im ersten Buche der Elemente *Euklid's* leicht zeigen, dafs die dritte Seite c eines jeden Dreieckes eine Function der beiden anderen a und b, und des dazwischen eingeschlossenen Winkels C seyn müsse, mithin $c = \varphi(a, b, C)$. Sey nun was immer für eine gerade Linie die Einheit des Längenmafses; so werden a, b, c blofse Zahlen bezeichnen, und, da $c = \varphi(a, b, C)$ ist; so behaupte ich, dafs der Winkel C in der Function φ nicht vorkommen könne. Denn man hat gesehen, dafs c durch die gegebenen Stücke a, b, C vollkommen bestimmt seyn müsse, ohne dafs dazu eine andere Linie oder ein anderer Winkel nothwendig ist, aber der Winkel C ist ungleichartig mit den Linien a, b, c, und wenn man was immer für eine Gleichung zwischen a, b, c, C hätte, könnte man daraus den Werth von C durch a, b, c ableiten, woraus folgen würde, dafs C einer blofsen Zahl gleich wäre, was jedoch nicht möglich ist. Daher kann C in der Function φ nicht vorkommen, und man hat blofs $c = \varphi(a, b)$.

Es ist nicht einzusehen, dafs sich den eben gemach-

ten Schlüssen etwas entgegen setzen lasse, wenn man den Beweis *Legendre's* gelten läſst; denn es wird von selbst auffallen, daſs jener Beweis hier bloſs übersetzt wurde, wobei nur die Worte *Linie* und *Winkel* mit einander verwechselt sind. Man muſs daher auch die Anwendbarkeit des Grundsatzes der Gleichartigkeit in dem einen Falle so gut, als in dem anderen, zugeben.

Da nun das hier gefundene Resultat $c = \varphi\ (a, b)$ offenbar falsch ist, so wird man gestehen müssen, daſs der auf solche Art angewendete Grundsatz der Gleichartigkeit nicht geeignet sey, von der Richtigkeit eines dadurch erlangten Resultates Gewiſsheit zu verschaffen. Es bleibt mir daher nur noch übrig, auch den Grund anzugeben, warum dieſs nicht Statt finden könne.

Legendre betrachtet den Winkel C als eine Function von A, B und p, oder mit anderen Worten, er nimmt an, daſs es eine arithmetische (dieſs Wort im weitesten Sinne genommen) Verbindung zwischen A, B und p gebe, wodurch sich C darstellen läſst. In jeder arithmetischen Verbindung aber werden niemals die Gröſsen selbst in Rechnung gezogen, sondern nur die Zahlen, wodurch die Quantitäten der Gröſsen in Bezug auf gewisse Einheiten, die den Gröſsen selbst jederzeit gleichartig seyn müssen, ausgedrückt werden. Sobald daher C als eine Function von A, B und p betrachtet wird, setzt dieſs schon voraus, daſs sowohl A, B, C durch irgend einen Winkel, als auch die Seite p durch irgend eine Linie als Einheit gemessen seyen. Mithin bezeichnen in der Gleichung $C = \varphi\,(A, B, p)$ A, B, C, p nicht mehr die Winkel und Seite selbst, sondern nur die Zahlen, wodurch die Quantitäten der Winkel und Seite ausgedrückt werden, indem die Winkel A, B, C durch irgend einen Winkel, die Seite p aber durch eine Linie gemessen seyn muſs.

Auf diese Art sind in der Gleichung $C=\varphi(A, B, p)$ sowohl A, B, C, als auch p blofse Zahlen, und es könnte vielleicht wirklich p durch A, B, C gefunden werden, ohne dafs diefs einen, schon *hieraus allein* offenbaren, Widerspruch enthält, wie man besonders aus dem umgekehrten Falle, in welchem sich ein Winkel aus den drei Seiten bestimmen läfst, sehr deutlich abnehmen kann.

Aus dem Gesagten ist einleuchtend, wie wenig der Grundsatz der Gleichartigkeit, wie ihn *Legendre* an der oben angegebenen Stelle gebraucht, zur festen Grundlage eines geometrischen Systemes tauge, und dafs daher auch die darauf gebaute Theorie der Parallellinien nicht jene Gewifsheit besitze, welche sich ihr Urheber davon versprochen hat.

Noch mufs ich einer Betrachtung erwähnen, wodurch man vielleicht versuchen könnte, das Prinzip der Gleichartigkeit, wenigstens zum Theile, zu rechtfertigen. Es scheint nämlich, dafs, sobald die Gröfse, welche durch die Zahl p vorgestellt wird, mit den, durch die Zahlen A, B, C, . . . ausgedrückten, Gröfsen ungleichartig ist, keine Gleichung denkbar sey, welche p mit A, B, C, . . . verbinde. Denn eine solche Gleichung würde p, als eine Function von A, B, C, . . . : [$p = \varphi(A, B, C, \ldots)$] geben: ändert man nun die völlig willkürliche Einheit, auf welche sich p bezieht, so mufs der numerische Werth von p anders ausfallen, ohne dafs hiedurch die Zahlen A, B, C, . . ., welchen eine andere Einheit zum Grunde liegt, eine Änderung erfahren. Es wäre somit in der Gleichung $p=\varphi(A, B, C, \ldots)$ die eine Seite einer Änderung unterworfen, welche auf die andere Seite keinen Einflufs ausübt, was absurd ist.

Hierauf läfst sich Folgendes erwiedern. Sobald in einer Aufgabe lauter gleichartige Gröfsen vorkommen,

pflegt man dieselben in Bezug auf ihre Einheit keiner anderen Bedingung zu unterwerfen, als daſs sie alle durch die *nämliche* Einheit gemessen werden sollen. Kommen hingegen ungleichartige Gröſsen vor, dann müssen gleichartige durch einerlei, ungleichartige durch verschiedene Einheiten gemessen werden. In einem solchen Falle ist es jedoch möglich, noch eine andere Bedingung hinzu zu fügen; es können nämlich die verschiedenen Einheiten der ungleichartigen Gröſsen eine gewisse Beziehung unter einander haben, welche jederzeit vorausgesetzt wird, wenn man die Zahlen, welche jene Grössen ausdrücken, in Rechnung bringt, welche daher auch bei den erhaltenen Resultaten der Rechnung nicht auſser Acht gelassen werden darf. Dieser Fall tritt nicht selten ein. Als Beispiel mag der einfache Satz dienen: der Flächeninhalt P eines Parallelogrammes ist gleich dem Producte aus der Basis B in der Höhe A. Hier ist die, durch P ausgedrückte, Fläche offenbar ungleichartig mit den Linien, welche durch A und B ausgedrückt werden. Die Einheit der Linien ist eine beliebige Linie; die Einheit aber, auf welche sich P bezieht, ist ein Quadrat, dessen Seiten der Einheit der Linien gleich sind. Es besteht also hier zwischen den verschiedenen Einheiten der Fläche und der Linien eine gewisse Beziehung, welche bei der Gleichung $P = AB$ vorausgesetzt wird, und ohne welche diese Gleichung durchaus nicht richtig wäre. Wollte man z. B. zur Einheit der Fläche einen Kreis annehmen, dessen Halbmesser der Einheit der Linien gleich ist; so würde nun $P = \frac{AB}{\pi}$ seyn, keineswegs aber $P = AB$. Dieses Beispiel zeigt deutlich die Richtigkeit der gemachten Behauptung, daſs es Gleichungen zwischen ungleichartigen Gröſsen geben könne, bei welchen eine bestimmte Beziehung der verschiede-

nen Einheiten unter einander vorausgesetzt wird, welche daher nicht mehr richtig seyn würden, wenn man jene Beziehung ändern wollte. Hieraus ersieht man zugleich, was die oben angeführten Gründe für die Meinung, es könne nicht $p = \varphi(A, B, C, \ldots)$ seyn, eigentlich beweisen. Sobald nämlich die Gröſse, worauf sich p bezieht, so beschaffen ist, daſs sie durch keine Einheit gemessen werden kann, welche mit der Einheit von A, B, C, ... in einer gewissen Beziehung steht, dann enthält allerdings die Gleichung $p = \varphi(A, B, C, \ldots)$ einen Widerspruch in sich. Gibt es hingegen eine Einheit von p, welche mit der Einheit von A, B, C, ... in einer gewissen Beziehung steht, dann könnte es auch vielleicht eine Gleichung zwischen p, A, B, C, ... geben, welche nur für *diese* Beziehung der Einheiten gültig ist. Wer also die Unmöglichkeit der Gleichung $p = \varphi(A, B, C, \ldots)$ beweisen will, muſs nicht nur darthun, daſs nicht für *jede* Einheit von p die *nämliche* Gleichung Statt finden könne, sondern er muſs beweisen, daſs für *keine* Einheit von p, in welcher Beziehung sie auch mit der Einheit von A, B, C, ... stehen möge, irgend eine Gleichung zwischen p, A, B, C, ... möglich sey. Daſs dieser Forderung oben nicht Genüge geleistet wurde, ist wohl offenbar; auch ist ein solcher Beweis *im Allgemeinen* gar nicht möglich, weil es ja wirklich Gleichungen gibt, welche, wie wir gesehen haben, nur für eine bestimmte Beziehung der verschiedenen Einheiten gelten; ein solcher Beweis kann daher immer nur für gewisse Gröſsen, oder für Gröſsen von einer gewissen Beschaffenheit geführt werden. Man wird auch leicht zugeben, daſs eine solche Beschaffenheit bei Linien und Winkeln nicht eintrete, wenn man nur die sogenannten, geometrischen Functionen bedenkt, welche allerdings eine gewisse Beziehung zwischen den Linien

und Winkeln herstellen. Hieraus geht klar hervor, dafs die Gleichung $p = \varphi\,(A, B, C, \ldots)$ nicht nur überhaupt nicht unmöglich sey, sondern dafs sie auch, wenn p, A, B, C Linien und Winkel vorstellen, nicht gänzlich verworfen werden könne. Man mufs daher auch die Unmöglichkeit jener Gleichung in dem Falle, dafs p eine Seite, und A, B, C die Winkeln eines Dreieckes darstellen, aus anderen Gründen darthun; das Prinzip der Gleichartigkeit reicht dazu nicht hin, und defswegen kann auch die, darauf beruhende, analytische Theorie der Parallellinien nicht als vollkommen befriedigend angesehen werden.

§. 6. Mehrere Mathematiker haben die Meinung geäufsert, dafs sich die Theorie der parallelen Linien auf diejenige Art, welche uns die Elemente *Euklid's* sonst durchgängig vorzeichnen, gar nicht beweisen lasse. Allein in der Mathematik, als einer abstracten und strengen Wissenschaft, müssen sich aus den Erklärungen alle Eigenschaften der erklärten Gegenstände vollständig herleiten lassen. Soll daher die vorige Behauptung gegründet seyn, so mufs die Ursache jener Unmöglichkeit in der Mangelhaftigkeit einer, dabei zum Grunde liegenden, Erklärung gesucht werden. *Legendre* scheint dieser Ansicht beizupflichten, indem er sagt, man müsse die Ursache, warum der eilfte Grundsatz *Euklid's* noch nicht auf eine ganz geometrische Art bewiesen wurde, ohne Zweifel einer Unvollkommenheit in der Erklärung der geraden Linie beimessen, welche den Elementen zur Grundlage dient. Man mufs aber hiebei bemerken, dafs die Erklärung der geraden Linie nicht die einzige ist, worauf sich die Theorie der parallelen Linien stützt, sondern dafs dabei auch die Erklärung der Winkel, welche die geraden Linien mit einander bilden, in Betrachtung gezogen werden mufs, indem dieselbe eben so we-

sentlich zu jener Theorie gehört. Es wäre daher wohl möglich, daſs jene Unvollkommenheit, welche *Legendre* in der Erklärung einer geraden Linie vermuthet, eigentlich in der Erklärung eines Winkels liege.

Die Untersuchung, ob eine dieser beiden Vermuthungen gegründet sey, dürfte die, darauf zu verwendende, Mühe und Zeit wohl hinlänglich belohnen, weil wir nur auf diesem Wege über die Möglichkeit einer vollständigen, allen Anforderungen entsprechenden, Theorie der parallelen Linien Gewiſsheit erhalten können, und weil dadurch wahrscheinlich auch die Mittel an die Hand gegeben werden dürften, durch welche das etwa Fehlende ergänzt werden muſs.

§. 7. Mehrere mathematische Schriftsteller stellen zwar sehr verschiedene Erklärungen der geraden Linien auf, man kann sich indessen leicht überzeugen, daſs sie doch alle eigentlich von dem Satze ausgehen: *durch zwei Puncte kann nur eine einzige gerade Linie gezogen werden.* Einige Mathematiker stellen diesen Satz als einen Grundsatz auf, andere haben ihn, und zwar meines Erachtens mit Recht, in die Erklärung der geraden Linie selbst verflochten. Da aber auch die Ersteren sich bei den folgenden Beweisen nicht auf ihre gegebene Erklärung, sondern überall nur auf den eben angeführten Satz berufen, so ist es im Grunde eben so viel, als ob dieser Satz durchgängig, als Erklärung der geraden Linie, aufgestellt wäre. Wirklich ist auch nur die *gerade* Linie so beschaffen, daſs durch zwei Puncte bloſs eine einzige möglich ist; von jeder anderen Gattung von Linien können mehrere durch die nämlichen zwei Puncte gehend gedacht werden. Hieraus zeigt sich, daſs die gerade Linie durch die angegebene Eigenschaft vollkommen bestimmt ist, indem sie dadurch von allen anderen möglichen Linien unterschieden wird. Daher müssen

sich auch alle übrigen Eigenschaften der geraden Linie, welche ihr wesentlich zukommen, aus dieser einzigen herleiten lassen, und die, mit Zuziehung dieser Eigenschaft ausgesprochene, Erklärung der geraden Linie muſs, als vollkommen genügend, angesehen werden, so daſs in derselben ein Mangel nicht gefunden wird, weſswegen die Theorie der parallelen Linien nicht vollständig sollte bewiesen werden können.

§. 8. Da wir nunmehr die Erklärung der geraden Linie von jeder wesentlichen Unvollkommenheit gerechtfertiget erblicken, bleibt uns noch die Erklärung des (geradlinigen) Winkels zu untersuchen übrig.

Manche erklären den Winkel, als die Neigung zweier, in einem Puncte zusammentreffender, gerader Linien gegen einander. Bei dieser Erklärung ist es in die Augen fallend, daſs zuerst bestimmt werden müsse, was man unter der Neigung zweier gerader Linien gegen einander zu verstehen habe. Dieser Forderung findet man aber nirgends Genüge geleistet, und ich glaube auch nicht, daſs der Begriff der Neigung eine genügende Erklärung zulasse, ohne dabei den Begriff eines Winkels schon voraus zu setzen. Im Grunde sind die Worte *Winkel* und *Neigung* nur verschiedene Benennungen, bezeichnen aber beide den nämlichen Gegenstand, so daſs das eine durch das andere nicht erkläret werden kann. Aus dieser Ursache ist die obige Erklärung durchaus unbrauchbar, um daraus die Eigenschaften des Winkels herzuleiten. Wirklich wird man auch finden, daſs weder *Euklid* noch irgend ein mathematischer Schriftsteller, welcher nach dem Vorgange *Euklid's* jene Erklärung beibehalten hat, sich bei den folgenden Sätzen jemals auf dieselbe berufen, sondern sie gebrauchen, um die Eigenschaften des Winkels zu erweisen, ganz andere Anhaltspuncte, welche in ihrer Erklärung nicht

ausdrücklich enthalten sind, und welche wir bald näher zu beleuchten Gelegenheit haben werden.

§. 9. Alle diejenigen Mathematiker, welche die Erklärung *Enklid's* für nicht zureichend erkannten, bedienen sich folgender Erklärung: Winkel ist die Abweichung der Richtungen zweier, in einem Puncte zusammen treffender, gerader Linien von einander. Zwar gebrauchen Einige hiebei den Ausdruck: *Lage*, allein sie wollen damit offenbar das Nämliche bezeichnen, was man unter *Richtung* versteht; nur scheint mir das Wort *Lage* keiner deutlichen Bestimmung fähig zu seyn, welche bloſs auf die *gerade* Linie paſst, während sich genau angeben läſst, was die Richtung einer geraden Linie sey.

Die gerade Linie, welche durch zwei Puncte gezogen werden kann, heiſst die Richtung von einem derselben gegen den anderen. Hieraus, und aus der oben angedeuteten Erklärung der geraden Linie folgt, daſs alle Puncte einer geraden Linie einerlei Richtung gegen einander haben. (Eine Unterscheidung der sogenannten entgegengesetzten Richtungen würde bei dem hier zu behandelnden Gegenstande ganz ohne Nutzen, und daher überflüssig seyn.) Deſswegen nennt man die Richtung jeder zwei Puncte einer geraden Linie die Richtung der Linie selbst, und die gerade Linie bezeichnet auf diese Art selbst ihre Richtung nach ihrer ganzen Ausdehnung. Indessen darf man doch die Ausdrücke: *gerade Linie* und *ihre Richtung* nicht für einerlei halten, weil man bei der geraden Linie immer auch ihre Länge zu berücksichtigen hat, während die Richtung von der Länge der Linie ganz unabhängig ist, so daſs zur Bezeichnung der Richtung einer geraden Linie jedes, auch das kleinste Stück derselben zureicht, zur vollständigen

Bestimmung einer geraden Linie aber müssen nothwendig ihre Endpuncte gegeben seyn.

§. 10. Nachdem auf solche Art der Begriff der Richtung einer geraden Linie festgestellt wurde, können wir fortfahren, die Erklärung des Winkels genau zu erörtern.

Vor Allem zeigt sich, daſs bei einem Winkel nur die *Richtungen* der beiden geraden Linien betrachtet werden, daſs daher die Länge derselben auf den Winkel keinen Einfluſs haben kann. Nun frägt sich aber noch, was man denn unter der *Abweichung* der Richtungen zu verstehen habe? Will man bei der Erklärung des Wortes *Abweichung* den Winkel nicht schon voraussetzen, was hier durchaus nicht geschehen darf; so wird man finden, daſs dieses Wort hier nichts anderes bedeute, als eine Verschiedenheit, den Gegensatz vom Einerleiseyn. Abweichung ist nur ein eigenthümlicher, für geometrische Gegenstände besser geeigneter, Ausdruck, ohne deſswegen etwas Anderes zu bezeichnen, als Verschiedenheit. Somit wäre der Winkel die Verschiedenheit der Richtungen zweier, in einem Puncte zusammentreffender, gerader Linien.

§. 11. Betrachtet man die im §. 10 am Ende gegebene Erklärung, so wird sich sogleich der Zweifel aufdrängen, ob denn der Winkel wohl eine Gröſse sey, da dort nur ein negatives Merkmal, nämlich das nicht Einerleiseyn der Richtungen angegeben ist. Ich glaube nicht, daſs man aus jener Erklärung den Winkel als eine Gröſse betrachten könne. Wie soll auch die *bloſse Verschiedenheit* der Richtungen eine Gröſse seyn, da doch nicht einmal die *Richtungen selbst* Gröſsen genannt werden können? Gewiſs eben so wenig, als überhaupt die bloſse Verschiedenheit was immer für anderer Gegenstände als Gröſse angesehen werden kann, sobald nicht

eine gewisse Beschaffenheit derselben angegeben wird, wodurch ihr erst das wesentliche Merkmal einer Gröſse zugetheilt erscheint. Da nun in der Mathematik, und daher auch in der Geometrie, als einem Theile der Mathematik, nur Gröſsen in Betrachtung gezogen werden; so zeigt sich, daſs die obige Erklärung, wenn sie gleich richtig ist, dennoch nicht hinreicht, um den Winkel als einen Gegenstand der Geometrie, darzustellen. Es mangelt nämlich darin eine Bestimmung, durch welche der Winkel erst zu einer Gröſse, und mithin der mathematischen Behandlung fähig wird. Diese noch mangelnde Bestimmung in der Erklärung des Winkels muſs nicht nur bewirken, daſs durch sie der Winkel als eine Gröſse angesehen werden könne, sondern sie muſs auch so beschaffen seyn, daſs sich daraus alle Eigenschaften, welche dem Winkel als Gröſse zukommen, vollständig herleiten lassen; denn sie soll als Ergänzung der obigen Erklärung dienen, und muſs daher auch die Eigenschaften einer Erklärung besitzen.

§. 12. Diesen Vordersätzen gemäſs sehen wir nunmehr, was bisher zur Vervollständigung der Erklärung des Winkels geleistet worden ist, und ob dasselbe den eben gemachten Anforderungen entspricht, oder nicht. Durchgeht man zu diesem Ende die Lehrbücher der Geometrie, so wird man finden, daſs überall entweder ausdrücklich oder stillschweigend folgender Satz angenommen wird: *Jeder Winkel kann aus den zwei Winkeln zusammengesetzt gedacht werden, welche seine Schenkel mit einer dritten, zwischen ihnen durch den Scheitel in der nämlichen Ebene gezogenen, geraden Linie bilden.* Wirklich ist es in die Augen fallend, daſs sich in allen Lehrbüchern der Geometrie lediglich auf diesen Satz, niemals aber auf die Erklärung des Winkels bezogen wird: man muſs daher auch denselben als die wahre Grundlage

der Theorie des Winkels ansehen. Nun ist es aber gewiſs, daſs dieser Satz nicht, als eine Folgerung, aus der obigen Erklärung des Winkels hergeleitet werden kann, weil in der letzteren gar keine bestimmte Beschaffenheit der Verschiedenheit der Richtungen angegeben wird, während ihr dieser Satz eine bestimmte Eigenschaft, nämlich daſs sie aus anderen Verschiedenheiten zusammengesetzt gedacht werden könne, beimiſst. Mithin muſs dieser Satz als die, in §. 11 für nothwendig erkannte, Ergänzung zu der Erklärung des Winkels betrachtet werden, wie sie bisher von allen Mathematikern angenommen wurde, und es kommt nun darauf an, ob sie die am Ende des §. 11 angegebenen Eigenschaften besitzen.

§. 13. Durch die Annahme des in §. 12 aufgestellten Satzes wird ein Winkel, als aus andern Winkeln zusammengesetzt, gedacht; gerade darin aber, daſs ein Ding aus mehreren gleichartigen Theilen zusammengesetzt gedacht werden könne, liegt das unterscheidende Merkmal einer Gröſse: mithin wird durch jenen Satz der Winkel allerdings als eine Gröſse dargestellt, und der mathematischen Behandlung fähig. Es entsteht nur noch die Frage, ob sich daraus auch *alle* Eigenschaften des Winkels mit Nothwendigkeit herleiten lassen. Wäre es hiebei erlaubt aus dem Erfolge zu urtheilen, so müſste man dieſs geradezu verneinen, denn bisher ist es noch niemanden gelungen, mit Hülfe jenes Satzes, welchen schon *Euklid* stillschweigend voraussetzt, die Theorie der parallelen Linien fest zu begründen. Indessen, auch abgesehen von diesem ungünstigen Erfolge, scheint man hinreichenden Grund zu haben, jene Verneinung auszusprechen. Denn in dem Satze des §. 12 wird vorausgesetzt, daſs die dritte Linie, welche zwischen den Schenkeln des gegebenen Winkels liegt (Vergleichslinie), durch den Scheitel desselben gehe. Mithin kann durch

Hülfe jenes Satzes nur über die Gröſse derjenigen Winkel ein Urtheil gefällt werden, welche entweder ohnehin schon einerlei Scheitel haben, oder welche man wenigstens durch Übertragung von einer Stelle zur anderen sich so denken kann, daſs sie einerlei Scheitel erhalten; kurz es können nur solche Winkel in Bezug auf ihre Gröſse mit einander verglichen werden, deren Scheitel gegeben sind. Es kann aber auch ein Urtheil über die Gröſse von Winkeln gefordert werden, deren Scheitel nicht gegeben sind. In einem solchen Falle findet man in dem Satze des §. 12 durchaus keinen Anhaltspunct; da nun aber gerade jener Satz es ist, von welchem, als der Ergänzung der Erklärung, man bei jedem Urtheile über die Gröſse der Winkel ausgeht, so zeigt sich, daſs man in dem gesetzten Falle nicht im Stande ist, auf streng geometrische Weise zum erwünschten Ziele zu gelangen. Hieraus sieht man, daſs der Satz des §. 12 nicht hinreicht, um *alle* Eigenschaften, welche dem Winkel zukommen, daraus abzuleiten, und daſs derselbe daher nicht beide Eigenschaften, welche in §. 11 von der nöthigen Ergänzung der Erklärung des Winkels gefordert wurden, in sich vereinige.

§. 14. Sind die Behauptungen des §. 13 gegründet, so darf es uns nicht wundern, daſs man zwar einige Eigenschaften des Winkels ganz leicht ableiten konnte, denn dazu ist, wie wir gesehen haben, der Satz des §. 12 allerdings hinreichend, daſs man aber auf keine Weise im Stande war, den eilften Grundsatz *Euklid's* strenge zu erweisen. Man wird nämlich leicht sehen, daſs gerade bei diesem berühmten Grundsatze der Fall eintritt, von welchem wir in §. 13 erwiesen haben, daſs der Satz des §. 12 zu seiner Entscheidung nicht zureiche, indem hiebei von einem Winkel die Rede ist, welchen die beiden, von der dritten geschnittenen, gera-

den Linien unter einander bilden sollen, dessen Scheitel also nicht gegeben, sondern noch unbekannt ist, weil es erst erwiesen werden soll, daſs es einen solchen Scheitel gebe. Hieraus zeigt sich, daſs der wahre Grund, warum es bisher nicht gelingen wollte, die Theorie der Parallellinien vollständig zu erweisen, eigentlich darin liege, daſs die Voraussetzung, welche die Stelle der Erklärung des Winkels vertreten soll, und welche man dabei zum Grunde legen wollte, zu einem vollständigen Beweise unzureichend, und aus der nämlichen Ursache wird auch fernerhin eine durchgängig begründete, fehlerfreie Theorie so lange nicht geliefert werden können, als man noch von den nämlichen Vordersätzen ausgehen zu müssen glaubt.

§. 15. Die vorigen Betrachtungen zeigen uns nicht nur den Grund des bisherigen Miſslingens aller Versuche zur Berichtigung der Theorie der Parallellinien, sondern sie deuten uns zugleich den Weg an, welchen man betreten muſs, um glücklich zum Ziele zu gelangen. Wir haben nämlich gesehen, daſs die Erklärung des Winkels, wie sie in §. 10 enthalten ist, nicht geeignet sey, denselben als eine Gröſse darzustellen, und dadurch zur mathematischen Behandlung fähig zu machen; wir haben ferner gefunden, daſs der Satz, welchen man bisher allgemein, als Ergänzung jener Erklärung, gebraucht hat, obgleich sich daraus einige Eigenschaften des Winkels ergeben, dennoch nicht hinreichend sey, *alle* Beziehungen desselben abzuleiten, weil dieser Satz nur von einem einzelnen Falle spricht, und daher auf den entgegengesetzten Fall keine Anwendung finden kann. Es bleibt uns daher nichts anderes übrig, als den Mangel, welchen wir in dem Satze des §. 12 gefunden haben, zu verbessern, das heiſst, jenen Satz so allgemein auszusprechen, daſs er nicht bloſs auf einen ein

zelnen, sondern überhaupt auf *jeden* Fall pafst, es mag die Vergleichslinie durch den Scheitel des gegebenen Winkels gehen, oder nicht. Wirklich ist auch nichts leichter, als dieser Forderung zu entsprechen, und man wird sich dann leicht überzeugen, dafs sich aus einer solchen allgemeineren Ergänzung der Erklärung eines Winkels alle Eigenschaften der Winkel, und die davon abhängenden Beziehungen der geraden Linien auf eine eben so einfache Weise herleiten lassen, wie man bisher einen Theil derselben aus dem eingeschränkteren Satze des §. 12 wirklich hergeleitet hat.

§. 16. Den ausgesprochenen und als nothwendig erkannten Ansichten gemäfs erkläre man nun den Winkel folgender Mafsen: Winkel heifst die so beschaffene Abweichung der Richtungen zweier, in einem Puncte zusammentreffender, gerader Linien, dafs dieselbe aus den beiden Abweichungen der Richtungen jener Linien von der Richtung einer dritten, zwischen ihnen gezogenen, und mit beiden zusammentreffenden, geraden Linie bestehend gedacht werden könne.

Nach dieser Erklärung bedarf es nur noch des fünfzehnten Satzes im ersten Buche der Elemente *Euklid's*, um ganz leicht erweisen zu können, dafs ein äufserer Winkel acd (Fig. 26) des Dreieckes abc den beiden inneren, entgegengesetzten Winkeln abc und bac zusammen genommen gleich sey. Denn man verlängere die Seiten ba und ca über den Scheitel a; so liegt die Linie ae zwischen den Schenkeln des Winkels fcd, und trifft beide in a und b. Mithin kann nach der obigen Erklärung der Winkel fcd aus den beiden Winkeln fae und ebd bestehend gedacht werden, oder es ist

$$fcd = fae + ebd.$$ Ferner ist

$fcd = acd$, $fae = bac$ und $ebd = abc$.

Setzt man diese Werthe in der erhaltenen Gleichung; so kommt endlich $acd = bac + abc$ zum Vorscheine, was gerade der zu erweisende Satz ist. Dafs sich dann aus dem oben bewiesenen Satze die ganze Theorie der parallelen Linien ohne alle Schwierigkeit ableiten lasse, ist eine so bekannte Wahrheit, dafs es gänzlich überflüssig wäre, hierüber noch ein Wort zu verlieren.

§. 17. So sind wir nunmehr durch genaue Entwickung der Erklärungen einer geraden Linie und des geradlinigen Winkels zu einer Theorie der parallelen Linien gelangt, welche, wenn man einmal die Richtigkeit und Nothwendigkeit der obigen Erklärung des Winkels anerkannt hat, in Hinsicht der Consequenz sowohl, als auch der Kürze und Leichtigkeit nichts zu wünschen übrig läfst

Übrigens will ich die vorstehende Theorie der parallelen Linien keineswegs für etwas ganz Neues ausgeben. Schon die Theorie, welche *W. J. P. Karsten* im Jahre 1778 bekannt gemacht hat, kann, als im Wesentlichen damit übereinstimmend, betrachtet werden, nur hat *Karsten* die Richtungen (Lagen) zweier, in einer Ebene liegender, sich jedoch nicht schneidender, gerader Linien für einerlei angenommen, was nach den vorher gegebenen Erklärungen nicht angeht. Noch genauer treffen die Theorien einiger neuerer Schriftsteller mit der obigen zusammen. Indessen hat weder *Karsten*, noch einer der übrigen Mathematiker, welche mit ihm bei diesem Gegenstande im Wesentlichen einerlei Weg betraten, die Voraussetzungnn genau angegeben, von welchen sie ausgehen, so dafs ihre Theorien noch immer, als nicht vollständig begründet, erscheinen; noch weniger aber hat einer derselben die *wissenschaftliche Nothwendigkeit* solcher Voraussetzungen erwiesen. Gerade das aber war das Ziel, welches ich hier zu erreichen

strebte. Ich wollte nämlich zeigen, daſs die bisher immer aufgestellte Erklärung des Winkels, sammt ihrer, in §. 12 enthaltenen, Ergänzung nicht hinreichend seyn könne, um daraus alle Beziehungen des Winkels abzuleiten, sondern daſs es zu diesem Ende nothwendig sey, eine umfassendere, nicht auf einen einzelnen Fall beschränkte, Erklärung zum Grunde zu legen, wie es in §. 16 geschehen ist. Wer diese Vordersätze zugibt, wird an den, daraus abgeleiteten, Folgerungen nicht mehr zweifeln können; sollte ich mich jedoch in diesen Vordersätzen geirret haben, dann fällt freilich auch alles darauf Gebaute von selbst weg.

§. 18. Es ist übrigens in die Augen springend, daſs die obige Theorie keine bestimmte Erklärung der parallelen Linien voraussetze, sondern daſs sie auf jede derselben gleich leicht angepaſst werden könne. Indessen kann es in einer strengen Wissenschaft doch nicht ganz gleichgültig seyn, von welcher Erklärung des zu behandelnden Gegenstandes man ausgehe: es mögen mir daher hierüber noch ein paar Worte gestattet seyn.

Man wird dem Satze gerne beitreten, daſs Erklärungen so allgemein als möglich aufgestellt werden müssen. Denn in so ferne Erklärungen nur bloſse Folgerungen aus anderen allgemeineren sind, ist es der wissenschaftlichen Methode angemessen, sie auch als bloſse Folgerungen hinzustellen; enthalten sie aber mehr als bloſse Ableitungen und Anwendungen einer allgemeineren Erklärung, dann kann es nicht erlaubt seyn, sie so geradezu hinzustellen, sie müssen vielmehr, als Lehrsätze, erwiesen werden.

Betrachtet man aus dem eben angegebenen Gesichtspuncte die Erklärung, welche *Euklid* von parallelen Linien aufstellt; so wird man sich nicht enthalten können, sie für zu wenig allgemein anzuerkennen. Denn erst-

lich ist in dieser Erklärung nur von Linien die Rede, obgleich in der Folge auch parallele Ebenen vorkommen, ja man betrachtet sogar Linien als parallel zu Ebenen, so daſs *drei* Erklärungen gegeben werden müssen.

Ferner handelt die *Euklid*'sche Erklärung nur von *geraden* Linien; man hat jedoch bereits lange anerkannt, daſs auch *krumme* Linien parallel seyn können, die obige Erklärung sollte daher eigentlich so eingerichtet werden, daſs sie auch auf den letzteren Fall paſst. Endlich wird in jener Erklärung schon vorausgesetzt, daſs die parallelen Linien in *einer* Ebene liegen sollen. Im Allgemeinen ist aber der Parallelismus der Linien ganz unabhängig von ihrer Lage in einer Ebene, sondern diese Lage ist nur bei *geraden* Linien eine nothwendige Folge des Parallelseyns derselben, weſswegen auch diese besondere Eigenschaft der geraden Linien, als ein Lehrsatz, erwiesen werden muſs.

Man wird auch leicht sehen, daſs die *Euklid*'sche Erklärung einer solchen Allgemeinheit, wie sie hier gefordert wurde, gar nicht fähig sey, indem das *bloſse* Nichtschneiden nicht einmal bei den geraden Linien überhaupt, viel weniger bei den Linien im Allgemeinen, oder bei Flächen hinreicht, dieselben als parallel darzustellen. Man muſs daher gestehen, daſs die *Euklid*'sche Erklärung nicht allen Forderungen eines streng wissenschaftlichen Systems Genüge leiste.

Daſs die eben gemachten Bemerkungen auch jede Erklärung treffen, vermöge welcher parallele Linien solche gerade seyn sollen, welche in einer Ebene liegen, und von einer dritten unter gleichen Winkeln geschnitten werden, ist in die Augen fallend. Es wird daher nicht nothwendig seyn, diese Behauptung auszuführen, und das Ungenügende in dieser Erklärung umständlich darzustellen, wie es mit der vorhergehenden geschehen ist.

§. 20. Nach demjenigen, was in §. 19 gesagt wurde, bleibt uns nur noch diejenige Erklärung der parallelen Linien übrig, wobei von den gleichen Abständen (Entfernungen) der Puncte ausgegangen wird. Diese Erklärung ist allerdings einer, der verlangten Allgemeinheit angemessenen, Darstellung fähig, nur muſs man sich auch hiebei sorgfältig hüten, daſs man kein Merkmal in dieselbe lege, welches sich schon aus den übrigen, darin enthaltenen, Merkmalen herleiten läſst. Insbesondere darf die Wechselseitigkeit des Parallelseyns nicht schon in der Erklärung liegen, weil dieselbe nur bei Linien unter sich, und bei Flächen unter sich vorhanden ist; sobald aber Linien und Flächen mit einander verglichen werden, kann von einer Wechselseitigkeit des Parallelseyns nicht mehr die Rede seyn. Mithin muſs diese Eigenschaft auch für die beiden Fälle, in welchen sie gilt, erwiesen werden.

Es scheint, daſs man, nachdem vorher der Abstand eines Punctes von einem geometrischen Gegenstande (Punct, Linie, Fläche oder Körper) als die kürzeste gerade Linie bestimmt worden ist, welche von dem ersteren an irgend einen Punct des letzteren gezogen werden kann, die Erklärung des Parallelseyns folgender Maſsen schicklich aufstellen könne: Ein geometrischer Gegenstand, dessen jeder beliebig angenommener Punct von einem andern geometrischen Gegenstande denselben Abstand hat, heiſst zu dem letzteren parallel. Diese Erklärung paſst auf alle Fälle, und enthält nur das einzige Merkmal der gleichen Abstände, worin eigentlich das Wesen des Parallelismus besteht, ohne ein anderes fremdartiges oder zufälliges Merkmal einzumengen.

Sie entspricht daher allen, an sie zu machenden, Anforderungen vollkommen, woraus folgt, daſs man ge-

rade diese Erklärung der Theorie der parallelen Linien sowohl, als der parallelen Flächen, als Grundlage unterlegen müsse.

§. 21. Bei der Theorie der parallelen *geraden* Linien insbesondere kommt es nach der, im vorigen Paragraphe aufgestellten, Erklärung vorzüglich darauf an, zu beweisen, dafs alle Puncte einer Ebene, welche von einer, in der nämlichen Ebene liegenden, geraden Linie, auf einerlei Seite derselben, gleiche Abstände haben, ebenfalls in einer geraden Linie liegen, von welcher alle Puncte der ersteren Geraden denselben Abstand haben. Man darf aber auch den Beweis des Satzes nicht vergessen, dafs zwei parallele gerade Linien nothwendig in *einer* Ebene liegen müssen. Es würde mich weit über die Gränzen, welche ich mir gesetzt habe, hinaus führen, wenn ich die Beweise mit den dazu gehörigen Sätzen und Erklärungen hier vollständig ausführen wollte, auch sind dieselben nach dem früher Gesagten keiner Schwierigkeit mehr unterworfen. Daher mag es hier genug seyn, nur die vorzüglichsten Puncte, welche man nicht überall sorgfältig genug beachtet findet, kurz angedeutet zu haben.

Zum Schlusse mufs ich aufrichtig gestehen, dafs ich mir keineswegs schmeichle, das hier über die Theorie der parallelen Linien Beigebrachte werde sich einer allgemeinen Zustimmung zu erfreuen haben. Ich glaubte jedoch berechtiget zu seyn, meine Ansicht über diesen, fast schon bis zum Ekel besprochenen, Gegenstand darzulegen, da dieselbe, wenn man sie auch nicht als allen Wünschen genügend ansehen will, doch durch genauere Feststellung mancher, dabei vorkommender, Begriffe nicht ganz ohne Nutzen seyn dürfte; überdiefs glaube ich hier wenigstens den Weg gezeigt zu haben,

auf welchen man sich versichern kann, ob dasjenige, was man bei der Theorie der parallelen Linien noch vermifst, blofs durch Schuld der bisherigen Bearbeiter nicht geleistet wurde, oder ob es nicht vielleicht ganz unmöglich sey, mit den bisher dabei angewendeten Vordersätzen auszulangen.

VI.

Eine besonders wirksame Electrisirmaschine, nebst einigen damit angestellten Versuchen;

von

F. Pfister *).

Die Electrisirmaschine, von der hier die Rede ist, gehört zur Gattung der Scheibenmaschine. Sie hat eine Scheibe von 28 Zoll Durchmesser, die in der ganzen Fläche gleichförmig 2 L. dick ist, und aus venetianischem Spiegelglase geschnitten wurde.

Die Reibzeuge sind 7 Z. lang, 2 Z. breit, und 1 Z. dick, gegen die Glasseite ganz flach, am Rücken hingegen cylindrisch abgerundet; jedes derselben ist mit lakirtem Taffet, und überdiefs noch gegen die Axe zu mit ovalen Spiegelgläsern versehen. Eine eigene Einrichtung macht die Reibzeuge nach allen Richtungen beweglich, gleichsam als bewegten sie sich in einer sogenannten Nufs, so dafs sie immer an das Glas angedrückt werden, wenn auch dieses auf seiner Axe nicht vollkommen senkrecht befestiget wäre, oder die Scheibe ungleich dicke Stellen hätte.

*) Herr *Pfister*, der diese Maschine selbst verfertigte, ist Saaldiener am k. k. polytechnischen Institute in Wien.

Der Conductor besteht aus einer getriebenen Kugel von Messingblech, die 10 Z. im Durchmesser hält. Diese Kugel ruht auf einer ebenfalls messingenen Glocke, deren Randstärke 2 Z. beträgt, und in eine Öffnung eine verticale Glassäule von 2 Z. 6 L. Länge, und 2 Z. Dicke aufnimmt, die mit dem unteren Ende in den Fuſs eingekittet ist, der sich auf dem Bodenbrete der ganzen Maschine verschieben, und auch in jeder Lage mittelst einer Schraube befestigen läſst. Die Arme des Conductors sind 1 Z. dick, und bilden einen Halbzirkel von 3 F. Durchmesser. Sie lassen sich in eine horizontale Ebene stellen, und nehmen dann die Electricität von der Scheibe auf, aber auch in eine verticale Ebene bringen, damit ihnen die negative Electricität der Reibzeuge zuflieſsen kann. Die Sauger bestehen aus 1 Z. dicken Röhren, ihre Länge beträgt 5 Z., jeder derselben hat 4 Spitzen, die $^1/_2$ Z. lang sind. Gegen die Axe der Scheibe zu sind sie mit Kugeln aus Guajakholz versehen.

Versuche mit dieser Maschine.

1. Wenn die positiven Funken von einer dreizolligen Kugel in eine fünfzollige übergehen, beträgt ihre Länge 13, oft auch 14 Z. Gewöhnlich berechnet man die Funkenlänge nach der kürzesten Linie, die man vom Reibzeuge nach dem Sauger ziehen kann; hier sind sie aber bedeutend länger, als diese Regel angibt, denn die genannte Linie beträgt nur etwa 10 $^1/_2$ bis 11 Z.

2. Die Funken, welche aus der groſsen Conductorkugel auf die auffangende Kugel von 5 Z. Durchmesser gehen, sind 4 Z. lang, und gleichen einem Lichtcylinder von mehr als $^1/_4$ Z. Dicke; sie verursachen beim Überspringen einen Knall, wie eine groſse sich selbst entladende Leidnerflasche.

3. Die negativen Funken gehen von einer Kugel, die 1 $^1/_2$ Z. im Durchmesser hat, in die Conductorkugel aus einer Entfernung von 10 bis 11 Z. über.

4. An einer sehr scharfen Nadelspitze sind die Funken $^1/_4$ Z. lang.

5. In einer Entfernung von 6 — 8 F. empfindet man in einem grofsen Locale die rückstrahlende Electricität.

6. Durch den einfachen Funken wird ein ächtes Goldblatt von 10 Z. Länge und $^1/_4$ Z. Breite oxydirt, wenn es sich auf Papier zwischen zwei Spiegelplatten befindet.

7. Eine Glastafel von 4 L. Dicke wird durch den einfachen Funken durchbohrt.

8. Die Wasserzersetzung geht durch den einfachen electrischen Strom so schnell vor sich, dafs sich in wenigen Minuten eine Gasblase von der Gröfse einer Haselnufs bildet.

9. Ein Tannenbret von 8 Z. Länge und 4 Z. Breite wurde mit gestofsenem Harz bestreut, und ein einfacher Funken darüber geleitet. Augenblicklich entzündete es sich nach der ganzen Länge, und der Gang des Funkens ward durch eine in das Holz eingerissene Furche erkennbar gemacht; auch rifs er entzündete Holzsplitter weg.

10. Wenn man im Dunkeln bei feuchter Luft die Maschine dreht, so strömen aus den Taffetflügeln auf den, welcher die Kurbel in Bewegung setzt, fortwährend Strahlenbüschel, wiewohl der Weg, den sie zu nehmen haben, zwei Fufs lang ist.

11. Eine grofse Leidnerflasche, deren Belegung mehr als zwei Quadratfufs Oberfläche hat, wird durch drei Umdrehungen zur Selbstentladung gebracht.

12. Ein grofser Glassturz von 9 Z. im Durchmesser, und mit einer 2 F. hohen Belegung, der wie eine

Lane'sche Electrometerflasche eingerichtet ist, wird durch 14 Umdrehungen der Scheibe so stark geladen, daſs bei seiner Entladung durch den electrischen Strom ein 18 Z. langer Eisendraht von Nro. 12 geschmolzen wird.

12. Endlich läſst sich auch mittelst derselben Flasche eine sehr starke Ablenkung der Magnetnadel hervorbringen. Es wurde, um dieses zu Stande zu bringen, dünner Kupferdraht mit Seide umwunden, und überdieſs noch über den Seidenüberzug mit einer Firniſsdecke versehen, hierauf zu einem *Schweigger*'schen Multiplicator zusammengewunden. Er enthielt 400 Windungen. Innerhalb desselben wurde eine empfindliche Magnetnadel gestellt, und die Enddrähte mittelst nasser, etwa 4 Zoll langer, Schnüre mit den beiden Belegungen der Flasche in leitende Verbindung gesetzt. Sobald die Flasche sich entlud, mithin der in den zwei feuchten Schnüren verzögerte Strom durch den Multiplicator ging, erfolgte eine Ablenkung der Magnetnadel, die nahe an 90° grenzte. Ohne Dazwischenkunft der nassen Schnüre konnte man keine Ablenkung an derselben hervorbringen. Es ist zum Gelingen dieses Versuches eine gute Isolirung der einzelnen Drähte des Multiplicators, und eine Verzögerung des electrischen Stromes unumgänglich nothwendig. Es ist merkwürdig, daſs das letztere Mittel gerade dasjenige ist, mittelst welchem man auch Schieſspulver durch die Electricität anzündet.

VII.
Ein Beitrag zur Theorie der Beugung des Lichtes;

von

A. Baumgartner.

---

1. Der unsterbliche *Fraunhofer* hat die Phänomene der Beugung des Lichtes mit solcher Genauigkeit gemessen, und aus den Resultaten seiner Messungen die Gesetze dieser Modification so klar abgeleitet, dafs sich die Beugungserscheinungen jetzt in den mannigfaltigsten Fällen eben so leicht voraussehen lassen, wie die ohne Vergleich einfacheren Phänomene der Brechung und Reflexion des Lichtes. Hätte *Fraunhofer* nicht gründliche theoretische Bildung mit Künstlergeschicklichkeit in so hohem Grade in sich vereinet, so hätte er eine so schwierige Arbeit nicht so glücklich zu Ende bringen können; denn sie forderte höchst genaue Instrumente, grofse Aufmerksamkeit und Dexterität im Beobachten und Messen, klare Ansichten zur Entwerfung des Operationsplanes, und endlich Scharfsinn genug, um aus den verwickelten Ergebnissen der Versuche die einfachen Naturgesetze ableiten zu können. Dieser gelehrte Künstler hat seiner Arbeit noch dadurch die Krone aufgesetzt, dafs er nach seiner hypothetischen Ansicht über die Natur des Lichtes eine Gleichung entwickelte (*Gilbert's* Annalen, Bd. 74, S. 358 u. 360), die alle Phänomene der Beugung zugleich dem Mafse nach angibt; er hat, wie er selbst angibt, diese Gleichung *aus dem Principe der Interferenz ohne Näherung* entwickelt, aber die Deduction selbst nicht angegeben. Es ist zwar nicht schwer, diese Deduction aus dem genannten Principe zu machen,

aber es dürfte dessen ungeachtet manchem Freunde der optischen Wissenschaften nicht unlieb seyn, sie hier zu finden.

2. Es sey *ab* (Fig. 27) eine Öffnung in dem Schirme *AA'*, und man lasse von einem weit entfernten, z. B. in einer engen Spalte am Fensterladen befindlichen, leuchtenden Puncte Lichtstrahlen darauf fallen, die man daher als parallel annehmen kann. Die zwischen *am* und *bn* liegenden Strahlen treffen die Öffnung des Schirmes, *am* und *bn* berühren die Ränder dieser Öffnung. Man nehme ferner an, daſs in dem Augenblicke, wo *a* und *b* von den Strahlen getroffen werden, diese Puncte *gleichsam* selbst als leuchtende Puncte auftreten, und nach allen Richtungen Strahlen aussenden, die sich sowohl vor als hinter dem Schirme durchkreuzen, und in den Durchkreuzungspuncten die Interferenz-Phänomene hervorbringen.

Zu dieser letzteren Annahme, nämlich daſs sich *a* und *b* selbst wie leuchtende Puncte verhalten sollen, findet man im ganzen Bereiche der Emanationshypothese freilich keinen Grund, ja es scheint diese Annahme ihrer Natur völlig zuwider zu seyn; mit der Vibrationshypothese ist sie recht wohl vereinbarlich, wenn man sie auch bis jetzt aus den Formeln, welche die Mathematiker für die vibrirende Bewegung aufstellen, nicht ableiten konnte; ja bei der analogen Bewegung der Theile des Wassers oder Quecksilbers bei der Fortpflanzung der Wellen zeigt sich ein ähnliches Verhalten der Ränder einer Öffnung augenscheinlich, wie zuerst nebst vielen anderen lehrreichen Sätzen von den Gebrüdern *Weber* in ihrer vortrefflichen Wellenlehre gezeigt wurde. Es läſst sich sogar aus der Natur der vibrirenden Bewegung ein Grund für dieses Verhalten der Ränder angeben. Die Theile einer im Fortschreiten begriffenen

Welle können sich, so lange diese nicht unterbrochen ist, nur vorwärts bewegen, keineswegs aber seitwärts ausweichen, weil alle Theile derselben Welle zugleich in demselben Grade verdichtet oder verdünnt sind. So wie aber die Welle unterbrochen ist, und ein Theil derselben in einem Medium sich fortpflanzt, während die Bewegung des übrigen Theils in ein anderes übergehen will, hört die Gleichheit der Verdichtung und Verdünnung aller Theile derselben Welle auf, und es tritt eine Seitenbewegung ein, die mit der vorwärts schreitenden verbunden, jene Umbeugung der Hauptwelle um die Ränder der Öffnung als resultirende Bewegung hervorbringt, die den Schein erzeugt, als wäre der Rand selbst ein leuchtender Punct, und sende Strahlen aus.

3. Gesetzt, es fallen die Strahlen schief gegen die Ebene des Schirmes auf, und bilden mit dem auf dieser Ebene errichteten Perpendikel den Winkel σ, so erfolgt die Beugung an dem Rande b, der an der Seite der Neigung der Strahlen liegt, eher als am Rande a. Um den Zeitunterschied zu finden, ziehe man bd senkrecht auf am, und berechne, wie lang ein Lichtstrahl braucht, um den Weg ad zurückzulegen. Befindet sich demnach hinter dem Schirme dasselbe Mittel, wie vor demselben, so haben die Strahlen nach ihrer Beugung in b schon den Weg $bg = ad$ zurückgelegt in dem Augenblicke, wo die Beugung in a vor sich geht. Heifst die Öffnung $ab = \varepsilon$, so ist $bg = ad = \varepsilon \sin. \sigma$.

Ist nun s ein Interferenzpunct der gebeugten Strahlen as und bs, ω die bei Strahlen von einerlei Brechbarkeit in demselben Mittel constante Gröfse, welche nach der Vibrationshypothese die Länge einer Lichtwelle bedeutet, und ν eine ganze positive oder negative Zahl: so werden sich in s die Strahlen von einerlei Brechbarkeit addiren, wenn $gs - as = \nu\omega$, mithin wenn

$$bs - as = \varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega$$

oder $bs = as + \varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega$ ist.

4. Um die Gleichung der Linie, in welcher für einerlei Werth von ω und ν alle Interferenzpuncte liegen, oder was dasselbe ist, die Gleichung für den Weg irgend eines, z. B. des rothen, Strahles zu finden, sey c der Halbirungspunct von ab, und daher $ac = cb = \frac{\varepsilon}{2}$, ferner ce auf AA' senkrecht; man ziehe endlich sf senkrecht auf ce, und setze $sf = x$, $cf = y$, $as = r$ und $\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega = \rho$. Unter diesen Voraussetzungen erhält man:

$$r^2 = y^2 + \left(x - \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 = y^2 + x^2 - \varepsilon x + \frac{\varepsilon^2}{4}, \quad (1)$$

$$(r+\rho)^2 = y^2 + \left(x^2 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 = y^2 + x^2 + \varepsilon x + \frac{\varepsilon^2}{4}. \quad (2)$$

Zieht man (1) von (2) ab, sucht aus dem Unterschiede r, und daraus r^2, substituirt diesen Werth in (1), so bekommt man:

$$\frac{4\varepsilon^2 x^2 - 4\varepsilon\rho^2 x + \rho^4}{4\rho^2} = y^2 + x^2 - \varepsilon x + \frac{\varepsilon^2}{4},$$

und hieraus

$$x^2(4\varepsilon^2 - 4\rho^2) = 4\rho^2 y^2 + (\varepsilon^2 - \rho^2)\rho^2. \quad (3)$$

Setzt man für ρ den obigen Werth $\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega$, so wird aus (3)

$$x^2\left(4\varepsilon^2 - 4(\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega)^2\right) =$$
$$= 4y^2(\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega)^2 + \left(\varepsilon^2 - (\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega)^2\right)(\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega)^2.$$

Diese Gleichung ist genau diejenige, welche *Fraunhofer* (*Gilb.* Ann. B. 74. S. 360) anführt, nur mit dem Unterschiede, daſs er ν nur als positive Zahl annimmt, und daher immer $\varepsilon \sin.\sigma \pm \nu\omega$ setzen muſs, während

hier, wo ν positiv und negativ seyn kann, stets nur $\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega$ steht *).

Man sieht wohl leicht ein, daſs diese Gleichung einer Hyperbel zugehört, und daſs daher ein gebeugter Strahl einen hyperbolisch gekrümmten Weg einschlägt.

4. Um die Gesetze der Beugung näher ableiten zu können, sucht *Fraunhofer* die Tangente des Winkels, den ein Strahl nach der beim Durchgehen durch die schmale Öffnung erlittenen Modification mit der Ebene des Schirmes macht, nämlich tang. $s c A$ = tang. r. Es ist klar, daſs man hat:

$$\text{tang.}\, r = \frac{y}{x}.$$

Sucht man aus (3) den Werth von x, und substituirt ihn in diesem Ausdrucke, so findet man

$$\text{tang.}\, r = \pm \frac{2y\sqrt{\varepsilon^2 - \rho^2}}{\rho\sqrt{4y^2 + \varepsilon^2 - \rho^2}}; \qquad (4)$$

einen Ausdruck, der zwar mit dem von *Fraunhofer* angegebenen (S. 358) nicht ganz übereinstimmt, aber doch zu derselben Formel führt, aus welcher *Fraunhofer* seine

---

*) In *Fraunhofer's* Aufsatz heiſst der letzte Factor $\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega$, während er hier $(\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega)^2$ heiſst; es ist aber keinem Zweifel unterworfen, daſs der Exponent nur durch einen Verstoſs im Schreiben oder Drucken weggeblieben ist; denn in den übrigen Gleichungen ist immer die zweite Potenz dieser Gröſse in Rechnung gebracht. Es ist eine sehr miſsliche Sache um einen complicirten mathematischen Ausdruck, der ohne Deduction hingeschrieben wird, weil der Leser nicht in den Stand gesetzt ist, etwaige Verstöſse zu verbessern. *Brewster*, der im 13ten und 14ten Hefte seines *Journal of Science Fraunhofer's* Arbeit seinen Landsleuten mittheilt, hat aus diesem Grunde auch den Fehler obiger Gleichung nicht ahnen können, und sie so mitgetheilt, wie sie in *Gilbert's* Annalen enthalten ist.

weiteren Deductionen machte, und die er mit den Ergebnissen der Erfahrung vergleicht.

Bei *Fraunhofer's* Versuchen war $y = 21{,}43$ P. Z., der gröſste Werth von ε betrug aber nur 0,11545 Z. (neue Modification des Lichtes etc. von *Fraunhofer*, S. 9); deſshalb verschwindet $\varepsilon^2 - \rho^2$ gegen $4y^2$, und man erhält

$$\text{tang.}\,\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - \rho^2}}{\rho};$$

oder, weil $\cos.\tau = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tang.}\,\tau^2}}$, so ist auch

$$\cos.\tau = \frac{\rho}{\varepsilon}. \tag{5}$$

Setzt man für ρ seinen Werth, so erhält man die *Fraunhofer*'schen Formeln

$$\text{tang.}\,\tau = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - (\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega)^2}}{\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega},$$

$$\cos.\tau = \frac{\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega}{\varepsilon}.$$

(*Gilb.* Ann. B. 74, S. 361.)

5. *Fraunhofer* hat auch nachgewiesen, daſs die Formel für das gebeugte Licht zugleich auch die Gesetze der Reflexion des Lichts in sich enthalte; es läſst sich aber auch leicht daraus das Brechungsgesetz nachweisen. Wird nämlich in obiger Formel $\varepsilon < \rho$, so wird $\cos.\tau > 1$, mithin unmöglich, d. h. die Beugung hört auf, und es bleibt nur das Licht übrig, dem $\nu = 0$ entspricht. Befindet sich hinter der Öffnung ein Mittel, für welches ω in $\mu\omega$ übergeht, wo μ eine für dasselbe Mittel constante Gröſse ist, so wird

$$\cos.\tau = \frac{\mu\rho}{\varepsilon} = \frac{\mu(\varepsilon \sin.\sigma + \nu\omega)}{\varepsilon},$$

mithin für $\nu = 0$:

$$\cos.\tau = \mu \,.\, \sin.\sigma \quad \text{oder} \quad \cos.\tau : \sin.\sigma = \mu : 1,$$

welches das bekannte Brechungsgesetz ist.

Der hier betrachtete Fall, wo die Farbensäume des gebeugten Lichtes verschwinden, und nur das gebrochene ungebeugte Licht übrig bleibt, kommt wohl in der Natur nie vor, weil nach der vorhin gemachten Voraussetzung die Öffnung im Schirme kleiner als ω, d. h. wenigstens kleiner als 0,00002422 P. Z. seyn müſste, in welchem Falle das Licht in unserem Auge wohl keinen wahrnehmbaren Eindruck mehr hervorbringen könnte. Es gibt aber noch mehrere Fälle, in welchen die von der Beugung herrührenden Farbensäume verschwinden, und nur das gebrochene Licht in der Axe übrig bleibt, also bloſs das Brechungsphänomen wahrnehmbar ist. Bei den vorigen Betrachtungen wird nämlich Licht, das nur durch eine enge Spalte in einen verfinsterten Raum eindringt, oder gleichsam nur eine Lichtlinie vorausgesetzt. Ist diese Öffnung bedeutender, so kann man sie als System paralleler Lichtlinien betrachten, deren jede ihre eigenen gebeugten Farbenbilder gibt. Da diese aber eine merkliche, ja oft bedeutende Breite haben, so decken sie sich zum Theile, und z. B. in den rothen Theil des Farbenbildes der ersten Lichtlinie fällt der gelbe der zweiten, der orange der dritten etc., so daſs daraus weiſses Licht hervorgeht, das aber viel schwächer ist als das nicht gebeugte, und dieses noch recht gut von jenem unterscheiden läſst. Ferner zeigt die Gleichung (5), daſs die Breite eines Farbenstreifens desto schmäler wird, je weiter die Öffnung im Schirme ist; für Öffnungen von bedeutender Breite werden die Farbenstreifen so schmal, daſs man sie kaum wahrzunehmen im Stande ist, und es bleibt wieder nur das gebrochene Licht übrig. Gewöhnlich wirken beide diese der Beugung ungünstigen Fälle zusammen; das Licht dringt durch weite Öffnungen, Fenster genannt, in unsere Zimmer, und wir halten ihm

einen grofsen Körper, z. B. ein Stück Glas, entgegen, das die Gröfse der Öffnung vorstellt, während die dasselbe seitwärts begrenzende Luft den Schirm vertritt.

Es wäre sehr irrig, wenn man meinte, dafs zur Erzeugung der Beugung des Lichtes immer ein undurchsichtiger dünner Körper, wie z. B. ein Draht, ein Haar, ein dünnes Blech, oder eine Spalte in einem undurchsichtigen Körper nothwendig wäre. Die Beugung tritt ein, so oft das Licht theilweise auf einen, theilweise auf einen anderen, d. h. dasselbe anders fortpflanzenden Körper fällt, daher denn auch ein Glas in der Luft oder im Wasser diese Phänomene erzeugt; allein erkennbar werden die Beugungsphänomene nur dann, wenn die Farbenbilder hinreichend breit und intensiv sind, und nicht in einen schon vom directen oder überhaupt stärkeren Lichte beleuchteten Raum fallen.

6. Es ist nicht schwer, einzusehen, dafs dem Gesagten zu Folge die Beugungsphänomene häufig eintreten müssen, und dafs man aus ihrem Daseyn auf die feinsten Streifen, Ritzen, oder auf die Richtung der Zusammenfügung einzelner Lamellen zu einem Ganzen wird schliefsen können. So erkennt man an einem gewöhnlichen planen Glasspiegel aus den zwei Lichtflügeln, mit denen eine Kerzenflamme in demselben erscheint, sehr leicht den Gang der feinen Streifen, welche die Richtung des Zuges beim Poliren angeben, und selten trifft man ein Mineral an, das nicht durch ein ähnliches Beugungsphänomen die Richtung des Blätterdurchganges anzeigte. Beim Bergkrystall, Aragonit, Gyps etc. tritt dieses in vorzüglichem Grade ein; es ist kein Zweifel, dafs sich davon zur Bestimmung des Blätterdurchganges an Krystallen ein nützlicher Gebrauch machen liefse.

Die oben angegebenen Formeln geben bekanntlich auch die Gesetze des in mehreren Öffnungen gebeugten

Lichtes an, wiewohl sie nur unmittelbar für *einen* gebeugten Strahl oder für eine einzige Öffnung aufgestellt wurden; es hält nicht schwer, sich auf bloſs theoretischem Wege von ihrer Allgemeinheit zu überzeugen, davon wird aber bei einer anderen Gelegenheit die Rede seyn.

VIII.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Optik.

1. Stelle des Focus im Auge. Von *Rumball.*

(*Annals of phil. Novemb.* 1817, *p.* 376.)

Rumball glaubt aus folgenden zwei Versuchen auf die Stelle des Brennpunctes im Auge schlieſsen zu können:

1) Man nehme die Bekleidung am hinteren Theile des Augapfels weg, halte ihn zwischen den Fingern und dem Daumen, und es wird die Glasflüssigkeit sich vordrängen, und am Rücken gleichsam eine Hervorragung bilden, wie eine Convexlinse mit kurzer Brennweite. Sieht man nun durch das Auge, hält vor die Pupille einen Gegenstand, und dreht ihn nach vorne und gegen rückwärts, so erscheint seine Bewegung der wirklichen entgegengesetzt.

2) Man nehme die sich vordrängende Glasfeuchtigkeit hinweg, wodurch die Rückwand des Augapfels an der Stelle der Axe eine Concavität bekommt, und bewege wieder einen Gegenstand vor der Pupille auf und ab. Da wird die Bewegung desselben so erscheinen, wie sie wirklich ist.

Beim ersten Versuche, sagt der Verfasser, ist die Axe des Augapfels etwas verlängert worden, und da das Bild verkehrt erscheint, so ist das ein hinreichender Beweis, dafs sich die vom Gegenstande ausfahrenden Lichtstrahlen vor ihrem Austritte aus dem Auge durchkreuzet haben müssen. Es befindet sich daher der Focus innerhalb der Axe. Im zweiten Versuche wurde die Axe verkürzt, und doch war die scheinbare Lage des Objectes der wahren gleich, zum Beweise, dafs sich die Strahlen nicht durchkreuzet haben; demnach liegt der Focus des Auges aufserhalb desselben. Allein da die Retina zwischen dem Puncte liegt, wo nach dem ersten Versuche sich die Strahlen durchkreuzet haben, und zwischen demjenigen, welcher nach dem zweiten Experimente innerhalb der Durchkreuzungsstelle sich befindet, und endlich beide Puncte einander sehr nahe liegen, so mufs der Focus des Auges auf der Retina seyn.

2. Besondere Fehler im Auge, und Mittel, ihnen abzuhelfen. Von *Airy.*

(Journ. of Scien. Nro. 14, p. 322.)

Vor zwei oder drei Jahren, sagt *Airy*, bemerkte ich, dafs ich beim Lesen mein linkes Auge nicht gehörig brauchen konnte, und dafs es mir beim genauen Anschauen eines nahen Gegenstandes seinen Dienst ganz versagte; ich konnte wirklich das in diesem Auge entstandene Bild nur wahrnehmen, wenn meine Aufmerksamkeit besonders darauf gerichtet war. In der Meinung, dieses rühre von einer angenommenen Gewohnheit her, und dafs es aufhören würde, wenn ich dieses Auge möglich häufig brauchte, versuchte ich zu lesen, während mein rechtes Auge geschlossen oder beschattet war; allein ich bemerkte, dafs es mir nicht möglich sey, einen Buchstaben auszunehmen, wenigstens bei kleinem

Drucke, ich mochte die Schrift in was immer für eine Entfernung vom Auge bringen. Nach einiger Zeit bemerkte ich, dafs ein leuchtender Punct, z. B. ein entferntes Lampenlicht oder ein Stern, mit dem linken Auge nicht kreisförmig erschien, gerade so, als hätte der Augapfel eine elliptische Gestalt, in welcher die gröfsere Axe mit der verticalen Linie einen Winkel von 35° macht, so dafs ihr oberes Ende gegen die rechte Seite hin geneigt ist. Mittelst einer concaven Brille, die meinem rechten Auge zum Deutlichsehen entfernter Objecte diente, erschien mir ein leuchtender Punct auch wie eine wohl begrenzte Linie, die der Richtung und nahe auch der Länge nach der genannten Axe einer Ellipse entsprach.

Als ich auf einem Blatte Papier zwei sich rechtwinklig durchkreuzende schwarze Linien zog, und dieses in die gehörige Lage zum Auge brachte, sah ich eine dieser Linien ganz deutlich, die andere aber kaum merklich. Als ich das Blatt näher zum Auge brachte, verschwand die vorhin deutlich gesehene Linie, die andere aber erschien völlig begrenzt. Alles dieses zeigte, dafs die brechende Kraft des Auges in einer der verticalen nahen Ebene gröfser sey, als in einer darauf senkrechten Richtung, und dafs es demnach unmöglich sey, mittelst Linsen mit sphärischer Krümmung eine Deutlichkeit zu Wege zu bringen.

Ich fand auch wirklich, dafs ich schief durch eine Hohllinse, oder gerade durch den Theil am Rande derselben, Objecte deutlich sehen konnte, doch erschien in beiden Fällen ihre Gestalt so verzogen, dafs ich die Hoffnung aufgeben mufste, dem linken Auge ohne wirksameres Mittel den nöthigen Beistand leisten zu können. Ich ging nun darauf aus, eine Linse zu erhalten, welche in einer Ebene das Licht stärker bricht, als in einer an-

deren, und mein erster Gedanke war, eine Linse zu brauchen, deren Oberflächen cylindrisch und hohl waren, so dafs sich die Axen der zwei Cylinder unter einem rechten Winkel durchkreuzten, und ihre Halbmesser ungleich waren. Um zu sehen, dafs diese Einrichtung meinem Zweck entsprechend seyn müsse, denke man sich die Linse durch eine zu ihrer Axe senkrechte Ebene in zwei getheilt: da ist es klar, dafs die Brechung der einen durch die der anderen nicht merklich geändert wird, und dafs die ganze Brechung das Resultat beider seyn wird.

Die Strahlen werden durch die Brechung in einer dieser zwei Linsen nach einer Ebene divergirend gemacht, und durch die in der anderen nach einer darauf senkrechten. Sind r und r' die Krümmungshalbmesser, n der Brechungsexponent, und die einfallenden Strahlen parallel; so werden nach der Brechung die Strahlen in einer Ebene von einem Puncte herzukommen scheinen, dessen Entfernung $\frac{r}{n-1}$ ist, und in der anderen darauf senkrechten Ebene von einem Puncte in der Entfernung $\frac{r'}{n-1}$. Wiewohl diese Einrichtung zweckmäfsig war, so schien es doch der leichteren Ausführung wegen, und um die Krümmungen zu vermindern, rathsam, eine Oberfläche cylindrisch, die andere sphärisch, aber beide concav zu machen. Ist r der Halbmesser der cylindrischen, R der der sphärischen Krümmung, so divergiren die parallel auffallenden Strahlen in der Ebene der Axe des Cylinders so, als kämen sie von der Distanz $\frac{r}{n-1}$, in der darauf senkrechten Ebene so, als kämen sie von der Entfernung $\frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{r}\right)}$ her.

Um die zur Ausführung einer solchen Linse nöthigen Data zu erhalten, wurde mit einer Nadelspitze in schwarzes Papier ein Loch gemacht, und das Papier an einer Scale zum Verschieben eingerichtet; wurde nun ein Blatt Papier stark beleuchtet, und das andere Blatt mit dem Loche zwischen dieses und das Auge gestellt, so hatte man einen leuchtenden Punct. Mittelst dieser Vorrichtung fand *Airy*, dafs dieser Punct in einer Entfernung von 6 Z. wie eine wohl begrenzte, gegen die Verticale um etwa 35° geneigte Linie erschien, die einem Winkel von 2° zur Sehne diente, hingegen in einer Entfernung von 3 $^1/_2$ Z. erschien dieser Punct eben so wie diese Linie, jedoch in einer Lage, welche mit obiger einen rechten Winkel bildete. Darum mufste die Linse so eingerichtet werden, dafs parallele Strahlen nach der Brechung in einer Ebene aus einem Puncte in der Entfernung von 3 $^1/_2$ Z., und die in der darauf senkrechten Ebene aus einem um 6 Z. entfernten Puncte herzukommen schienen, welches der Fall war, wenn für $n = 1.53$ $R = 3.18$ und $r = 4.45$ ist. Diese Linse hob auch wirklich den Fehler des linken Auges.

Brewster, der Herausgeber der Zeitschrift, woraus dieser Aufsatz entnommen ist, bedauert mit Recht, dafs *Airy* nicht untersucht hat, in welchem Theile des Auges dieser Fehler liege, ob in der Hornhaut oder in der Krystall-Linse. Wenn man, sagt er, das durch Reflexion des Lichtes an der äufseren Fläche der Hornhaut erzeugte Bild einer Kerzenflamme untersucht, so kann man leicht erkennen, ob diese sphärisch oder cylindrisch gekrümmt sey. Ist sie sphärisch, so bleibt wenig Zweifel, dafs der Fehler an der Krystall-Linse liege, es wäre nur noch zu bestimmen, ob der Unterschied der Brechung in verschiedenen Ebenen davon herrührt, dafs eine oder beide Flächen cylindrisch sind, oder, welches wahrscheinli-

cher ist, ob der Mangel an Symmetrie in der Variation der Dichte daran Schuld ist, ein Fehler, der bei alten Augen öfters Statt hat.

Zusatz vom Herausgeber *A. B.*

Der Fehler eines Auges, wovon hier die Rede war, ist nicht so selten als man glaubt. Im Decemberhefte 1826 des *Repert. of patent invent.* kommt ein Aufsatz von *Hawkins* vor, worin der Verfasser sagt, sein rechtes Auge leide an demselben Übel, welches *Airy* vom linken erwähnt. Er überzeugte sich, daſs die verticale Brennweite seines rechten Auges gröſser sey, als die horizontale. Er versteht aber unter verticaler Brennweite die Vereinigungsweite der Strahlen, die in einer verticalen Ebene, mithin über einander einfallen, unter horizontaler hingegen die Vereinigungsweite der in einer horizontalen Ebene einfallenden Strahlen. Aus 27 Messungen der Brennweiten seiner beiden Augen nahm er Folgendes ab:

horizontale	Brennweite	des	linken	Auges	$= 5\,{}^{5}/_{8}$,
verticale	»	»	»	»	$= 5\,{}^{1}/_{2}$;
horizontale	»	»	rechten	»	$= 5\,{}^{1}/_{8}$,
verticale	»	»	»	»	$= 6\,{}^{1}/_{4}$.

Hawkins bediente sich zu diesen Messungen des von *Porterfield* zuerst beschriebenen, aber von *Young* verbesserten Optometers, eines Instrumentes, das, wie *Hawkins* nicht unrichtig bemerkt, jeder Optiker, der Brillen verfertiget, haben sollte, damit der Käufer auf einen Blick die Nummer der für ihn passenden Linse erkennen kann, und nicht genöthiget wird, eine Anzahl Brillen zu versuchen, und zuletzt doch irre geleitet werde, weil das Auge bei den vielen miſslungenen Versuchen aus seinem gewöhnlichen Zustande gebracht

wird. Eine etwaige Ungleichheit in der Länge der verticalen und horizontalen Brennweite einer Linse, und die Gröfse dieser Ungleichheit, wird man überhaupt nur mit diesem Instrumente genau zu erkennen im Stande seyn.

Für jene Leser, denen dieses sinnreich eingerichtete Instrument unbekannt ist, und die nicht Gelegenheit haben sollten, es aus der Originalquelle (*A course of lectures on natural philosophy etc., by T. Young. Tom. II. p.* 576) kennen zu lernen, gebe ich eine kurze Erklärung desselben. Man denke sich vor einer Linse *Ll* (Fig. 28) einen leuchtenden Punct *R*, und zwischen beiden einen undurchsichtigen, nur an zwei Stellen durchbohrten Schirm. Die Strahlen, welche durch die Öffnungen des Schirmes auf die Linse gelangen, vereinigen sich hinter dieser in einer gewissen Entfernung zum Bilde des Punctes. Auf einer Fläche, die sich in der Bildweite hinter der Linse befindet, wie *A*, erscheint dieses Bild; steht diese Fläche aber der Linse näher, wie *B*, oder ist sie weiter davon entfernt, wie *C*, so zeigen sich auf ihr zwei Puncte. Die Entfernung dieser Fläche von der Linse, bei welcher der leuchtende Punct nur einfach erscheint, ist daher die rechte Bildweite der Linse. Befinden sich vor der Linse aufser *R* (Fig. 29) auch noch die Puncte *T* und *S*, jedoch in verschiedener Entfernung von derselben, so werden die von *R* kommenden Strahlen sich in *r*, die von *S* kommenden in *s*, und die von *T* kommenden in *t* vereinigen. Befindet sich in *r* die Fläche *A*, so erscheint auf ihr nur das Bild von *R* einfach, das von *S* und *T* hingegen doppelt, weil diese Fläche aufser der Bildweite des einen, und innerhalb der Bildweite des anderen sich befindet.

Denkt man sich nun gar statt der leuchtenden Puncte *SRT* eine leuchtende Linie vor der Linse, und zwar in einer gegen ihre Axe etwas geneigten Lage, so erschei-

nen auf einer Fläche alle Puncte dieser Linie hinter der Linse doppelt, nur der ausgenommen, für welchen die Vereinigungsweite der Strahlen in diese Ebene fällt. Je zwei Bilder eines und desselben Punctes stehen desto weiter von einander ab, je mehr die Fläche, worauf sie erscheinen, von dem Vereinigungspuncte der Strahlen entfernt ist, so daſs zwei sich durchkreuzende leuchtende Linien auf der Fläche erscheinen.

Eben das findet auch Statt, wenn man durch zwei kleine Löcher, deren Entfernung von einander kleiner ist, als der Durchmesser der Pupille, auf ein Object sieht. Befindet sich dieses in der deutlichen Sehweite, so erscheint das Object auf der Netzhaut einfach, in jeder anderen Entfernung hingegen doppelt, ja ist dieser Gegenstand eine dem Auge nahe gegen dasselbe schiefe Linie, so sieht man deren zwei, und wo sie sich durchkreuzen, dort ist der Punct, der in der deutlichen Sehweite liegt, und seine Entfernung vom Auge muſs gemessen werden. Statt der Löcher kann man sich im letzteren Falle der Spalten bedienen, weil sie mehr Licht geben, und statt zwei derselben zu besonderen Zwecken vier oder noch mehrere anwenden. Nun ist es leicht, sich eine Vorrichtung weiter auszudenken, wodurch man die Entfernung des Durchkreuzungspunctes der zwei Linien vom Auge messen kann. Ein Verfahren nach diesem Grundsatze gibt ein viel genaueres Resultat, als das gewöhnliche directe Messen der Entfernung eines deutlich gesehenen Objectes vom Auge.

3. Achromatische Objective mit einer Flüssigkeit.

(Journal of Science, XIV. p. 335.)

Die groſse Schwierigkeit, groſse Stücke Flintglas zu erhalten, die wellenfrei sind, und an allen Stellen

dasselbe Farbenzerstreuungsvermögen besitzen, haben schon vor vielen Jahren die Physiker auf den Gedanken gebracht, statt des Flintglases eine tropfbare Flüssigkeit zu gebrauchen, die zwischen sphärisch gekrümmten Glasschalen die Form einer Linse annimmt. Dr. *Blair* (*Gilb.* Annal. B. 6, S. 129), *Arzberger* (*Gilb.* B. 44, S. 314), *Brewster* (*Gilb.* B. 50, S. 157), *Girard* (Annalen der Wiener Sternwarte, B. 3, S. 13), haben sich mit der Construction solcher Objective beschäftiget, und in der neuesten Zeit hat der Sohn des zuerst Genannten, *Blair* und der berühmte *Barlow* diesen Gegenstand wieder vorgenommen. Nach *Brewster's* Bericht hat *Barlow* zwei Fernröhre mit aplanatischen Objectiven, eines von 3 $^1/_4$ Z., das andere mit 6 Z. Öffnung construirt. Mit dem ersteren erkannte er alle jene Doppelsterne als solche, die *W. Herschel* als Probeobjecte eines 3 $^1/_2$ zölligen Achromaten angibt; mit dem anderen trennte er noch kleinere Doppelsterne, jedoch konnte er bis jetzt noch keine entscheidende Beobachtung damit anstellen. *Barlow's* Bauart dieser Instrumente soll von der *Blair's* abweichen, und vor ihr einige besondere Vorzüge geniefsen, wie z. B. bei einerlei Länge des Instrumentes eine gröfsere Brennweite des Objectives, oder eine um $^1/_3$ geringere Länge bei derselben Vergrösserung zulassen.

Blair berichtet, dafs die Erfahrung sehr zu Gunsten der Dauer solcher Objective spreche. Mit allem Rechte mufste man gegen die Dauer solcher Linsen Zweifel hegen, weil es gar so schwer hält, eine Flüssigkeit in Glas so genau einzuschliefsen, dafs selbst nach Jahren nichts durch Verdünstung verloren geht, weil man an Libellen schon so oft erfahren hatte dafs ein vollkommener Schlufs der Glasröhren beinahe unerreichbar sey. Allein *Blair* versichert, dafs in einer Linse, die

vor dreifsig Jahren verfertiget wurde, nicht die mindeste Abnahme an Flüssigkeit merklich sey, und dafs das Fernrohr, das es enthält, noch ein gewöhnliches achromatisches Instrument von denselben Dimensionen übertreffe. Doch hatten sich in der Flüssigkeit Krystalle abgesetzt, wodurch natürlich auch das Brechungs- und Zerstreuungsvermögen eine Änderung erlitten hat. Daher auch die Linse nicht mehr so rein achromatisch ist, wie vorhin, jedoch noch immer besser als die gewöhnlichen achromatischen mit Flintglas. Zur Verhütung eines solchen Absatzes wurden Versuche gemacht, um eine Flüssigkeit zu finden, bei welcher dieses nicht Statt finden könnte. Eine solche ist nun bereits 21 Jahre eingeschlossen, und zeigt keine Spur einer Änderung. *Blair* hat mit diesem Fluidum, das er aber nicht angibt, Linsen construirt von 2 — 4 Z. Öffnung, und verwendete sie zu Fernröhren, welche vollkommen achromatisch sind, und bei einer grofsen Deutlichkeit eine hundertmalige Vergröfserung gewähren. Mit Doppelsternen konnte *Blair* noch keine Beobachtung anstellen.

Ich glaube, dafs man ungeachtet dieser angeblichen Vorzüge aplanatischer Linsen vor den gewöhnlichen achromatischen doch nur dann zu ihnen die Zuflucht nehmen müfste, wenn die Erzeugung des Flintglases in gröfseren Stücken als unthunlich erwiesen wäre, und die Verfertigung grofser Achromaten nur darum schwierig wäre, weil es an grofsen Stücken guten Flintglases gebricht. Allein zu kleinen Fernröhren trifft man immer Flintglas von hinreichender Güte an, zu gröfseren ist es seltner; aber gerade bei diesen ist auch die Anwendung einer flüssigen Masse statt des Flintglases schwierig. Man mufs immer in der Linse der Flüssigkeit einigen Spielraum gestatten, dafs sie sich bei erhöhter Temperatur ausdehnen kann, und daher eine Luftblase im

Objective dulden, die bei einer nahe verticalen Stellung des Instruments gerade den Theil um die Axe, also den besten des Objectives einnimmt und unbrauchbar macht; ferner ist es bei einer etwas höheren Schichte einer Flüssigkeit unmöglich, dieselbe immer gleichförmig dicht, und mithin von einerlei Brechungs- und Zerstreuungsvermögen zu erhalten; jede Änderung der Temperatur erzeugt eine Strömung, und bildet daher Wellen, wie die, welche das Flintglas so oft unbrauchbar machen. Endlich stockt oder friert eine Flüssigkeit bei niederer Temperatur, und macht das Instrument zu Beobachtungen unbrauchbar. *Blair* bemerkt selbst, daſs es bei Verfertigung gröſserer Objective schwierig sey, zwei Schalen dicht mit einander durch ein Cement zu verbinden, ohne daſs Theile desselben ins Innere dringen, die, von der Länge der Zeit begünstiget, leicht die Flüssigkeit selbst modificiren können. Aus diesen Gründen erwarte ich noch immer von den Bemühungen, gutes Flintglas zu erzeugen, für die practische Optik mehr, als von dem Bestreben der Physiker, demselben Flüssigkeiten zu substituiren; ja vielleicht läſst sich eine Glasmasse auffinden, die ein viel geringeres Farbenzerstreuungsvermögen hat, als Crownglas, nicht so schwer rein und wellenfrei darzustellen ist, und deſshalb an die Stelle des Crownglases zu setzen ist, während das Crownglas in die Stelle des Flintglases vorrückt; wenigstens hat mir das Resultat eines vom Herrn Regierungsrath und Professor Freiherrn von *Jacquin* angestellten Versuches dazu viel Hoffnung gemacht.

B. Electricität.

1. Leitungsfähigkeit der Metalle. Von *Harris*.

(Phil. transact. for the year 1827, p. 18).

Harris suchte die Leitungsfähigkeit der Metalle aus der Erhitzung derselben abzuleiten, die sie erleiden, wenn sie von der Electricität durchströmt werden, und zwar nach der Voraussetzung, dafs diese mit der Leitungsfähigkeit im verkehrten Verhältnisse stehe. Der Apparat, dessen er sich zu diesem Behufe bediente, gleicht einem Luftthermometer, durch dessen Kugel der Draht luftdicht geht, der von der Electricität durchströmt werden sollte. Die Kugel hat 3 Z. im Durchmesser, die Röhre ist $^1/_{10}$ Z. weit, und enthält gefärbten Weingeist, der bei der gewöhnlichen Lufttemperatur bis zum Nullpuncte der Scale reicht. Die zu untersuchenden Metalle wurden durch dasselbe Loch gezogen, um einerlei Dicke zu erhalten; dann wurden zwei Metallkugeln von einerlei Durchmesser in einer gegebenen Entfernung von einander befestiget, wie in *Lane's* Electrometer, eine derselben mit der positiven Belegung einer Batterie von fünf Flaschen, deren jede fünf Quadratfufs Oberfläche hatte, die andere mit der negativen Seite derselben in Verbindung gesetzt, und obiger Draht in die Kette gebracht. Es ist klar, dafs auf diese Weise die Entladung stets bei demselben Grade der Ladung der Batterie erfolgte, und daher die jeden zu untersuchenden Draht durchströmende Electricität dieselbe Stärke hatte. Die Electricität lieferte eine Scheibenmaschine von 3 F. im Durchmesser. Die folgende Tafel enthält die Metalle, welche untersucht wurden mit der Zahl, welche die Gröfse der Erwärmung, die an der Weingeistsäule des Thermometers gemessen wurde, angibt:

Kupfer	6,
Silber	6,
Gold	9,
Zink	18,
Platin	30,
Eisen	30,
Zinn	36,
Blei	12,
Erz	18.

Legirung aus

1	Th.	Gold,	1	Th.	Kupfer	20,
3	»	—	1	»	—	25,
1	»	—	3	»	— . . .	15,
1	»	Kupfer,	1	»	Silber . . .	6,
1	»	—	3	»	— . . .	6,
3	»	—	1	»	— . . .	6,
1	»	Gold,	1	»	Silber . . .	20,
1	»	—	3	»	— . . .	15,
3	»	—	1	»	— . . .	25,
1	»	Zinn,	1	»	Blei	54,
3	»	—	1	»	—	45,
1	»	—	3	»	— . . .	63,
1	»	Zinn,	1	»	Zink	27,
3	»	—	1	»	— . . .	32,
8	»	Kupfer,	1	»	Zinn . . .	18.

Nimmt man nun an, die Leitungsfähigkeit stehe im verkehrten Verhältnisse der Erwärmung, so lehrt diese Tafel, daſs sich verhält

die Leitungsfähigk.	des	Goldes	zu	der	des Kupfers	wie	2 : 3,
»	»	» Zinks	»	»	» Kupfers	»	1 : 3,
»	»	» Zinks	»	»	» Silbers	»	1 : 3,
»	»	» Platins	»	»	» Kupfers	»	1 : 5,
»	»	» Zinns	»	»	» Kupfers	»	1 : 6,
»	»	» Bleies	»	»	» Kupfers	»	1 : 12.

Die Leitungsfähigkeit einer Legirung aus Gold und Kupfer, oder aus Gold und Silber ist geringer als die der reinen Metalle, und wird desto kleiner, je mehr man von dem weniger leitenden Metalle zur Legirung nimmt. Schon ein sehr kleiner Antheil eines Metalls in einer Legirung ändert die Leitungsfähigkeit bedeutend. So wird Kupfer schon durch $^1/_{18}$ Zinn in der Leitungsfähigkeit so herabgesetzt, dafs die Legirung sich in dieser Hinsicht wie Eisen verhält. Eben so fand man, dafs Golddraht von vorgeblich sehr reinem Golde viel schlechter leitet, als der aus vorläufig absichtlich gereinigtem Golde. Übrigens bemerkte man keinen Unterschied, die Drähte mochten cylindrisch oder bandförmig seyn, oder dieselbe Masse mochte einen einzigen Draht bilden, oder zu vier dünnen Drähten ausgezogen seyn.

2. Über die Electricität expansibler Körper, und über eine Quelle der Luftelectricität. Von *Pouillet.*

(Annales de Chim. et de Phys. Tom. 35, *p* 401; und *Tom.* 36, *p.* 5.*)*

Pouillet hat schon im Mai des Jahres 1825 der Pariser Akademie über den Gegenstand, welchen die Überschrift bezeichnet, zwei Mémoires vorgelesen, aber erst das August- und Septemberheft der *Annales de Chimie et de Physique* des Jahres 1827 enthalten diese vollständig, und daraus soll hier das Wichtigste mitgetheilt werden.

Das erste Mémoire zerfällt in zwei Theile; im ersten wird von der Electricität gasförmiger Verbindungen, im zweiten von der durch die Vegetation erzeugten Electricität gesprochen; das zweite Mémoire handelt endlich von einer Quelle der Luftelectricität.

Nach einer kurzen Einleitung gibt der Verfasser die

Widersprüche in den Resultaten *Lavoisier's*, *Laplace's*, *Volta's*, *Saussure's* und *Davy's* in Betreff der bei chemischen Verbindungen bemerkbar gewordenen Electricität an, und zeigt, worin die Ursache derselben liegt, die ihm auch bei seinen ersten Versuchen entgangen war. Er bemerkte, sagt er, dafs beim Verbrennen einer Kohle bald positive, bald negative Electricität frei werde, allein er dachte gleich daran, dafs eine derselben von der Kohle, die andere vom Oxygen oder von dem Kohlensäuregas herrühren könne, und dafs es sich darum handle, diese Electricitäten im Momente ihres Entstehens von einander zu isoliren, und den Brennstoff möglichst vom Zündstoffe zu trennen. Um nun die Electricität der Kohle für sich allein zu erhalten, nahm er ein ziemlich grofses Kohlenstück, formte daraus einen Cylinder mit ebener Basis, und stellte diesen in einer Entfernung von 6—8 Centim. unter eine Messingplatte, die auf dem Condensatordeckel ruhte. Zündete er nun die Kohle an, jedoch so, dafs nur ihre obere Fläche, nicht aber ihre Seitenfläche brannte, und setzte sie übrigens mit der Erde in leitende Verbindung: so erhob sich eine Säule von Kohlensäuregas, traf die Metallplatte, und ihre Electricität ladete den Condensatordeckel. Diese fand *Pouillet* immer *positiv*. Hielt er aber die Kohle fast horizontal, so dafs das Kohlensäuregas nicht aufsteigen konnte, ohne die nun verticale Basis zu berühren, so erhielt er keine Electricität. Eben so wenig, wenn er beim ersteren Versuche die Seitenflächen des Cylinders Feuer fangen liefs.

Will man die Electricität der Kohle auffangen, so darf man sie nur mit der einen unteren ebenen Fläche auf den Condensatordeckel stellen, die andere ebene Fläche anzünden, und das Feuer durch einen Luftstrom unterhalten. Diese Electricität ist immer *negativ*. Wenn

die Kohle den Deckel des Condensators an mehreren Puncten berührt, oder wenn man mehrere gleich hohe Kohlencylinder neben einander stellt, endlich gar das Verbrennen durch einen Strom Sauerstoffgas unterstützt: so erhält man nach wenigen Secunden viel Electricität. Nun frägt es sich aber, kommt diese Electricität von der Änderung des Aggregationszustandes, oder von der chemischen Affinität her? Um dieses zu entscheiden, mufsten Versuche angestellt werden, wo die chemische Verbindung nicht von einer Änderung des Aggregationszustandes begleitet war. Dazu eignete sich vorzüglich das Wasserstoffgas. *Pouillet* liefs es aus einem Glasrohre ausströmen, und zündete es an. Die Flamme war vertical, 4 — 5 L. dick, und 3 Z. hoch; die Electricität ward dem Condensator nicht mehr wie vorhin durch eine Metallplatte, sondern durch einen an einem Ende schraubenförmig gewundenen Platindraht zugeführt. Die Axe dieser Schraube stand vertical, aber die Windungen hatten verschiedene Durchmesser, um bald dadurch die Flamme umgeben zu können, ohne sie zu berühren, bald aber die ganze Windung in den Flammenkörper tauchen zu können. War die Flamme von den Spiralen blofs umgeben, so zeigte sich schon positive Electricität, wenn sie auch noch 10 Millim. davon abstanden; so wie die Windungen enger wurden, und sich mehr der Flamme näherten, wurde auch die Electricität intensiver, im Gegentheil aber schwächer und zweideutig, wenn die Windungen die Flamme berührten, oder gar ins Innere derselben eingedrungen waren. Es besteht daher um die Flamme eine Art positiv electrischer Atmosphäre; vermeidet man möglichst die Berührung der Drahtwindungen mit dieser Atmosphäre, und taucht sie ganz in die Flamme ein, so zeigt der Condensator negative Electricität. Ungefähr in der Mitte des hell leuchtenden

Theils der Flamme scheinen beide Electricitäten an einander zu grenzen, denn da nimmt man keine Spur weder der einen noch der anderen wahr.

In die äufsere positiv electrische Atmosphäre kommt kein Hydrogen, es findet daselbst keine chemische Verbindung Statt; es mufs daher die Electricität daselbst den heifsen und daher gut leitenden Luftschichten durch das Oxygen mitgetheilt werden, das sich mit dem Hydrogen verbindet, so wie die Electricität der inneren Flamme vom Hydrogen herrührt, das sich daselbst in verhältnifsmäfsig gröfserer Menge befindet. Demnach ist hier wieder der Brennstoff negativ, der Zündstoff positiv electrisch, und weil hier keine Formänderung vorgekommen ist, so mufs das Freiwerden dieser Electricitäten der Wirksamkeit der chemischen Affinität zugeschrieben werden.

Diese Erklärung obiger Phänomene nimmt den Satz zu Hülfe, dafs heifse Luftarten gute Leiter der Electricität sind. Dieses beweiset *Pouillet* durch einen schönen, leicht anzustellenden Versuch: Man nehme eine schwach electrisirte Harz- oder Glasstange, halte sie über ein gewöhnliches Electrometer in einer Entfernung von 5—6 F., so wird es dasselbe nicht mehr afficiren. Setzt man aber auf das Electrometer eine brennende Weingeistlampe, die einen heifsen Luftstrom aufsteigen macht, so zeigt sich alsogleich die Einwirkung des electrisirten Körpers auf das Electrometer.

Bei den Versuchen, die oben beschrieben wurden, darf im Zimmer, wo man sie anstellt, keine Flamme brennen, keine Electrisirmaschine stehen, oder keine *Volta*'sche Säule sich befinden, ja nicht einmal ein Fenster offen seyn, weil sonst leicht die Luft im Zimmer durch andere Ursachen, als die beabsichtigten, electrisch wird.

Die Flamme des brennenden Alkohols, Äthers, des Wassers, der Öhle und anderer vegetabilischer Körper zeigte ein Verhalten wie die des Hydrogens.

Wenn nun bei der Bildung des Kohlensäuregases durch Verbrennen stets positive Electricität entwickelt wird, so muſs auch bei der Vegetation, wo der Erfahrung gemäſs auch dieses Gas erzeugt wird, eine Electricitätsentwickelung Statt finden. Dieser Schluſs führte *Pouillet* auf die Versuche mit Pflanzen, welche den zweiten Theil seines ersten Mémoire's ausmachen. Er nahm zwölf Glasgefäſse, überfirniſste sie am äuſseren Rande 1 — 2 Zoll breit mit Schellack, stellte sie in zwei Reihen auf einen sehr trockenen, oder gar mit Gummilack isolirten Tisch, füllte sie mit Dammerde, und setzte den Inhalt aller durch Metalldrähte mit einander in Communication. Wenn sich nun auch nur in einem dieser Gefäſse Electricität entwickelte, so muſste sich diese in alle vertheilen, konnte aber nicht abfliesſen. Nun wurde die Deckelplatte eines Condensators durch Messingdraht mit einem Gefäſse in Communication gesetzt, während seine Basis mit der Erde communicirte, und endlich Getreidekörner in die Gefäſse gegeben. Nach zwei Tagen waren die Keime schon eine Linie lang, steckten aber noch ganz in der Erde, der Condensator zeigte keine Electricität; am dritten Tage traten die Keime ans Licht, und zugleich zeigte sich schon eine electrische Wirkung am Electrometer. Die Electricität war *negativ*, es muſste demnach das entwichene Kohlensäuregas positiv electrisch seyn. Am folgenden Tage früh bemerkte man eine sehr starke negativ electrische Ladung, und so ging dieses durch acht Tage fort, wo das mit dem Condensator verbundene Electrometer zu verschiedenen Stunden bei Tage und selbst während der Nacht beobachtet wurde. Nach dieser Zeit trat feuchtes Wet-

ter ein, das es unmöglich machte, auch nur die geringste Spur von Electricität wahrzunehmen, wiewohl nach dem Abwelken der ersteren Pflanzen in anderen Gefäfsen neue Samen zum Keimen gebracht wurden. Durch austrocknende Mittel, wie z. B. durch salzsauren Kalk, wurde endlich nach 5 — 6 Tagen die Atmosphäre wieder so weit trocken, dafs Electricität bemerkt werden konnte. *Pouillet* machte nun aufser diesen Versuchen mit Getreide auch noch zwei mit Gartenkresse, einen mit Levkojen, und einen mit Luzerne, aber alle gaben dasselbe Resultat. Demnach ist die Vegetation eine sehr ergiebige Quelle der Luftelectricität. Bedenkt man, dafs ein Gramm reiner Kohle, wenn sie sich mit Sauerstoff zu Kohlensäuregas verbindet, so viel Electricität gibt, dafs man damit eine Leidnerflasche laden kann, und dafs der in den Vegetabilien enthaltene Kohlenstoff nicht weniger Electricität entwickelt, als eine brennende Kohle; so begreift man leicht, dafs über einer Flur von hundert Quadratmeter Ausdehnung in einem Tage mehr positive Electricität erzeugt werden kann, als man zum Laden der stärksten Batterie braucht.

Es gibt aber noch eine andere Quelle der Luftelectricität, die *Pouillet* in seinem zweiten Mémoire nachweiset. Er ging wieder eigentlich darauf aus, die bei der Formänderung und Zersetzung der Körper frei gewordene Electricität zu bestimmen. Er nahm zu diesem Ende einen Platintiegel, der die in Dampf zu verwandelnde Substanz enthielt, stellte ihn auf eine Messingscheibe von 1 — 2 Z. Durchmesser und 1 L. Dicke, die durch eine 8 — 10 Z. lange Stange von demselben Metalle mit dem Condensator in Verbindung war. War der Tiegel glühend, und gab man einige Tropfen reinen Wassers hinein, so verschwand dieser unter den bereits

bekannten Bewegungen und einem Gezische, man bemerkte aber keine Spur von Electricität.

Mit krystallisirbarer Essigsäure, Schwefelsäure und Salpetersäure fand dasselbe Statt, und sie gaben so wenig Electricität, wie Wasser. Als aber statt des reinen Wassers eine wässerige Lösung von Strontian, Kalk, Baryt, Soda oder Pottasche etc. in den glühenden Tiegel gegeben wurde, ward bald starke negative Electricität bemerklich. Man sieht daher, daſs die bloſse Verdünstung keine Electricität frei macht, sondern daſs dazu das Eintreten einer chemischen Wirkung gehört. Weder die Concentration der Flüssigkeit, noch der Hitzgrad des Platintiegels hat auf die Beschaffenheit der Electricität einen Einfluſs, nur ihre Intensität ändert sich mit diesen Umständen; doch darf die Hitze nicht unter der Rothglühhitze seyn, wenn die electrische Spannung bemerkbar seyn soll.

Die krystallisirbare Essigsäure, die im reinen Zustande ohne Spur von Electricität verschwindet, gibt alsogleich Zeichen negativer Electricität am Condensator, der mit dem Tiegel in Verbindung steht, sobald ihr nur etwas Wasser beigemischt ist, und Wasser zeigt mit $^1/_{100}$ Schwefelsäure dasselbe Resultat. Die verschiedenen lösbaren kohlensauren, schwefelsauren, salpetersauren, essigsauren etc. Salze leisten dasselbe, und zeigen immer bei obigem Verfahren negative Electricität. Merkwürdig ist, was *Pouillet* von der Reinigung der Platintiegel sagt, die man zu diesem Zwecke mit Pottasche gebraucht hat. Alles Abwaschen, ja Auskochen mit Wasser kann sie nicht von diesem Alkali ganz befreien, denn sie geben mit ganz reinem Wasser wieder Spuren von negativer Electricität; nur mehrmaliges Kochen einer Säure in denselben kann ihnen wieder zur ursprünglichen Reinheit verhelfen.

Versuche mit reinem Wasser in Schmelztiegeln von anderem Materiale gaben Resultate, die mit den vorhergegangenen wohl vereinbar sind. In einem eisernen oder kupfernen Tiegel zeigt selbst reines Wasser schon Electricität, allein es ist die Verdünstung mit einer Zersetzung des Wassers verbunden, indem der Tiegel merklich oxydirt wird; nur in silbernen Tiegeln zeigt sich wohl Electricität, und doch ist Silber nicht leicht oxydirbar; *Pouillet* meint aber, es dürfte dieses von einem sehr geringen Antheil Kupfer herrühren.

Da nun das Wasser, welches Pflanzen einsaugen, und das den Boden benetzt, stets fremdartige Stoffe enthält, die es beim Verdünsten fahren läfst, so gibt es wohl keine Verdünstung ohne chemische Wirkung, mithin ohne Electricitätsentwickelung, und so ist die zweite reichhaltige Quelle der Luftelectricität nachgewiesen.

C. Wärme.

1. Abänderung des Differenzial-Thermometers, nebst einigen Anwendungen. Von *Ritchie.*

(Journ. of Scien. N. 14, p. 350.)

Die Leser dieser Zeitschrift kennen aus dem ersten Bande S. 72 derselben das von *Ritchie* verbesserte Photometer. Diesem ähnlich ist das von ihm empfohlene Differenzial-Thermometer, das sich davon nur dadurch unterscheidet, dafs die zwei cylindrischen Gefäfse, welche die Stelle der Glaskugeln in *Leslie's* Thermometer vertreten, ganz aus dünnem Blech gemacht sind. Die Höhe der Cylinder soll 1/4 — 1 Z., ihr Durchmesser 6 — 8 Z. betragen. Mittelst dieses Instrumentes hat *Ritchie* Versuche angestellt, welche zum Zweck hatten, das Gesetz der Annahme der strahlenden Wärme mit der

Entfernung zu zeigen. Diese Versuche waren folgende:

Ein cylindrisches Gefäfs aus Zinn von derselben Weite wie die Luftgefäfse am Thermometer, das mit heifsem Wasser gefüllt war, wurde in verschiedenen Entfernungen vom Thermometer angebracht, und die Einwirkung auf dasselbe beobachtet. Da wichen die Resultate sehr stark vom Gesetze ab, nach welchem diese Abnahmen den Quadraten der Entfernungen folgen. Als aber derselbe Versuch mit einem kleineren Gefäfse wiederholt wurde, näherten sich die Resultate diesem Gesetze schon mehr. Wurde aber statt dieses Gefäfses eine etwa 2 Z. im Durchmesser haltende Eisenkugel genommen, und der Versuch abermals angestellt, so lagen die Abweichungen von diesem Gesetze innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler, wenn man die Distanzen vom Mittelpuncte der Kugel bis zum Ende des Instrumentes rechnete. Wurden zwei erhitzte Kugeln an einer Seite des Instrumentes angebracht, an der entgegengesetzten aber nur eine von derselben Temperatur, wie die zwei anderen, so verhielten sich, wenn die Flüssigkeit im Thermometer bis zum Nullpuncte reichte, die Entfernungen der Mittelpuncte der Kugeln wie $1 : \sqrt{2}$.

2. Die strahlende Wärme geht durch sehr dünne Schirme. Von Ebendemselben.

(Journ. of Scien. N. 14, p. 348.)

Ritchie stellte durch Feststellung des oben ausgesprochenen Satzes mehrere Versuche an, die im Wesentlichen nebst den daraus gezogenen Schlüssen hier angegeben werden sollen.

Erster Versuch. Es wurde aus Glas eine Kugel geblasen, die so dünn war, dafs sie Farben spielte, und ein kleines Stück derselben, das gleichsam eine Schale

vorstellte, so angebracht, daſs es einer etwa 1 Zoll groſsen, kreisförmigen, in einer Zinnplatte befindlichen Öffnung gegenüber sich befand. Einer Seite der Glasschale gegenüber wurde ein empfindliches Luftthermometer, der anderen gegenüber eine erhitzte eiserne Kugel angebracht, und das Glas beständig mittelst eines kalten Luftstromes in einer niederen Temperatur erhalten. Da ergab sich Folgendes:

Wenn die Temperatur der Kugel niedrig war, bemerkte man am Thermometer keine Einwirkung; war ihre Temperatur aber hoch, jedoch nicht so hoch, daſs man die Kugel im Dunkeln sehen konnte, so wirkte sie auf das Thermometer sehr merklich ein, selbst wenn letzteres von ihr weiter entfernt war, als vorhin.

Daraus läſst sich nun schlieſsen, daſs die Wärme beim ersten Versuch durch den gläsernen Schirm abgehalten wurde, daſs aber im zweiten Versuche ein Theil derselben durch den Schirm strahlen, und seinen Weg gerade nach der Kugel des Thermometers nehmen konnte.

Zweiter Versuch. Man nahm zwei Luftthermometer mit möglichst dünnen Kugeln, wovon die Hälfte der einen mit feinem Kohlenpulver geschwärzt war; dann wurde eine Kugel, deren Temperatur über 200 (F.?) betrug, so angebracht, daſs beide Thermometerkugeln gleich weit davon abstanden, und der Raum, den die Flüssigkeit in beiden zurücklegte, in jedem in dieselbe Anzahl gleicher Theile getheilt. Als hierauf die Kugel so erhitzt wurde, daſs sie gerade im Dunkel sichtbar zu werden anfing, und man sie in eine gröſsere Entfernung von beiden Thermometerkugeln brachte, zeigte die Flüssigkeit in dem Instrumente mit der geschwärzten Kugel eine gröſsere Erwärmung an, als die im anderen Instrumente. Daraus folgert *Ritchie*, daſs bei geringer Temperatur der Kugel alle strahlende Wärme von der

äuſseren Hemisphäre der Thermometerkugeln abgehalten wurde, bei hoher Temperatur hingegen diese Wärme die transparente Kugel frei durchdringen konnte, daſs aber ein Theil derselben vom dunklen Überzuge der einen Kugel zurückgehalten wurde, der die Temperatur der eingeschlossenen Luft erhöhte.

Dritter Versuch. Feine Glasfäden und Drähte wurden parallel und unter rechtem Winkel zu einem siebartigen Geflechte zusammengelegt, hierauf mit einem in Eiweiſs getränkten Kamehlhaarpinsel überfahren, um die kleinen quadratischen feinen Räumchen mit einer durchsichtigen Decke zu überziehen, und dieses hierauf als Schirm zwischen ein Differenzial-Thermometer von der vorhin beschriebenen Einrichtung und die erhitzte Kugel gestellt. Da zeigten sich folgende Erscheinungen: So lange die Temperatur der Kugel niedrig war, und auch der Schirm durch Anspritzen des Eiweiſs mit kaltem Wasser fast bei derselben Temperatur erhalten wurde, bemerkte man keine Einwirkung auf das Thermometer; als aber die Kugel bis zur Dunkelglühhitze erwärmt war, wirkte sie selbst bei einer weit gröſseren Entfernung stark auf das Thermometer. Daraus schlieſst *Ritchie*, daſs die strahlende Wärme auch durch einen sehr dünnen flüssigen Schirm geht, ja er fand sogar, daſs ein solcher Schirm leichter von der Wärme durchströmt wird, als ein fester.

Vierter Versuch. Wenn der Schirm in verschiedenen Entfernungen von der erhitzten Kugel aufgestellt wurde, bemerkte man eine geringe Differenz in der Bewegung des Fluidums im Thermometer. So z. B. betrug diese Bewegung 18°, als der Schirm hart an der Kugel stand, und nur 1°, wenn er 5 Zoll davon entfernt war. Daher hing die Wirkung in den vorhergehenden Versuchen nicht etwa von der Wärme ab, welche die Rück-

seite des Schirms ausstrahlte, sondern die Wärme ging strahlend durch den Schirm, wie Luft durch Wasser oder eine andere durchsichtige Flüssigkeit geht.

3. Beobachtungen über die Abnahme der Wärme in der Atmosphäre nach Oben. Von *Brisbane*.

(A. a. O. N. 12, p. 246.)

Man nimmt gewöhnlich an, sagt *Brisbane*, daſs die Lufttemperatur für jede 300 F. nach aufwärts um 1° F. abnimmt; allein diese Abnahme richtet sich nach der mittleren Temperatur des Orts und nach verschiedenen Eigenthümlichkeiten der Stationen, um deren Wärmeunterschied es sich handelt. Liegt die untere Station in einer Ebene, und die obere in freier Luft, so muſs dieser Unterschied anders ausfallen, als wenn jene in der Tiefe, diese auf einem Berggipfel liegt, oder wenn beide zu einer groſsen Stadt gehören, an der Seeseite liegen etc.

Für den Fall, daſs die obere Station sich in freier Luft befindet, hat man in der arctischen Region keine Abnahme der Wärme wahrgenommen. Dieses erfuhr Capitän *Parry* und *Fischer*. Diese lieſsen einen papierenen Drachen mit einem vortrefflichen Register-Thermometer über dem Eismeere in die Höhe steigen, und zwei Beobachter bestimmten die Höhe, die er erreichte. Die gröſste Höhe betrug 379 F., und in dieser verharrte der Drache über eine Viertelstunde. Als er herabkam, konnte man nicht eine Änderung des Thermometerstandes von $^1/_4$° R. wahrnehmen. Die Temperatur betrug — 24° F. (— 24° $^8/_9$ R.). Dieses zeigt deutlich genug, wie sehr das Gesetz der Wärmeabnahme in der Atmosphäre von der geographischen Breite abhängt.

Brisbane führt Thermometerbeobachtungen an, die

zu Port Macquarie im Van Diemen Lande zur Ausmittelung des Gesetzes der Wärmeabnahme nach Oben zu vom 1 — 22. Juni 1824 fünf Mal des Tages angestellt wurden. Ein Thermometer hing 13 F., das andere 65 F. über dem Boden, so dafs die Höhendifferenz 52 F. betrug. Aus diesen ergaben sich folgende Mittelresultate:

Beobachtungszeit.	Mittlere Differenz der Temperatur.	Gröfste Differenz der Temperatur.	Kleinste Differenz der Temperatur.
Sonnenaufgang . . .	— 6° F.	— 13°	0
9 Uhr v. M.	— 9°.01	— 25°	1 ½
Mittag	— 7°.55	— 18°	½
3 Uhr n. M.	— 5°.5	— 11°	0
Sonnenuntergang .	— 3°.5	— 9½°	3

Der Mittelwerth der mittleren Differenzen beträgt 6°.31.

Unter 108 Beobachtungen geben nur 4 in der oberen Station eine höhere Temperatur als in der unteren, und dieser Unterschied beträgt nur ½°, 1°, 1½° und 3°. Man sieht hieraus, wie wenig sich im Allgemeinen über diese Wärmeabnahme *a priori* sagen läfst, und dafs nur directe Versuche zur Kenntnifs der Gröfse dieser Abnahme in jedem einzelnen Orte führen.

D. Expansivkraft des Wasserdunstes bei verschiedenen Temperaturen. Von *Yvory.*

Die besten Versuche, sagt *Yvory* über die Kraft der Wasserdünste, sind die von *Dalton* und die von Dr. *Ure* angestellten. Erstere umfassen die Temperaturen zwischen dem Eis- und Siedpuncte, letztere die zwischen dem Siedpuncte und 312° F. Es existirt auch noch eine Tafel der Expansivkräfte der Dünste, von *Philipp Taylor*,

die von 212° bis 320° reicht. Es scheinen zwar alle drei Tafeln in Betreff ihrer Genauigkeit gleiches Zutrauen zu verdienen, jedoch schien es *Yvory* zweckmäfsiger, der folgenden Untersuchung die von einem einzigen Beobachter und bei einerlei Verfahren erhaltenen Resultate zu Grunde zu legen. Er wählte dazu die Ergebnisse, welche Dr. *Ure* erhielt.

In der folgenden Tafel enthält die mit τ bezeichnete Spalte die Temperaturen, von 50° F. angefangen; jede steht von der nächst folgenden um 20° F. ab. Die erste Spalte, welche die Überschrift *Zeiger* führt, enthält die Zahlen, welche die Anzahl der Intervalle, von 20° angefangen, angeben. Ist τ irgend eine gegebene Temperatur, und x der ihr entsprechende Zeiger, so ist

$$x = \frac{\tau - 50}{20}.$$

Die dritte mit e überschriebene Spalte enthält die Expansivkräfte, wie sie *Ure* fand, in englischen Zollen. Die vierte Spalte gibt von diesen Expansivkräften, ausgedrückt in Theilen einer Atmosphäre, deren Druck 30 Zoll beträgt, die Logarithmen.

Die folgende Spalte, welche die Überschrift t führt, gibt den Abstand der Temperaturen des Dampfes vom Siedpuncte des Wassers an. Die Wärmegrade unter dem Siedpuncte führen das Zeichen —, die über demselben das Zeichen +. Die nächste Columne enthält den Quotienten der Zahlen aus den zwei vorhergehenden. Diese Quotienten folgen in der Nähe von 212° sehr unregelmäfsig auf einander, weil die Logarithmen der Zeit $\frac{e}{30}$, so wie diese sich der Einheit nähert, sehr schnell sich ändern, und daher die Beobachtungsfehler auf das Resultat einen sehr grofsen Einfluſs gewinnen. Die darauf folgende Columne gibt die Diffe-

renzen der auf einander folgenden Resultate an. Diese Differenzen sind äufserst unregelmäfsig, und scheinen zur gegenwärtigen Untersuchung gar nicht dienen zu wollen. Die zwei letzten Spalten enthalten berechnete Gröfsen, von denen später die Rede seyn wird. Hier folgt die Tafel.

Zeiger.	τ	e	$\log. \frac{e}{30}$	t	$\frac{\log. \frac{e}{30}}{t}$	Differenz.	Berechnete Gröſsen. $\frac{\log. \frac{30}{e}}{t}$	Berechnete Gröſsen. e
0	50°	0.360	—1.29082	—162	0.011857	—	0.011857	0.360
1	70°	0.726	1.61618	142	011381	476	011403	0.721
2	90°	1.360	1.34359	122	011013	368	010968	1.378
3	110°	2.456	1.08689	102	010656	357	010553	2.634
4	130°	4.336	0.83704	82	010208	448	010158	4.408
5	150°	7.530	0.60032	62	009682	526	009783	7.424
6	170°	12.05	0.39613	42	009432	250	009428	12.05
7	190°	19.00	0.19837	21	009017	425	009092	18.93
8	210°	28.88	0.01652	2	008260	—	008777	28.81
9	230°	43.10	+0.15736	+ 18	008742	—	008482	42.63
10	250°	61.90	0.31457	38	008278	464	008206	61.50
11	270°	86.30	0.45889	58	007912	366	007949	86.70
12	290°	120.15	0.60260	78	007726	186	007714	119.9
13	310°	161.30	0.73051	98	007454	272	007497	162.8

Man nenne die ersten und zweiten Differenzen der Zahlen in der siebenten Columne Δ und Δ^2, so ergibt sich folgende Gleichung:

$$\frac{\log. \frac{e}{30}}{t} = 0.011857 - x \,.\, \Delta + \frac{x^2 - x}{2} \,.\, \Delta^2, \qquad \text{(A)}$$

wo x den Index bezeichnet. Man sieht leicht, dafs man nach den Werthen, welche in der vorletzten Spalte angegeben sind, die von Δ und Δ^2 findet. Wegen des unregelmäfsigen Ganges der genannten Differenzen wird aber folgendes Verfahren besser zum Ziele führen. Man nehme von sieben Quotienten der Tafel, welche den

Zeigern 1 — 7 entsprechen, den Mittelwerth, und man erhält:

$$0.010198 = 0.011857 - 4\Delta + 8\Delta^2.$$

Thut man dasselbe mit den vier letzten Quotienten, so bekommt man:

$$0.007842 = 0.011857 - \frac{23}{2}\Delta + 61\Delta^2.$$

Mittelst dieser zwei Gleichungen erhält man

$$\Delta = 0.0004545,$$
$$\Delta^2 = 0.00001986.$$

Mittelst dieser Werthe lassen sich nun aus der Formel (A) die Werthe des Quotienten $\frac{\log. \frac{e}{30}}{t}$ berechnen, so wie sie die vorletzte Spalte enthält. Nimmt man nun diese Werthe statt der durch Versuche gegebenen, so findet man die Werthe der letzten Spalte. Will man z. B. die Expansivkraft für den Zeiger 4 berechnen, so hat man:

$$\frac{\log. \frac{e}{30}}{-82} = 0.010158,$$

$$\text{mithin} \quad \log. \frac{e}{30} = -0.8329,$$

$$\text{und} \quad \log. e = 0.6442 \quad \text{oder} \quad e = 4.408.$$

Um die Formel (A) für die Anwendung bequemer einzurichten, substituire man für Δ und Δ^2 die entsprechenden Werthe, und ordne alles nach den Potenzen von x, und man erhält:

$$\frac{\log. \frac{e}{30}}{t} = 0.011857 - 0.00046443\,x + 0.00000993\,x^2.$$

Es ist aber

$$x = \frac{\tau - 60}{20} = \frac{162 + t}{20}, \text{ mithin}$$

$$\frac{\log. \frac{e}{30}}{t} = 0.0087466\,t - 0.000015178\,t^2 + 0.0000000024825\,t^3. \quad \text{(B)}$$

Die log. der Coefficienten sind nach der Ordnung — 3.9418393, — 5.1812202, — 8.3871228.

Für den Eispunct, wo $t = -180$ ist, bekommt man $e = 0.185$, welches von dem durch Versuche gefundenen Werthe 0,2 nicht viel abweicht Darum mag die Formel (B) als genau angesehen werden, wenn es sich um *Ure's* Resultate handelt. Mit den Versuchen, welche *Southern* und *Clement* anstellten, stimmt sie aber nicht so genau überein. So z. B. nimmt der erstere die Expansivkraft der Dämpfe bei 343°,6 mit 8 Atmosphären = 240 Zoll an. Da hier $t = 131°,6$ ist, so gibt obige Formel diese Kraft mit 264 Z., also um 24 Z. gröfser an. Der Grund dieser Differenz liegt in den Umständen, dafs *Southern's* Temperaturen, denen eine bestimmte Expansivkraft entsprechen soll, überhaupt gröfser sind, als die von *Ure*, welche als Basis obiger Formel angesehen wurden. Im besprochenen Falle beläuft sich diese Wärmedifferenz auf 6°,6.

Clemens setzt die Spannkraft der Dünste bei 419° gleich 35 Atmosphären, und die obige Formel gibt dafür nur 23.8 Atmosphären. Die Differenz kommt auf Rechnung desselben Umstandes. Überhaupt darf man nicht annehmen, dafs diese Formel unrichtig sey, weil sich Differenzen zwischen den Ergebnissen der Versuche und den aus ihr abgeleiteten Werthen ergeben. Diese Differenzen kommen nur daher, dafs uns die Erfahrung in Betreff der Werthe von Δ und Δ^2 in Ungewifsheit läfst. (*Annals of philos.* 1827. *I.*)

E. Festwerden und Krystallisiren.

1. Über einige Erscheinungen, welche die Krystallisation und das Gefrieren der Körper darbietet. Von *A. Bellani* *).

(Giornale di Fisica, Chimica ecc. Tom. X. dec. 3zo et 4to)

Der Gegenstand dieser Abhandlung ist die Betrachtung der Vergröfserung oder Verkleinerung des Volumens, welche bei einigen Körpern während des Krystallisirens oder Gefrierens bemerkt wird. Der Verfasser läfst seinen neuesten Versuchen einen kurzen Rückblick über einige im Jahre 1813 angestellte, und in demselben Journale, Band VI., bekannt gemachte Untersuchungen mit Phosphor und Schwefel vorangehen, die aber das Festwerden dieser beiden Körper, selbst wenn sie früher geschmolzen waren, nicht die dabei Statt findende Veränderung des Volumens betreffen, und daher nur entfernt mit den neuesten Versuchen in Verbindung stehen.

Diese beginnen mit dem *schwefelsauren Natron.* — Eine möglichst concentrirte Auflösung dieses Salzes bleibt, so wie Wasser, mehrere Grade unter 0, ohne etwas abzusetzen oder zu krystallisiren, so lange sie ruhig steht. Wird sie aber nur im geringsten erschüttert, oder fällt ein Krystall desselben oder eines anderen Salzes, ein wenig Eis, eine Schneeflocke hinein, so fällt unter Erhöhung der Temperatur jener Antheil des Salzes heraus, welcher beim Temperatursgrade der Auflösung nicht mehr gelöset bleiben kann. Am leichtesten erfolgt diefs in offenen Gefäfsen, da sich hier durch die immerwährende Verdünstung am Rande kleine Krystalle bilden, welche dann krystallisationserregend wirken.

*) Frei ausgezogen vom Med. Dr. Ritter v. *Holger*.

Bei dieser Ausscheidung des Glaubersalzes wird nun wie beim Gefrieren des Wassers das Volumen vermehrt. Diefs zeigte *Bellani* auf folgende Weise: Er nahm einen kleinen Glas-Recipienten, dessen Kugel zwei Zoll, dessen Hals zwei Linien Durchmesser hatte; in diesen wurde eine gesättigte Auflösung des Glaubersalzes im heifsen Wasser gegeben, so dafs die Kugel und ein Theil des Halses angefüllt war. Nun wurde das Gefäfs im Eis langsam abgekühlt, ohne dafs eine Krystallisation erfolgte, und der Punct angemerkt, bis zu welchem der Hals voll war. — Bewirkte man nun die Krystallisation entweder durch noch stärkere Abkühlung, oder durch Hineinwerfen eines kleinen Krystalls von Glaubersalz, so hob sich die Flüssigkeit über den bemerkten Punct zuerst schnell und beinahe augenblicklich, dann noch langsamer und länger fort mit Erhöhung der Temperatur. — Die Vermehrung des Volums betrug $^2/_{87}$, denn es verhielt sich das letztere Volumen zum ersteren wie 1023 zu 1000, und doch war sie blofs durch das Präcipitiren des Salzes hervorgebracht; denn es stieg keine Luftblase während des Vorgangs auf, und die Temperatur des festen und flüssigen Theils war am Ende des Versuches gleich.

Bellani frägt nun, in welchem Zustande sich das Wasser im präcipitirten Glaubersalze befinde? und entscheidet sich dafür, es als Eis vorhanden anzunehmen, weil er sich nur daraus die Volumsvermehrung erklären zu können glaubt, indem auch Wasser, wenn es zu Eis wird, sein Volumen vermehrt. Ich glaube wohl nicht, dafs man gegen die Annahme des Krystallwassers als Eis etwas einwenden wird, oder dafs diefs nur ausdrücklich angeführt werden dürfte; doch scheint es mir auch natürlich, dafs ein Salz, selbst wenn es kein Krystallwasser enthielte, im krystallisirten Zustande mehr Raum

als im aufgelösten einnehme. Nicht die Vergrößerung des Volums ist das Auffallende bei der Eisbildung, sondern die bedeutende Kraft, womit das gebildete Eis den ihm nöthigen größeren Raum den Wänden des Gefäßes, welche es einschließen, abzugewinnen sucht.

Aus diesen und einigen mit andern Salzen angestellten Versuchen leitet nun *Bellani* das Gesetz ab: *Bei jeder Auflösung findet Raumverminderung, bei jeder Ausscheidung Raumvermehrung Statt.* So natürlich auch dieses Gesetz ist, so läßt es sich doch nicht in allen Fällen durch Versuche darstellen; denn da nicht alle Salze die Eigenschaft in so hohem Grade besitzen, während der Erkältung der Auflösung im Überschusse aufgelöst zu bleiben, so trifft die durch die Ausscheidung des Salzes bewirkte Raumvermehrung, und die durch die Abnahme der Temperatur erzeugte Raumverminderung der Flüssigkeit zusammen, sie gleichen sich gegenseitig aus, und machen den Versuch undeutlich. — Um dieses Hinderniß möglichst zu vermeiden, schlägt *Bellani* vor, immer die Auflösung bis zur Präcipitation zu erkälten, nie aber das pulverförmige Salz im kochenden Wasser zu lösen, um aus der erfolgten Raumsverminderung auf die Vermehrung desselben zu schließen. — Durch das Abkühlen wird die zum Versuch nöthige Temperatur schneller und gleichförmiger mitgetheilt; es entwickeln sich keine Luftblasen, indem die Luft bei der früher Statt gefundenen heißen Auflösung bereits ausgetrieben wird; die Präcipitation geschieht langsamer, indem sich immer an der Oberfläche kleine Krystalle erzeugen, welche sie nach und nach eintreten lassen. — Wichtiger als diese Gründe scheint es mir zu seyn, daß bei der langsamen Abkühlung nur wenig Flüssigkeit verdünstet, während die Verdampfung beim Kochen einen grossen, nicht leicht bestimmbaren Verlust an Flüssigkeit

erzeugt, der dann die Beurtheilung der Veränderung des Volumens schwierig und zweifelhaft macht. Arbeitet man bei einer Temperatur, die dem Nullpuncte nahe liegt, so ist die Volumsveränderung der Flüssigkeit weniger auffallend, und man kann um so genauer die durch die Präcipitation erzeugte beobachten.

Nun folgen einige Versuche mit anderen Salzen angestellt, als:

Salpeter mit Kalksalzen verunreinigt. In kochendem Wasser gelöset, und langsam abgekühlt. In offenen Gefäfsen setzt er, selbst nach mehreren Tagen, keine Krystalle ab, wenn die Auflösung ruhig stehen gelassen wird. Wird sie gerührt oder geschüttelt, so folgt häufige Krystallisation.

Reiner Salpeter. Eine bei 80° R. gesättigte Auflösung. Bei eingetretener Abkühlung erfolgt häufige Krystallisation, aber nur unbedeutende Raumverminderung. Von 48° — 0° R. erfolgt durch gegenseitige Ausgleichung keine bemerkbare Veränderung des Raumes.

Schwefelsaure Alaunerde (*solfato d'alumina*, Alaun?). Erhält sich bis 0 übersättigt (?) in der Auflösung, dann fällt sie mit deutlicher Vermehrung des Raumes heraus.

Weniger deutlich ist diefs beim *Salmiak*, welcher sich länger aufgelöset hält, ohne zu präcipitiren.

Kupferammoniak in Wasser gelöset, und mit $^1/_{10}$ Alkohol gemischt, um die Präcipitation zu erleichtern, krystallisirte bei — 8°, ohne dafs das Flüssige gefror. Das Volumen wurde dabei noch mehr als beim Glaubersalz vermehrt.

Kampfergeist, gesättigter, hielt noch gröfsere Kälte aus, vermehrte aber auch dann sein Volumen nicht.

Nun stellt *Bellani* die Frage: Ob nicht die während des Stehens von den Auflösungen absorbirte Luft es eigentlich sey, welche das Volumen vermehrt? In diesem

Falle wäre die Verminderung des Volums bei der Auflösung der Salze im Wasser, oder bei der Mengung des Wassers und Alkohols den häufigen Luftblasen zuzuschreiben, die während der Verbindung aus der Flüssigkeit aufsteigen. Indessen sprechen einige frühere Versuche des Verfassers, im Jahre 1824 im *Giornale di Fisica* bekannt gemacht, dagegen. Als nämlich gleiche Theile gesättigte oder nicht gesättigte Kochsalzauflösung und reines Wasser, früher durch Kochen oder Gefrieren von der enthaltenen Luft befreit, vermengt wurden, verminderte sich das Volumen, ohne dafs sich nur eine Luftblase entwickelt hätte. Dasselbe erfolgte, wenn man das Salz im luftbefreiten Wasser auflöste.

Nun wird der *Kalk* einer näheren Untersuchung unterworfen. Verbindet sich Wasser mit Kalk zu Kalkhydrat, so sollte man glauben, es entstünde wegen der dabei frei werdenden Wärme eine innige Vereinigung mit Verminderung des Raumes, zumal da durch die Statt findende Verdampfung die Menge des Wassers vermindert wird; doch lehrten genaue Versuche, dafs das Volumen des *Kalkhydrates* dem des angewendeten Kalks und Wassers zusammengenommen gleich sey. In eine Glasretorte, deren Hals 1 Fufs lang war, und 4 Linien Durchmesser hatte, während der Durchmesser der Kugel 2 Zoll betrug, wurden bis zur Hälfte kleine Stückchen ungelöschter Kalk gegeben, dann so viel Wasser nachgegossen, um einen Theil des Halses anzufüllen. Die Retorte wurde durch Eintauchen in kaltes Wasser oder schmelzendes Eis kalt erhalten, damit vor der Verbindung das Wasser in die Zwischenräume des Kalkes dringen, und die darin enthaltene Luft austreiben konnte. — Dann wurde die Retorte bis 0° erkältet, die Luft aus dem leeren Theile des Halses ausgesaugt, und angemerkt, wie hoch das Wasser im Halse stand. Nun wurde die

Verbindung angeregt, indem man die Retorte in siedendes Wasser hielt, oder einem Kohlenfeuer näherte. Sie begann sogleich, und das Wasser blieb ohne weitere Erwärmung im Sieden. Nach einer Minute war der Kalk zerfallen, die erhöhte Temperatur hatte abgenommen, vom Wasser war nichts verdunstet, indem die Dämpfe durch das im Halse befindliche kältere Wasser streichen mufsten, wo sie wieder abgekühlt und tropfbar wurden. — Man fand das Wasser im Halse noch eben so hoch stehen, als es vor Anfang der Erwärmung gemessen worden war.

Dafs sich Kalk und Wasser zuerst mechanisch, unter Zischen, Aufsteigen von Luftblasen, und ohne Erwärmung, dann aber erst chemisch mit Erhitzung verbinden, war bekannt genug, und hätte nicht dürfen weiter ausgeführt werden. Die chemische Verbindung läfst sich hindanhalten, wenn man das Gefäfs, in welchem sich Kalk und Wasser befinden, auf 0° erkältet. Der Kalk bleibt unverändert; nimmt man ihn heraus, und wirft ihn in siedendes Wasser, so tritt sogleich die chemische Verbindung ein. Läfst man aber den Kalk längere Zeit, einige Wochen, in dem eiskalten Wasser liegen, so erfolgt die chemische Verbindung, doch nur langsam und unmerkbar, denn der herausgenommene Kalk, getrocknet und in heifses Wasser geworfen, erhitzt sich weder, noch zerfällt er; diese Erfahrung war für den angeführten Versuch höchst wichtig, und mufste wohl berücksichtigt werden, wenn man über das Resultat sicher seyn wollte.

Übergiefst man Kalk mit Alkohol von 0,845 sp. G., läfst ihn einige Tage unter öfterem Umrühren darin, und filtrirt dann den Alkohol ab, so findet sich dessen spec. Gew. nicht verändert. Der Kalk hat kein Wasser gebunden; denn wird er dann mit Wasser in Berührung ge-

bracht, so löscht er sich erst in selbem. Hat der Alkohol hingegen 0,930 spec. Gew., so wird der Kalk zwar in selbem gelöscht, der filtrirte Weingeist aber dadurch nicht leichter [1]).

Die mit *Gyps* angestellten Versuche geben wenig ausgezeichnete Resultate. Wird er bei 0° mit Wasser vermengt, so erhöht sich die Temperatur nur um 3—4°. Der Gyps erhärtet bei der chemischen Verbindung, und zwar selbst bei 0° Temperatur, und unter dem Wasser; sein Volumen wird dabei anfangs um $^1/_{100}$ vermindert, dann nach einigen Stunden um $^1/_{100}$ vermehrt. Ob, wenn sich Gyps mit Wasser chemisch verbindet, dieses als Eis angenommen werden könne, und die Volumsvermehrung des Eises der geringen Volumsvermehrung des Gypshydrates entspreche, wird wohl als Frage aufgestellt, aber nichts darüber entschieden [2]).

---

[1]) Dafs dieser Versuch gegen die Bereitung des absoluten Alkohols nichts beweiset, ist klar. Denn im ersten Falle ist es nicht auffallend, dafs der Kalk ohne Erwärmung den Alkohol nicht entwässert, da die Neigung des Alkohols zum Wasser so grofs ist, dafs dieses die Tincturen zersetzt, und jener das Krystallisiren der Salzlösungen so auffallend befördert. In einer Hitze von + 65° entzieht aber der Kalk dem Alkohol um so gewisser das Wasser, als jener schon für sich allein destillirt, sich zum Theile von seinem Wasser trennt.

Im zweiten Falle war aber, was *Bellani* nicht zulassen will, gewifs so viel Kalk im noch wasserhältigen Alkohol aufgelöset, dafs er das Gewicht des entzogenen Wassers ersetzen konnte. Dieser bleibt aber bei der folgenden Destillation in der Retorte zurück.

[2]) Da der Gyps nur beiläufig 21 p. Ct. Krystallwasser enthält, so ist es nicht auffallend, dafs seine Volumsvermehrung bei der chemischen Verbindung gegen die des Glaubersalzes nur unbedeutend seyn kann. Die anfängliche Verminderung des Volumens, wenn der gebrannte

Schwefelsäure. Sächsisches Vitriolöhl bleibt viele Grade über 0 fest, und erhält daher auch den Namen des eisartigen Vitriolöhls *); auch die gemeine, auf einen gewissen Grad verdünnte Schwefelsäure gefriert schon bei den Graden, die zunächst an 0 liegen, beide aber bleiben 20° unter dem Puncte flüssig, bei welchem sie schmelzen, wenn sie gefroren waren, vorzüglich wenn der Druck der Atmosphäre auf sie aufgehoben ist. — Die zu diesen Versuchen verwendete sächsische Schwefelsäure war schwach rauchend von 1,840 spec. Gew., blieb bis + 9 gefroren, gefror gewöhnlich am Eispuncte, ohne dafs das Schütteln oder Umrühren das Gefrieren beschleunigte; die diluirte hatte 1,780 spec. Gew., und blieb bis + 6 oder 7 fest.

Sowohl concentrirte als diluirte Schwefelsäure vermindert ihr Volumen während des Gefrierens. Erstere

---

Gyps mit Wasser gemengt wird, ist eine nothwendige Folge des Eindringens des letzteren in die Zwischenräume eines so feinen Pulvers wie gebrannter Gyps, und des Austreibens der Luft. Die nachfolgende Ausdehnung zeigt die chemische Vereinigung und Krystallisation als eingetreten an, und sie beträgt eigentlich $^2/_{100}$, welches gegen die Ausdehnung des Glaubersalzes $^2/_{87}$ bedeutend genug ist, besonders bei der bedeutenden Menge Krystallwasser, die dem Gypse eigen ist.

*) Das sächsische Vitriolöhl enthält wohl die eisartige, die wasserleere Schwefelsäure in sich, ist aber nicht mit dieser einerlei. Letztere schmilzt bei + 12° R., und hat ein spec. Gew. von 2,037. Das sächsische Vitriolöhl gefriert erst bei — 12, ihr spec. Gew. kann von 1,840 — 1,950 nach *Meifsner* steigen. — Diluirte Schwefelsäure von 1,780 spec. Gew. hält 68 Procent wasserleere Säure, und wird erhalten, wenn man der englischen Schwefelsäure von 1,850 spec. Gew. 18,5 Procent Wasser zusetzt, sie gefriert nach *Berzelius* bei + 4°.

verminderte ein Volumen, welches bei 0 Temperatur gleich 1,000 gesetzt wurde, durch das Gefrieren auf 0,925, und letztere verdünnte, die bei 0° 1,790 sp. G. hatte, von 1,000 auf 0,910. Diese Zahlen sind nur approximatif, da es sehr schwer ist, Schwefelsäure von der Luft, die sich während des Gefrierens entwickelt, und den Versuch weniger genau macht, zu befreien. Denn man kann sie nicht abkochen, um sie luftleer zu machen, weil sonst das bestimmte Verhältnifs des Wassers zur Säure verändert wird.

Da das Volumen der verdünnten Säure noch mehr als das der concentrirten vermindert wird, so mufs man annehmen, dafs das Wasser bei ihrem Gefrieren entweder nicht mit gefriert, oder doch sein Volumen nicht dabei vermehrt.

Concentrirte Schwefelsäure dehnt sich, von 0 — 80° erwärmt, weniger aus als diluirte von 1,780, und zwar dehnt sie sich mehr aus bis zum Nullpuncte, als wenn sie von diesem bis + 80° erwärmt wird, und in demselben Verhältnisse wie das Wasser, aber in verkehrter Ordnung.

Radicalessig. *Fumagalli*, Pharmaceut zu Mailand, arbeitete mit Radicalessig, welcher bei + 12° krystallisirt, und fand zufällig, dafs wenn die Temperatur nur etwas über diesen Grad steigt, und der eingeriebene Stöpsel der Flasche geöffnet wird, die ganze Säure in einem Augenblicke zerflofs.

Bellani stellte mit derselben von *Fumagalli* ihm zugeschickten Essigsäure Versuche an; es gelang ihm aber nicht, diese Erscheinung wieder hervorzubringen. Kein Radicalessig fing bei + 12° zu schmelzen an, nach mehreren Tagen war erst die Hälfte flüssig. Wurde nun das Feste von dem Flüssigen getrennt, so zerflofs er-

steres ganz zwischen 13 und 14°; wurden beide Antheile auf ihr spec. Gew. untersucht, und zwar bei gleichem Temperaturgrade + 12°, so wog ersterer 1,07, der zweite schwerer schmelzbare 1,06. Letztere enthielt also mehr Säure, und es gilt auch bei der Essigsäure wie bei der Schwefelsäure das Gesetz: dafs bei einem bestimmten Temperaturgrade ein bestimmter Verdünnungsgrad zum Gefrieren nöthig ist, und dafs, wenn die Wassermenge der verdünnten Säure sich verändert, sich auch ihr Gefrierpunct verändere. Es ist bekannt, dafs Radicalessig von 1,063 spec. Gew. nicht mehr als die zu seinem Bestehen nöthigen 14.8, aber auch 107.2 Procent Wasser enthalten könne (nicht 59 %, wie *Bellani* angibt), aber letztere krystallisirt auch mehrere Grade unter 0 nicht.

Brachte man die Säure in einer zur Hälfte gefüllten Flasche in eine Temperatur von + 8°, so konnte sie durch mehrere Tage, selbst bei Umschütteln, ohne zu gefrieren, erhalten werden. Auch wenn die Flasche in Eis gesteckt wurde, blieb sie flüssig, aufser bei sehr heftigem Schütteln, wo dann die ganze Masse auf einmal gefror. — Das Volumen verminderte sich beim Gefrieren merkbar, die Temperatur wurde dabei nur wenig erhöht, beiläufig wie wenn die Säure mit Wasser verdünnt wird. Sie bleibt, ohne zu gefrieren, bis zu + 10°, ihr wahrer Krystallisations- und Schmelzpunct fällt auf + 17°. — Wenn die Säure mehrere Grade unter ihrem eigentlichen Gefrierpunct flüssig bleibt, und dieser tritt endlich ein, so gefriert die ganze Masse auf einmal. Hier tritt nun auch das Schmelzen nicht nach und nach, sondern auf einmal in der ganzen Masse ein; da es nun scheint, als würde bei diesem Übergange aus dem festen in den flüssigen Zustand nur wenig Wärme

gebunden, so wird die angeführte Erscheinung des augenblicklichen Schmelzens der Säure begreiflich, indem die Flasche sich früher in einer Temperatur befand, die nur wenig unter dem Schmelzpuncte war, und dann plötzlich einer viel höheren ausgesetzt wurde.

Vom Olivenöhl. Die Flüssigkeitsgränze für das Olivenöhl ist auf + 4° zu setzen. Die reine Stearine schmilzt bei + 17°, kann aber auch zuweilen bei 8° flüssig bleiben; Elaine wird erst zwischen — 3 und 4 fest. Immer gefriert das Olivenöhl langsam, auch wenn nur kleine Massen genommen, und auf — 16° erkältet werden, selbst das Schütteln oder Beimischen schon gefrorner Öhltheile beschleunigt das Gefrieren nicht. Noch mehr widersteht es dem Gefrieren, wenn es früher auf + 40° oder noch höher erwärmt, und dann erkältet wird, vielleicht, weil sich Stearine und Elaine durch die Erwärmung inniger durchdrungen haben, und sich nun schwerer scheiden. — *Bellani* verfertigte Thermometer mit Olivenöhl; das Öhl war von der Luft gereinigt, die Röhre hermetisch geschlossen, und solche Thermometer noch nach 23 Jahren zu den Versuchen brauchbar. Es wurde nämlich die Kugel in eben schmelzendes Eis gebracht, um die Temperatur des Nullpunctes hervorzubringen; das Öhl blieb flüssig. Einige Grade unter 0 gefror es, und wiewohl die Temperatur stets gleich blieb, sank es nach und nach immer mehr unter den Punct, bei welchem es gefror; es gefriert daher mit Verminderung des Volums. So zog sich z. B. Öhl, welches gerade am 0 Puncte gefror, nach und nach auf — 13° zusammen, welches einer Raumverminderung von $^1/_{89}$ des ganzen Volums entspricht.

2. Verwandlung mehrerer kleiner Krystalle in gröfsere. Von *Wollaston*.

(Chemical manipulation by M. Faraday. London 1827, *p.* 253.)

Faraday führt in dem genannten vortrefflichen Werke, dessen Übersetzung *) ins Deutsche gewifs jeder Freund der Wissenschaft gerne sehen wird, ein Verfahren an, das von Dr. *Wollaston* herrührt, wodurch man aus mehreren kleinen Krystallen gröfsere erhalten kann. Es besteht darin: Man nehme z. B. eine kleine Quantität einer Lösung von schwefelsaurem Nickel mit einem geringen Überschufs an Säure, dampfe sie in einem Uhrglas ab, und lasse sie hierauf kalt werden. Da bilden sich viele kleine Krystalle. Stellt man sie hierauf an einen Ort, wo sie den Änderungen der Luftwärme ausgesetzt sind, so verschwinden die kleinen Krystalle, die gröfseren nehmen zu, bis zuletzt nur einer oder wenige derselben vorhanden sind. Die Ursache dieser sonderbaren Erscheinung liegt nach *Wollaston* darin: Die kleineren Krystalle haben im Verhältnifs ihrer Masse eine gröfsere Oberfläche als die gröfseren; nimmt daher bei einer kleinen Erhöhung der Temperatur die auflösende Kraft der die Krystalle umgebenden Flüssigkeit zu, so wird von den kleineren ein gröfserer Theil aufgelöset, als von den gröfseren; aber bei einer Verminderung dieser Temperatur erhalten alle einerlei Zuwachs. Auf diese Weise werden die kleineren nach und nach aufgelöset, und die gröfseren noch mehr vergröfsert. Auf dieselbe Art kann man grofse Krystalle von Sauerkleesäure, salpetersaurem Quecksilber, essigsaurem Blei etc. erhalten.

---

*) Sie ist im Michaeler Mefskataloge für 1827 angekündigt.

F. Physikalische Chemie.

1. Über die Ausnahmen von dem Gesetze: »dafs Salze im heifsen Wasser löslicher sind als im kalten,« mit einem neuen Beispiele. Von *Thomas Graham* M. A.

(Annals of phil. Juli 1827.)

Nachdem Hr. *Graham* erwähnt, dafs die Anomalie in der Löslichkeit der Salze im Wasser dem schwefelsauren Sodiumoxyd und dem Calciumoxydhydrat eigen ist, führt er, seinen eigenen Erfahrungen zu Folge, auch die neutrale phosphorsaure Magnesia — bereitet durch Niederschlagung einer Lösung des phosphorsauren Sodiumoxyds mittelst schwefelsauren Magniumoxyds — als einen solchen Körper an. Dieses Salz besteht nach ihm, in Übereinstimmung mit *Thomson*, aus:

1 stöch. Anth.	Phosphorsäure	. . .	=	3,500
1 » »	Magniumoxyds	. . .	=	2,500
7 » »	Wassers	. . . . .	=	7,875
1 stöch. Anth.	desselben also	. . .	=	13,875.

Es efflorescirt, unter schnellem Verluste seines Krystallwassers, an der Atmosphäre, und zerfällt hierbei in ein weifses Pulver, welches in 744 Theilen Wassers bei 45° Fht. löslich, und ein Anhydrat ist. Dasselbe ist in allen Säuren, besonders in der Essig-, Oxal-, Phosphor-, Salpeter-, Schwefel- und Hydrochlorsäure sehr leicht auflöslich, so dafs diese Säuren selbst in sehr geringen Quantitäten das Niederfallen eines Theiles des Salzes aus der heifsgemachten wässerigen Lösung desselben verhindern können.

Als Hr. *Graham* die Lösung dieses Salzes im Wasserbade gleichmäfsig erwärmte, trübte sie sich, noch ehe sie den 120° Fht. erreichte, wurde dann mit stei-

gender Erhitzung immer trüber, so dafs sie ein milchweifses Ansehen gewann, und bei der Temperatur von 212° endlich hatte sich, in der beinahe ganz klar gewordenen Flüssigkeit, ein wolkiger Niederschlag langsam abgesetzt. (Eine längere Unterhaltung desselben Temperaturgrades hat weiter keine Einwirkung auf das vor Verdünstung geschützte Fluidum geäufsert, selbst nicht nach mehreren Stunden.) Der Niederschlag war phosphorsaures Magniumoxyd-Anhydrat.

Hr. *Graham* fand ferner durch seine Versuche, dafs das Salz im wasserfreien Zustande

bei 45° Fht.	. . . .	744,
» 212° »	. . . .	1151,

und im krystallisirten Zustande

bei 45° Fht.	. . . .	322,
» 212° »	. . . .	498

Gewichtstheile Wassers zu seiner Lösung erfordert habe.

Die grofse Schnelligkeit, mit welcher dieses Salz in der Luft verwittert, leitet auf die Erklärung seiner verminderten Löslichkeit im Wasser bei erhöhter Temperatur. Die Verwitterung der Salzhydrate — eigentlich der Salze mit Krystallwasser — zeigt gewifs eine schwache Verwandtschaft zum Wasser bei der Atmosphären-Temperatur an, eine Verwandtschaft, die durch eine geringe Temperaturserhöhung noch vermindert wird. Ist nun die zwischen dem Salze und dem Wasser in einer Salzlösung Statt findende Anziehung dieselbe als jene zwischen der Basis und dem Wasser, wenn beide im Zustande eines soliden Hydrats sind; so könnten wir die auffallende Kraft auf die Schwächung der Verwandtschaft von der Wärme herleiten. Selbst dann, wenn wir annehmen, dafs das Lösungsvermögen des Wassers bis zu einem gewissen Grade mit der Zunahme der Temperatur wächst: könnte doch diese äufserst schnelle

Verminderung der Anziehung des Salzes zum Wasser mit der Temperaturzunahme die zunehmende Lösungskraft des Lösungsmittels verhindern, und, bei so efflorescirenden Salzen, wie das phosphors. Magniumoxyd und das schwefels. Sodiumoxyd sind, am Ende übertreffen; wefshalb die Löslichkeit solcher Salze abzunehmen beginnen kann, wenn die Temperatur über einen gewissen Punct erhoben wurde.

Die angeführte Ursache mufs bei allen Salzhydraten, die in der Hitze ihr Wasser verlieren, mögen sie dann an der Luft verwittern oder nicht, einen gröfseren oder geringeren Einflufs auf ihre Löslichkeit im Wasser haben; und man weifs wirklich, dafs es für jedes Salz einen Punct in der Temperatur-Scala gibt, von welchem an es aufhört, im Wasser löslich zu seyn, oder vielmehr an seiner Löslichkeit verliert. Bei jenen verwitterbaren Salzen, deren Verwandtschaft zum Wasser sich bei geringer Temperaturerhöhung vermindert, ist dieser Punct niedrig, ja oft sogar unter 212° Fht.; bei Hydraten, die ihr Wasser fester zurückhalten, ist er höher, und bei jenen, die einer hohen Temperatur zu ihrer Zersetzung bedürfen, ist der höchste Punct der Löslichkeit verhältnifsmäfsig hoch, und von der Art, wie er die Zurückhaltung des Lösungsmittels im tropfbar flüssigen Zustande bei einem ungeheuren absichtlich erzeugten Drucke erfordern würde.

Bei Salzen, welche keine festen Verbindungen mit dem Wasser eingehen, mangelt uns solch ein Leitfaden zur Auffindung ihrer Löslichkeit im Wasser bei verschiedenen Temperaturgraden; und diese können also in einigen Fällen, eben so wie die efflorescirenden Salze, dieser Anomalie in der Löslichkeit unterworfen seyn. In der That ist auch die Theorie nicht auf alle Hydrate ausdehnbar. Es gibt eine Classe derselben, in welchen die

Verbindung zwischen der Basis und dem Wasser von den gewöhnlichen Salzhydraten wesentlich abzuweichen scheint; diese umfasset die Hydrate der Alkalien, Erden und Metalloxyde, und scheint nicht dem obigen Gesetze unterworfen zu seyn.

Viele Salze, Oxyde und Erden sind als solche bekannt, deren Löslichkeit im Wasser durchs Aussetzen einer bedeutend hohen Temperatur vernichtet wird. Diefs rührt von dem erlittenen Wasserverluste her, und nicht, wie man oft behauptete, von der durch die Einwirkung der Hitze erhöhten Cohäsion zwischen den kleinsten Theilchen dieser Körper; denn Untersuchungen über die Löslichkeit solcher Körper lehren uns, dafs nicht die einfache Substanz, sondern ihre Verbindung mit dem Wasser, sich im Wasser gelöst habe. Diese Zusammensetzungen sind von einer höheren Ordnung, als die gewöhnlichen Hydrate — eigentlich Salze mit Krystallwasser — und erfordern oft eigenthümliche Umstände zu ihrer Entstehung. Das Siliciumoxyd liefert ein schickliches Beispiel. Getrocknet und vom Wasser befreit, ist es im Wasser ganz unlöslich, löst sich aber im Zustande eines Hydrats in demselben auf, wo es dann einleuchtend ist, dafs diese Lösung nicht als eine Lösung des Siliciumoxyds, sondern als eine Lösung seines Hydrats angesehen werden müsse. Bei den Alkalien findet derselbe Fall Statt, und sie sind, selbst im Alkohol, auch nur im Hydratzustande löslich. Die Verbindung zwischen Wasser und Kalk im gelöschten Kalk ist von dieser Art, und das Kalkwasser mufs als eine wässerige Lösung des Cnlciumoxydhydrats betrachtet werden. Da man weifs, dafs das eigentliche Hydratwasser fester mit den Körpern verbunden ist, als das sogenannte Krystallwasser: so ist es kein Einwurf gegen die aufgestellte Theorie, dafs das Calciumoxydhydrat im kalten Wasser

löslicher ist als im heifsen, ohne jedoch zu effloresciren. Könnte dasselbe mit noch mehr Wasser eine weniger feste Verbindung — also etwa krystallisirtes Calciumoxydhydrat mit Krystallwasser — bilden: dann wäre, wenn das Krystallwasser enthaltende Calciumoxydhydrat nicht verwittern würde, dieser Umstand der aufgestellten Theorie widersprechend.

Das Zusammentreffen der Efflorescenz mit der verminderten Löslichkeit bei höheren Temperatursgraden bei dem schwefelsauren Sodiumoxyd ist der aufgestellten Ansicht günstig, und Untersuchungen über diesen Gegenstand mit anderen efflorescirenden Salzen werden wahrscheinlich dieselbe Eigenschaftsäufserung von ihrer Seite lehren. — Kohlenstoffsaures Magniumoxyd, welches nach *Butini* im kalten mit Kohlenstoffsäure gesättigten Wasser löslicher als im heifsen ist, effloresсirt ebenfalls stark.

2. Über natürlich vorkommendes gediegenes Eisen in Canaan.

(Aus Ebendemselben.)

In dem Gebirge von Canaan hat Herr Major *Barrall* aus Canaan natürlich gediegenes Eisen gefunden. Der Ort, wo er es fand, ist bis zwei Meilen in der Runde von Wäldern umgeben, und ist der Gipfel eines 700 bis 800 Fufs von der gewöhnlichen Strafse entlegenen Berges. Hr. *Barrall* versichert, dafs die Eisenmassen hier wahrscheinlich beträchtlich seyn müssen, weil sein Compafs wesentlich afficirt wurde, wenn gleich die Ader, aus der er das in der Folge zu beschreibende Stück brach, von keiner grofsen Mächtigkeit zu seyn schien.

Dieses Stück natürlichen Eisens bildete eine dünne Schichte oder Platte in einer Masse von Glimmerschiefer (*mica slate*), welche von einer angränzenden Schichte

abgebrochen zu seyn schien. Es zeigte die gewöhnlichen Eigenschaften eines natürlich vorkommenden gediegenen Eisens, und ist sehr hämmerbar. Beim ersten Anblicke scheint es ein grofs krystallisirter Graphit zu seyn, weil es überall mit einer dünnen Schichte desselben überzogen ist, welche es vor der Oxydation vollkommen schützt. Seine Structur ist sichtbar krystallinisch, und es läfst sich gut in pyramidalische Massen, und noch gewöhnlicher aber in schiefe Tetraëder trennen; dessen ungeachtet findet aber diese Spaltung niemals ohne das Dazwischenseyn dünner Blättchen Reifsbleis Statt. In seiner Hämmerbarkeit, Zähigkeit und Biegsamkeit, so wie in der Farbe — denn es ist silberweifs — ist es nicht vom Meteoreisen verschieden, und in der Härte und magnetischer Eigenschaft kommt es mit reinem Eisen überein. Sein spec. Gewicht variirt von 5,95 bis 6,72.

Zufällig kommt mit demselben auch natürlicher Stahl vor. Ein Eckfragment von etwa 8 Grains am Gewichte war vollkommen zerbrechlich, hinlänglich hart um Glas zu ritzen, und besafs die charakteristische körnige Structur und silberweifse Farbe des Stahls. Blättchen von Reifsblei waren darin mittelst des Mikroskops nicht zu entdecken. Beim Auflösen in verdünnter Salpetersäure blieb eine bedeutende Quantität schwarzer Kohlensubstanz zurück.

Hundert Grains des natürlich gediegenen Eisens wurden in salpetrigsaurem Chlor aufgelöst; das zurückgebliebene Reifsblei wog 6 Grains. Die Flüssigkeit liefs hierauf bei Behandlung mit reinem Ammoniak im Übermafse Eisenoxyd fallen, welches nach der Erhitzung 127 Grains wog, und nach *Berzelius* 88,103 Gr. metallischen Eisens entspricht. Die ammoniakalische Flüssigkeit gab mit hydrothionsaurem Schwefelammoniak ver-

setzt keinen Niederschlag, und selbst nach mehreren Tagen war nicht einmal eine Färbung zu entdecken. Dadurch unterscheidet sich dieses Eisen von dem in Sachsen natürlich gediegen vorkommenden, in welchem *Klapproth* 6 Procente Blei und 1,5 Procente Kupfer fand, während es selbst kein anderes Metall in seiner Mischung hat.

3. Über den stöchiometrischen Werth des Nickels.

(Annals of phil. Aug. 1827.)

In Folge eines in Dr. *Turner's* Anfangsgründen der Chemie enthaltenen Paragraphs hat Herr *Thomson* mehrere neue Versuche angestellt, um den stöchiometrischen Werth des Nickels zu bestimmen. Reines Nickeloxyd wurde aus der Kobaltspeise durch folgendes Verfahren erhalten: Die Speise wurde erst in einer Mischung aus Schwefel- und Salpetersäure aufgelöst; die nach der Verdünstung erhaltenen Krystalle des schwefelsauren Salzes enthielten weder Arsenik noch Eisen, Wismuth oder Spiefsglanz, waren aber durch etwas Kupfer und Kobalt verunreiniget. Ersteres wurde durch Schwefelwasserstoff niedergeschlagen, und das durch kohlenstoffsaures Sodiumoxyd niedergeschlagene und noch feuchte Nickeloxyd wurde einem Strome von Chlorgas ausgesetzt, wodurch das Nickeloxyd aufgelöst wurde, während das Kobaltoxyd unaufgelöst blieb. Das auf diese Art erhaltene Chlornickel wurde dann in schwefelsaures Nickeloxyd umgewandelt; es zeigte sich als vollkommen rein, und bei der Analyse ergab sich's, dafs es aus

1	stöch. Antheile	Schwefelsäure . .	=	5,000
1	» »	Nickelprotoxyds . .	=	4,250
7	» »	Wassers	=	7,876
1	stöch. Antheil	. . . .	=	17,126

zusammengesetzt ist.

Herr Dr. *Thomson* stellte keine Versuche über das Nickelperoxyd an, bestimmt aber, wie er schon früher zeigte, den stöchiometrischen Werth des Nickels zu 3,250, und stützt seine Meinung darauf, daſs das Protoxyd zusammengesetzt sey aus:

Nickelmetall . .	3,25	Theilen, und
Oxygen	1,00	Theilen;
	4,25	

das Peroxyd aber aus:

Nickelmetall . .	3,25	Theilen, und
Oxygen	1,50	Theilen.
	4,75	

Anmerkung. In Herrn *Thomson's* Abhandlung steht das Peroxyd mit 1,7 Oxygen gegen 3,25 Metalls verzeichnet, was Herr *Taylor* für einen Druckfehler hält, und dieſs zwar mit Recht, weil allen Untersuchungen zu Folge dieses Oxyd um die Hälfte mehr Oxygen enthält als das Protoxyd, und das Verhältniſs zudem den Gesetzen über die bestimmten Mischungsverhältnisse der Körper widerspricht; weſshalb ich es sogleich mit 1,5 Oxygen gegen 3,25 Nickels gesetzt habe.

4. Über die Goldoxyde.

Herr Dr. *Thomson* hat der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Edinburgh einen Aufsatz unter dem Titel: »einige Versuche über das Gold« vorgelesen. Der Zweck dieser Schrift war, zu bestimmen, ob das Goldhyperoxyd zwei oder drei stöch. Antheile Sauerstoffs enthalte.

Javal's und *Berzelius's* Analyse sprach zu Gunsten von drei Atomen, weſshalb die Chemiker das Goldhyperoxyd für ein Tritoxyd gehalten haben. Dieses Resultat hat Dr. *Thomson* bestätigt; denn er fand, daſs das

Goldperoxyd zusammengesetzt sey aus

1 stöch. Antheile Gold	. . . .	= 25,00	und
3 » » Sauerstoff	. .	= 3,00	
1 stöch. Antheil desselben also	.	= 28,00.	

In dieser Schrift bestimmt Dr. *Thomson* auch die Zusammensetzung des salzsauren Goldes zu

2 stöch. Antheilen Salzsäure	. . . . .	= 9,250
1 » » Goldperoxyd	. . . .	= 28,000
5 » » Wasser	. . . .	= 5,625
1 stöch. Antheil desselben also	. .	= 42,875.

Dann fährt er fort zu zeigen, dafs, im Gegensatze von *Berzelius's* Ansichten, das salzsaure Zinn gleich dem salzsauren Golde viel wahrscheinlicher ein Muriat als ein Chlorid sey.

5. Über die Zusammensetzung des natürlichen silberhältigen Goldes.

Herr *Bousingault*, welcher Gelegenheit hatte, mehrere Proben silberhältigen, in Columbien gefundenen Goldes zu prüfen, fand, dafs diese Metalle in bestimmten Verhältnissen mit einander verbunden sind. Sein Verfahren bestand schlechthin blofs im Auflösen der Probe in Königswasser, Abscheiden des Silberchlorids, und hierauf folgendes Niederschlagen des Goldes in seinem metallischen Zustande mittelst schwefelsauren Eisenprotoxyds. Hr. *Bousingault* bemerkt, dafs er bisher mit einem Atome Silbers zwei, drei, fünf, sechs und acht Atome Golds verband; aber wenn er das Gewicht eines Atomes Silbers doppelt annimmt: so erfordert diese Ansicht einer Modification, die er sich wirklich

unter Anführung der Resultate seiner Analysen erlaubt.

Natürliches Gold von Marmato bei Vega de Sapia in der Provinz Papayan. — Spec. Gew. = 12,666.

Seine Bestandtheile sind:

	Nach der Analyse.		Nach der Theorie.
Gold . .	73,45	— 3 stöch. Anth.	= 73,17
Silber . .	26,48	— 2 » »	= 26,83
Verlust .	00,07		
	100,00.		100,00.

Natürliches Gold von Titiribi.

	Nach der Analyse.		Nach der Theorie.
Gold . . .	74,0	— 3 stöch. Anth.	= 73,17
Silber . .	26,0	— 2 » »	= 26,83
	100,0.		100,00.

Natürliches Gold von Malpaso bei Mariquita. — Spec. Gew. = 14,706.

Bei der Analyse dieser und der übrigen Proben wurde das Capelliren anstatt des Königswassers angewendet.

	Nach der Analyse.		Nach der Theorie.
Gold . .	88,24	— 4 stöch. Anth.	= 87,90
Silber . .	11,76	— 1 » »	= 12,10
	100,00.		100,00.

Natürliches Gold von Rio Sucio bei Mariquita.

	Nach der Analyse.		Nach der Theorie.
Gold . . .	87,94	— 4 stöch. Anth.	= 87,90
Silber . . .	12,06	— 1 » »	= 12,10
	100,00.		100,00.

Natürliches octaëdrisch krystallisirtes Gold von Otra-Mina bei Titiribi.

	Nach der Analyse.			Nach der Theorie.
Gold . .	73,40	—	3 stöch. Anth.	= 73,17
Silber . .	26,60	—	2 » »	= 26,83
	100,00.			100,00.

Natürliches Gold aus dem Bergwerke von Guamo bei Marmato.

	Nach der Analyse.			Nach der Theorie.
Gold . .	73,68	—	3 stöch. Anth.	= 73,17
Silber . .	26,32	—	2 » »	= 26,83
	100,00.			100,00.

Natürliches Gold von El Llano, in kleinen niedergedrückten Körnern von eigenthümlicher rother Farbe, und daher gefärbtes Gold *(oro colorado)* genannt.

	Nach der Analyse.			Nach der Theorie.
Gold . .	88,58	—	4 stöch. Anth.	= 87,90
Silber . .	11,42	—	1 » »	= 12,10
	100,00.			100,00.

Natürliches Gold von La Baja bei Pamplona.

	Nach der Analyse.			Nach der Theorie.
Gold . .	88,15	—	4 stöch. Anth.	= 87,90
Silber . .	11,85	—	1 » »	= 12,10
	100,00.			100,00.

Natürliches Gold von Ojas-anclias, aus einer angeschwemmten Mine in der Provinz von Antiochien. Kommt in Blättern von gelblich rother Farbe vor.

	Nach der Analyse.			Nach der Theorie.
Gold . .	84,50	—	3 stöch. Anth.	= 84,50
Silber . .	15,50	—	1 » »	= 15,50
	100,00.			100,00.

Natürliches Gold aus Siebenbürgen, in sehr blassen kubischen Krystallen vorkommend.

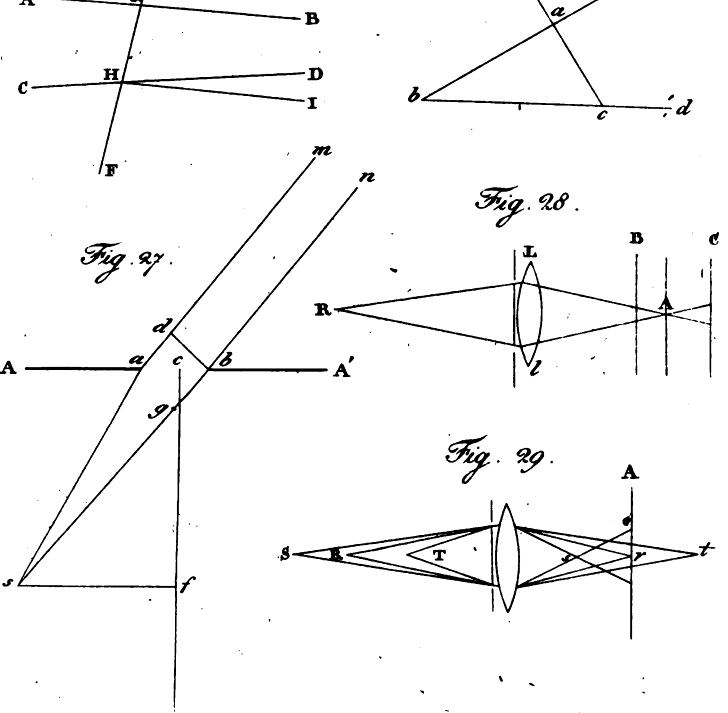
		Nach der Analyse.					Nach der Theorie.
Gold	. .	64,52	—	1	stöch.	Anth.	= 64,50
Silber	. .	35,48	—	1	»	»	= 35,50
		100,00.					100,00

Diefs ist *Klapproth's* Electrum, dessen Analyse 64 Th. Gold, und 36 Th. Silber gab.

Natürliches Gold von Santa-Rosa de Osos, in der Provinz von Antiochien. Spec. Gew. = 14,149. Farbe: blafsgrün.

		Nach der Analyse.					Nach der Theorie.
Gold	. .	64,93	—	1	stöch.	Anth.	= 64,50
Silber	. .	35,07	—	1	»	»	= 35,50
		100,00.					100,00.

Anmerkung. Bei Vergleichung der durch die Analyse erhaltenen Resultate und der durch Rechnung gefundenen stöchiometrischen Werthe mit einander, ergibt sich immer mehr und mehr der hohe Werth der Stöchiometrie, und es erhellt, dafs die Natur selbst in ihren einfachsten Producten streng mathematisch verfahre; thut sie aber dieses, so ist, wie uns auch täglich die Erfahrung lehrt, diese mathematische Strenge in der Anordnung der Körper durch die ganze Schöpfung verbreitet, und mufs es seyn, weil aus den einfachsten Verbindungen alle übrigen der gesammten Natur zusammengesetzt sind.


Fig. 25.
E
A
G
B
H
C
D
I
F
Fig. 26.
f
e
a
b
c
d
Fig. 27.
m
n
d
A
a
c
b
A′
g
s
f
e
Fig. 28.
L
B
C
R
A
l
Fig. 29.
A
S
R
T
s
r
t